

Primjer učenja kroz istraživački projekt

SANJA JANEŠ¹

Provođenje istraživačkog projekta s učenicima aktivnost je kroz koju se stječu nova znanja i primjenjuju ona već stečena. Razvijaju se kompetencije rada u timu i kritičko mišljenje. Iako se cilj rada na projektu određuje na početku njegova provođenja, jednako je važno planiranje procesa njegove provedbe: izrada pravilne raspodjele zaduženja, faza rada, načina predstavljanja rezultata istraživanja te prezentacije zaključaka. U istraživačkom projektu poželjno je uključiti učenike različitih razina postignuća u nastavi. Učenici koji možda nemaju najbolje ocjene iz nastavnog predmeta radom na projektu mogu proširiti svoja znanja i kompetencije te na taj način unaprijediti svoj status i motivaciju za daljnje učenje. Učitelj vodi istraživački tim tijekom četiri koraka:

1. istraživanje postavljanjem učinkovitih pitanja, poticanjem razgovora i diskusijom,
2. pretraživanje literature
3. prikaz i interpretacija pronađenih podataka
4. evaluacija, zaključci i prezentacija

Projektno učenje najčešće je multidisciplinarno i proizlazi iz životnih situacija i okruženja. Na taj način učenik povezuje znanja iz predmetnih područja sa svakodnevicom te nalazi primjenu naučenog.

Matematički istraživački projekt *Čabar jučer, danas i sutra* inspiriran je popisom stanovništva provedenim 2021. i činjenicom da čabarski kraj rapidno gubi stanovništvo, kao i cijela Republika Hrvatska. Kako područje Čabra ionako ima mali broj stanovnika, svaki se njihov gubitak osjeti više nego u većim sredinama. Kad se tema predstavljala učenicima, bili su jako zainteresirani jer se odnosila na njihovo najbliže okruženje.

Cilj projekta je istražiti može li se predvidjeti kretanje broja stanovnika čabarskoga kraja u bliskoj budućnosti koristeći obradu, prikaz i analizu podataka preuzetih sa stranica Državnog zavoda za statistiku.

¹Sanja Janeš, OŠ Petar Zrinski, Čabar

Na projektu su radile tri učenice 7. razreda. Za cjelokupni projekt bilo je potrebno mjesec dana i oko 10 sunčanih sati rada. Neke faze projekta realizirane su na satovima matematike, ali većinom su učenice radile samostalno, prema dogovoru, kod kuće. Projekt je predstavljen i pohvaljen na Smotri matematičkih projekata Pula+ 2022. u sklopu Festivala matematike koji organizira Matematičko društvo Istra. U nastavku je projekt u pisanom obliku. Učenice su za potrebe predstavljanja napravile pisano izvješće, plakat, prezentaciju i video.

Procesi kroz koje su učenici prošli kako bi realizirali projekt:

- **prikupljali** su podatke s poveznice Državnog zavoda za statistiku
- **koristili se digitalnom tehnologijom** za istraživanje, prikaz rezultata te njihovo tumačenje
- **pretraživali podatke** na službenim stranicama DZS-a
- **istraživali** povijest čabarskog kraja
- **prikazivali** podatke tablično i grafički
- **povezivali** različite prikaze podataka
- **odabirali** prikaze koji im mogu pomoći u tumačenju specifičnih pitanja
- **analizirali** prikupljene i prikazane podatke
- **predviđali** na osnovu statističkog prikaza
- **kreirali** zaključke na osnovu analiziranih podataka
- **kreirali** pisano izvješće, prezentaciju i video
- **prezentirali** rezultate istraživanja.

Očito je da su tijekom rada prisutni procesi viših razina: kreiranje, prosuđivanje, analiziranje i primjena, što je najbolji pokazatelj korisnosti provođenja istraživačkih projekata.

Projekt je podijeljen u četiri cjeline:

1. 2021. – godina popisa stanovništva
2. Jučer: Povratak u prošlost
3. Danas: Popis stanovništva Grada Čabra 2021.
4. Sutra: Što nas čeka?

1. 2021. – godina popisa stanovništva

Svaka država provodi popis svakih 10 godina. U Republici Hrvatskoj prvi popis stanovništva proveden je 1991. godine. Podatci za prethodne godine rađeni su u sklopu država kojih je Hrvatska bila članica.

Mi smo u svom istraživanju koristili podatke koji su objavljeni u Državnom zavodu za statistiku. Državni zavod za statistiku glavni je nositelj, provoditelj i koor-

dinator sustava službene statistike Republike Hrvatske i glavni predstavnik nacionalnoga statističkog sustava pred europskim i međunarodnim tijelima nadležnima za statistiku. Državni zavod za statistiku jest državna upravna organizacija koja samostalno obavlja svoje poslove u skladu s odredbama Zakona o službenoj statistici (NN, br. 25/20.). Redovita statistička istraživanja provodi na temelju programa statističkih aktivnosti Republike Hrvatske i godišnjih provedbenih planova statističkih aktivnosti Republike Hrvatske.

U 2021. godini glavni statistički događaj bio je redovni popis stanovništva.

POPIS '21

Stvorimo zajedno sliku Hrvatske.

Slika 1. Logo popisa 2021. godine, DZS

Ta aktivnost i njezini rezultati potaknuli su nas na istraživački rad. Rezultati popisa stanovništva našeg, čabarskog kraja, pokazali su pad broja stanovnika. Odlučili smo istražiti kako se kretao broj stanovnika čabarskog kraja u prošlosti, broj stanovnika u odnosu na prethodni popis stanovništva 2011. godine te možemo li napraviti predviđanja za budućnost.

2. Jučer: Povratak u prošlost

U 16. stoljeću Turci su sve češće napadali i osvajali hrvatske frankopanske gradove i posjede. Nažalost, jako je puno obitelji i izginulo u borbi protiv Turaka. U to vrijeme gospodar Gorskog kotara bio je Stjepan Frankopan Ozaljski. On je zbog svih ovih neprilika u borbi protiv Turaka i lošeg gospodarenja sklopio ugovor o međusobnoj pomoći i nasljedstvu s Nikolom Zrinskim Sigetskim 1. veljače 1544. godine.

U drugoj polovici 16. stoljeća Turci više nisu tako često ratovali u Gorskom kotaru, što je dovelo do zaustavljanja selidbe naroda. Napuštena naselja i opustjeli posjedi opet su se počeli naseljavati, a gospodarstvo se obnavljalo.

Zrinski, kao hrvatska plemićka obitelj i kao novi gospodari goranskog kraja, znali su dobro koristiti njegova bogatstva pa su organizirali promet i trgovinu.

Gospodarskom značenju Gorskog kotara osobito su pridonijela braća Nikola i Petar Zrinski. Nakon podjele poslova Gorski kotar pripao je Petru Zrinskom koji ga je držao do 1670. godine. U Čabru je bio rudnik, kovačnice i pilane pokretane na vodenu snagu. Kao i danas, bio je bogat šumom. Zrinski su u Čabru 1651. godine podigli visoku peć za taljenje željezne rudače. Kako bi započeo proizvodnju, bili su mu potrebni radnici koje je doveo iz raznih zemalja, majstori ljevači i kovači, te je naselio i dovoljan broj kmetova koji su obrađivali zemlju, uzgajali stoku i u šumama proizvo-

dili drveni ugljen. U Čabru je čak izgradio dvor za stanovanje, zgrade za činovnike i upravu, kuće za stanovanje radnika, više radionica za preradu sirovog željeza, izradu čavala i ključeva, pilanu i mlin.

U zapisima stoji da je 1670. godine pod njihovom vlasti u čabarskom kraju bilo oko 2 000 kmetova, a u proizvodnji željeza i željezne robe oko 200 radnika. Pokretanjem proizvodnje povećao se i broj stanovnika. Zbog neuspjeha tzv. zrinsko-frankopanske urote, kada su u Bečkom Novom Mjestu ubijeni Petar Zrinski i njegov šogor Fran Krsto Frankopan, potpuno se, u negativnom smislu, izmijenio dalji razvitak Čabra i čitavog Gorskog kotara. Broj radnika i kmetova znatno se smanjio.

Dvorac Zrinski (ili Kaštel Zrinski), koji je središte Čabra, podigao je Petar Zrinski 1651. godine. Od tog vremena do danas sačuvani su dio zida, kula i svodovi u prizemlju. U dvorcu se nalaze Zavičajna zbirka, galerija umjetničkih slika Vilima Svečnjaka i gradska uprava.

Na stranicama Državnog zavoda za statistiku postoje podatci o kretanju broja stanovnika od 1857.

Ti se podatci mogu pronaći na poveznici [Naselja i stanovništvo Republike Hrvatske 1857. - 2001.](#)

Postupak pretraživanja i filtriranja podataka prikazan je na nizu fotografija koji slijede.

The screenshot shows a web interface for the PC-Axis data base. At the top, it says 'DRŽAVNI ZAVOD ZA STATISTIKU' and 'PC-Axis baze podataka'. Below that, there's a navigation bar with 'Naselja i stanovništvo Republike Hrvatske' and a dropdown menu for 'Izaberi tablicu'. The main content area is titled 'Naselja i stanovništvo Republike Hrvatske' and contains a tree view with categories like 'Opće informacije', 'Stanovništvo', 'Bivša naselja', 'Gradovi i Općine', 'Naselja', and 'Županije'. On the right side, there's a list of links for 'Naselja i stanovništvo Republike Hrvatske 1857.-2001.', including 'Opće informacije', 'Stanovništvo - županije', 'Stanovništvo - gradovi/općine', 'Stanovništvo - naselja', and 'Stanovništvo - bivša naselja'. There's also a link for 'Uvod i metodološka objašnjenja'. At the bottom, there are links for 'PC-Axis instalacija' and 'PC-Axis korisnički priručnik'.

Slika 2. Stanovništvo naselja

Slika 3. Naselja i stanovništvo s poveznice

[Naselja i stanovništvo Republike Hrvatske 1857. - 2001.](#)

Primorsko-goranska županija - broj stanovnika po naseljima

Odaberi varijablu O tablici

Označite vaš odabir i izaberite između tablice na zaslonu i formata datoteke. Savjeti
Za varijable označene * treba odabrati barem jednu vrijednost

Naselja *	Godine *
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Ukupno 571 Označeno 1	Ukupno 15 Označeno 15
Salce ČABAR Bazzi Brinjeva Draga Crni Lazi Čabar	1857 1869 1880 1890 1900 1910
Traži <input type="text"/> <input type="button" value="▶"/> <input type="checkbox"/> Početak reda	Traži <input type="text"/> <input type="button" value="▶"/> <input type="checkbox"/> Početak reda

Slika 4. Odabir županije

Naselja i stanovništvo Republike Hrvatske

- Opće informacije
- Stanovništvo
 - Bivša naselja
 - Gradovi i Općine
 - Naselja
 - Zagrebačka županija - broj stanovnika po naseljima
 - Krapinsko-zagorska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Sisačko-moslavačka županija - broj stanovnika po naseljima
 - Karlovačka županija - broj stanovnika po naseljima
 - Varaždinska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Koprivničko-krizevačka županija - broj stanovnika po naseljima
 - Bjelovarsko-bilogorska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Primorsko-goranska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Ličko-senjska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Virovitičko-podravska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Požeško-slavonska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Brodsko-posavska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Zadarska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Osječko-baranjska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Šibensko-kninska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Vukovarsko-srijemska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Šplitsko-dalmatinska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Istarska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Dubrovačko-neretvanska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Međimurska županija - broj stanovnika po naseljima
 - Grad Zagreb - broj stanovnika po naseljima
- Županije

Slika 5. Filtriranje po mjestu i godinama

➤ >> Naselja i stanovništvo Republike Hrvatske >> Stanovništvo >> Naselja >> Primorsko-goranska županija - broj stanovnika po naseljima

Izaberi tablicu Izaberi varijablu Prikaži tablicu

Prikaži tablicu O tablici

Izmjene i izračuni Spremi kao Tablica - Izgled 1

Postavke tablice Spremi svoje pretraživanje

Primorsko-goranska županija - broj stanovnika po naseljima

	1857.	1869.	1880.	1890.	1900.	1910.	1921.	1931.	1948.	1953.	1961.	1971.	1981.	1991.	2001.
ČABAR	7.235	7.313	5.971	6.697	6.770	7.467	6.620	7.595	6.041	6.360	6.702	6.083	5.465	5.169	4.387

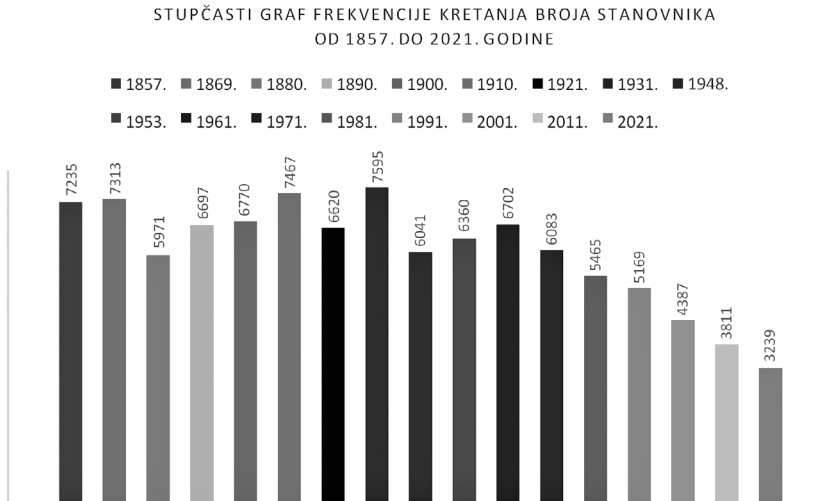
Slika 6. Tablica s podacima

Mi smo uz te podatke dodali i podatke popisa stanovništva iz 2011. i 2021. godine. U Tablici 1. prikazan je broj kretanja stanovništva od 1857. do 2021. godine.

godina	1857.	1869.	1880.	1890.	1900.	1910.	1921.	1931.	1948.
stanovništvo	7235	7313	5971	6697	6770	7467	6620	7595	6041
godina	1953.	1961.	1971.	1981.	1991.	2001.	2011.	2021.	
stanovništvo	6360	6702	6083	5465	5169	4387	3811	3239	

Tablica 1.

Potpora tabličnom prikazu je prikaz frekvencija kretanja broja stanovnika stupčastim grafikonom, izrađen u Excelu.



Slika 7. Stupčasti grafikon frekvencija izrađen u Excelu

Iz podataka možemo tumačiti sljedeće:

1. U godinama 1857., 1869., 1890., 1900., 1910., 1931., 1953., 1961. zabilježen je porast stanovnika. U ostalim je godinama zabilježen pad. Najviše je stanovnika bilo 1931. godine, a najmanje 2021. godine.
2. Između 1931. i 1948. godine zabilježen je najveći pad zbog Drugog svjetskog rata. Od 1941. do 1943. godine talijanski fašisti odveli su naše stanovništvo u koncentracijske logore na Rab, a kasnije su prebačeni u Italiju u Gonars. Mnogo je ljudi u logorima umrlo od gladi i neljudskih uvjeta života. Kad su se oni koji su preživjeli vratili 12. rujna 1943., nakon kapitulacije Italije, umjesto svojih domova našli su zgarista i trebali su sve podići ispočetka.

U tom razdoblju čabarski je kraj izgubio $\frac{7595 - 6041}{7595} \approx 0.204 \approx 20\%$, dakle petinu stanovništva.

3. Između godine s najviše stanovnika (1931.) i godine s najmanje stanovnika (2021.) pad iznosi $\frac{7595 - 3239}{7595} \approx 0.574 \approx 57\%$.

Poslije 1948. godine broj stanovnika rastao je sve do 1961. godine, nakon čega broj nezaustavljivo pada.

3. Danas: Popis stanovništva Grada Čabra 2021.

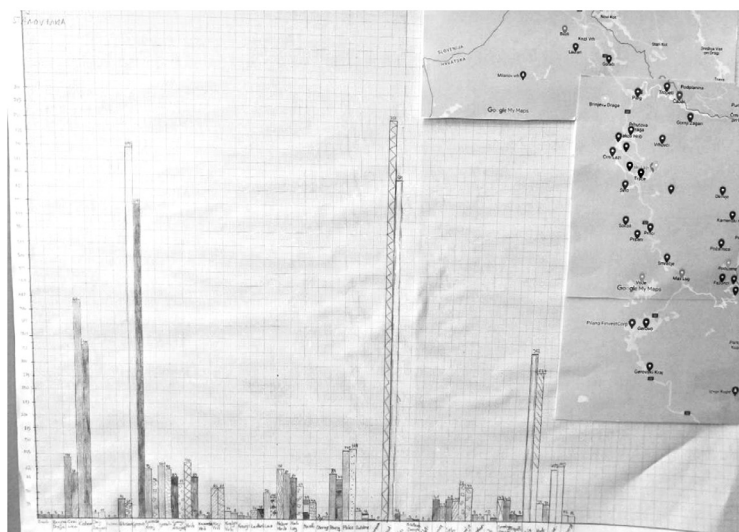
Kako bismo što bolje analizirali situaciju kretanja broja stanovnika, odabrali smo za usporedbu broj stanovnika Čabra u razdoblju od 2011. do 2021. godine po naseljima. Te podatke također smo pronašli na stranicama Državnog zavoda za statistiku.

	2011.	2021.
Čabar	3811	3239
Naselja		
1. Bazli	5	4
2. Brinjeva Draga	5	3
3. Crni Lazi	117	88
4. Čabar	414	332
5. Donji Žagari	8	11
6. Fažonci	0	0
7. Frbežari	32	28
8. Gerovo	693	593
9. Gerovski Kraj	95	72
10. Gorači	101	92
11. Gornji Žagari	83	65
12. Hrib	110	83
13. Kamenski Hrib	6	4
14. Kozji Vrh	60	61
15. Kraljev Vrh	14	8
16. Kranjci	4	3
17. Lautari	16	18
18. Lazi	56	46
19. Makov Hrib	98	89
20. Mali Lug	81	64
21. Mandli	39	33
22. Okrivje	2	5
23. Parg	89	79
24. Plešce	141	144
25. Podstene	17	13

26. Požarnica	1	0
27. Prezid	755	650
28. Prhci	12	8
29. Prhutova Draga	3	1
30. Pršleti	0	0
31. Ravnice	41	27
32. Selo	40	37
33. Smrečje	72	64
34. Smrekari	9	6
35. Sokoli	10	5
36. Srednja Draga	43	40
37. Tropeti	12	9
38. Tršće	342	284
39. Vode	35	32
40. Vrhovci	108	120
41. Zamost	26	18

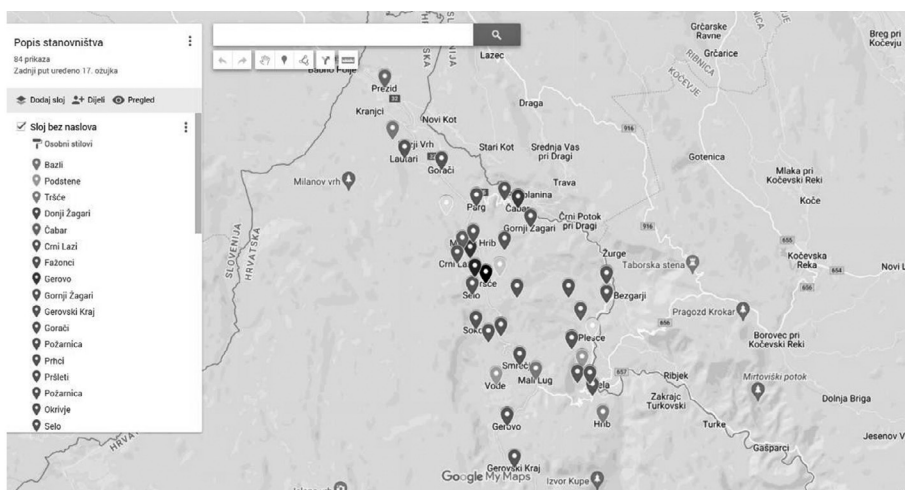
Tablica 2.

- U 41 naselju 2011. godine živjelo je 3811 stanovnika, a prema popisu iz 2021. godine 3239, što je pad od 572 stanovnika ili $\frac{3811 - 3239}{3811} \approx 0.15 = 15\%$.
- U samom mjestu Čabar najveći je postotak pada stanovnika; broj stanovnika smanjio se za $\frac{414 - 323}{414} \approx 0.198 \approx 20\%$.
- Gerovo je drugo naselje po veličini i u njemu se broj stanovnika smanjio za $\frac{693 - 593}{693} \approx 0.144 \approx 14\%$.
- U Prezidu, koji je naše najbrojnije veće mjesto, broj stanovnika smanjio se za $\frac{755 - 650}{755} \approx 0.139 \approx 14\%$.
- U Tršću je smanjenje za $\frac{342 - 284}{342} \approx 0.169 \approx 17\%$.
- Plešće je jedino veće mjesto koje je zabilježilo povećanje broja stanovnika od $\frac{144 - 141}{141} \approx 0.02 = 2\%$.



Slika 8. Dvostruki stupčasti grafikon frekvencija usporedbe broja stanovnika po mjestima 2011./2021.

Napravili smo i kartu sa svim mjestima i zaslecima koristeći aplikaciju MyGoogle maps kako bi se bolje predočila veličina Čabra i raspršenost stanovništva.



Slika 9. Prikaz mjesta na Google karti

Površina grada Čabra iznosi 282 km² pa je gustoća naseljenosti prema zadnjem popisu stanovništva $\frac{3239}{282} \approx 11.48$, što bi bilo približno 11 stanovnika/km².

Naučili smo i nešto više raspravljali o nekim statističkim pojmovima:

- aritmetička sredina broja stanovnika po naseljima iznosi $3239 : 41 = 79$ stanovnika,

- medijan ili centralna vrijednost pojam je iz statistike koji određuje sredinu distribucije nekih podataka.

Kada je neparan broj vrijednosti u skupu, medijan je vrijednost u sredini toga skupa. U slučaju da skup sadrži paran broj vrijednosti, kao medijan se uzima aritmetička sredina srednja dva broja. Brojevi u skupu moraju biti sortirani uzlazno.

Medijan broja stanovnika naših 41 naselja je 32.

0 0 0 1 3 3 4 4 5 5 6 8 8 9 11 13 18 18 27 28 32 33 37 40 46 61 64 64 65 72 79 83 88 89 92 120 144 284 332 593 650

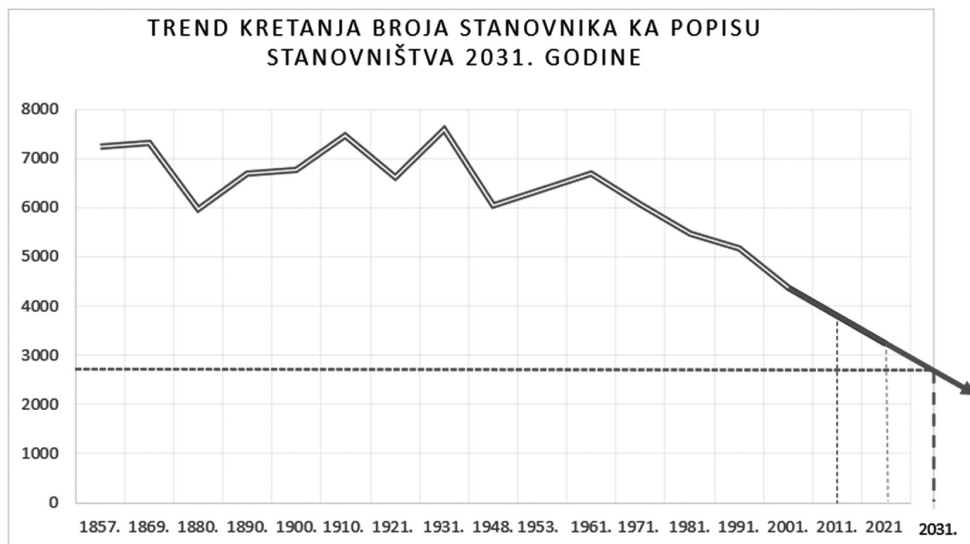
- Mod – vrijednost obilježja što ga ima najveći broj elemenata statističkoga skupa, tj. vrijednost s najvećom frekvencijom.

0 0 0 1 3 3 4 4 5 5 6 8 8 9 11 13 18 18 27 28 32 33 37 40 46 61 64 64 65 72 79 83 88 89 92 120 144 284 332 593 650

Mod broja stanovnika naših 41 naselja je 0.

4. Sutra: Što nas čeka?

Možemo primijetiti kako grafički prikazi dobro predočuju statističke podatke. Pogledajmo može li nam grafički prikaz pomoći pri predviđanju budućega kretanja broja stanovnika našega kraja. Umjesto stupčastog koristit ćemo linijski grafikon.



Slika 10. Linijski grafikon prikaza kretanja broja stanovnika

Primjećujemo da je pad od 1931. godine gotovo stalan te da možemo pretpostaviti da će se nastaviti istim trendom. Kad bi se tako, pojednostavljeno, tumačio ovaj grafikon, mogli bismo očitati broj stanovnika čabarskoga kraja 2031. godine. Vodoravna crvena linija vodi nas do zaključka da će broj stanovnika pasti ispod 3000.

Procjenjujući broj stanovnika prema grafikonu, na sljedećem popisu stanovništva moglo bi biti oko 2750 stanovnika. Možemo li to i računski potvrditi?

Kako pad broja stanovnika unatrag 60 godina ima približnu stalnu stopu pada od 15 %, izračunat ćemo i potvrditi očitavanja grafičkoga prikaza. U 2031. godini očekuje se 85 % današnjeg broja stanovnika, $0.85 \cdot 3232 = 2753.15 \approx 2753$ stanovnika.

Nažalost, matematika i statistika su neumoljive. Bilo bi dobro da se trend pada može barem ublažiti, ali za to bi bilo potrebno otvoriti nova radna mjesta kako bi mladi domaći ljudi mogli ostati ili doći novi doseljenici.

Zaključak: Broj stanovnika čabarskog kraja može porasti ako se u njemu ojača industrijska proizvodnja i mladom stanovništvu omoguće radna mjesta, upravo kako je radio i Petar Zrinski.

Izvori:

1. Državni zavod za statistiku - Djelokrug rada (gov.hr)
2. MyGoogle maps
3. Malnar, Ž., Povijesna kronologija čabarskog kraja, Matica hrvatska, Čabar, 2020.
4. Škola za život, Istraživačko učenje i učinkovito postavljanje pitanja, Matematika OŠ II, 2020. E-kolegij: Matematika OŠ II (carnet.hr), 8. 10. 2022.