

Nogomet u nastavi matematike

7. razreda osnovne škole

FILIP MIJAČ¹ I FRANKA MIRIAM BRÜCKLER²

Uvod

U prethodnih šest članaka vidjeli smo kako se kroz razrednu nastavu te peti i šesti razred osnovne škole učenici susreću s mnogim matematičkim temama prirodno povezivim s nogometom, posebice aritmetikom koju smo primjenjivali u rangiranju pojedinih klubova na tablici i slično. Malo po malo stigli smo do sedmog razreda u kojem otvaramo nove teme, tj. poveznice nogometa i matematike. Što idemo dalje, opseg gradiva je sve veći pa tako i raznolikost primjera. Pojavljuju se nove matematičke teme koje će kasnije bit temelj srednjoškolske matematike. Prema novom kurikulumu [1], u ovom razredu učenici koriste postotni račun s čijim su se osnovama upoznali u 6. razredu, te znanstveni zapis brojeva (koji ćemo također povezivati s nogometom, ali u 8. razredu jer tada konkretno pretvaraju brojeve u znanstveni zapis), računaju u skupu racionalnih brojeva koristeći različite zapise brojeva te rješavaju linearne jednadžbe u tom skupu. Po prvi put susreću se i s algebarskim izrazima. Također, koriste i prepoznaju proporcionalnost i obrnutu proporcionalnost te linearnu ovisnost. U geometriji se bave mnogokutima, računaju opsege i površine mnogokuta i kruga te preračunavaju mjerne jedinice. U ovom razredu upoznaju i vektore, njihovo zbrajanje i oduzimanje te translacije. Dok su u 6. razredu znali koristiti samo točke s cjelobrojnim koordinatama u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini, sad koriste i točke s racionalnim koordinatama. Naposljetku, organiziraju, analiziraju i prikazuju podatke koristeći relativne frekvencije [1]. Većina navedenih tema gotovo se prirodno (i realistično) mogu povezati s nogometom, a u ovom članku dat ćemo nekoliko ideja.

Nogomet u geometriji 7. razreda OŠ

Prisjetimo se uvjeta koje nogometna lopta mora zadovoljavati. Konkretno, razmatramo opseg nogometne lopte jer se u nogometnim pravilima [2] veličina nogometne lopte zadaje preko opsega. U školi je uobičajenije iz polumjera (ili promjera)

¹Filip Mijač, X. gimnazija „Ivan Supek“, Zagreb

²Franka Miriam Brückler, PMF – Matematički odsjek, Sveučilište u Zagrebu

kruga izračunati njegov opseg nego obrnuto, pa tako učenici sustavno kroz svoje školovanje kružne i kuglaste objekte opisuju polumjerom ili promjerom. Gledajući s praktične strane, konkretno u nogometu, razlog je vrlo jednostavan – lakše ćemo izmjeriti opseg nogometne lopte, nego polumjer (ili promjer) jer bismo u tom slučaju morali rezati loptu ili nešto slično, što nije baš najpraktičnije.

U zadatcima vezanim uz izračunavanje opsega, a kasnije i oplošja nogometne lopte, ne možemo bez spominjanja zasigurno najpoznatije konstante u matematici, broja π . Velika većina učenika broj π poistovjećuje s 3.14, ali to su samo prve tri znamenke ovog iracionalnog broja pa ćemo zato, ukoliko želimo biti precizni, reći da je broj π omjer opsega i promjera bilo kojeg kruga (ili kugle).

Razmotrimo sada primjer zadatka koji se uklapa u ovu temu.

Primjer 1. Poznavajući službena pravila nogometne igre prema kojima opseg nogometne lopte mora biti između 68 cm i 70 cm, izračunajte polumjer i promjer nogometne lopte.

Budući da smo rekli da je lopta kuglastog oblika, na nju je primjenjiva formula za opseg O kugle $O = 2r\pi$, gdje je r polumjer (radijus) kugle, tj. kruga. Iz pravila zaključujemo da je raspon polumjera nogometne lopte između

$$r_1 = \frac{O_1}{2\pi} = \frac{68}{2\pi} \approx 10.82 \text{ cm i}$$

$$r_2 = \frac{O_2}{2\pi} = \frac{70}{2\pi} \approx 11.14 \text{ cm,}$$

odnosno možemo zaključiti da promjer nogometne lopte iznosi oko 22 centimetra.

Kada smo već kod površine i opsega kruga, učenici mogu utvrditi navedeno gradivo i tako što na temelju zadanog, tj. poznatog polumjera računati površinu i opseg središnjeg kruga na nogometnom terenu. Prema službenim pravilima nogometne igre [2], središnji krug ima polumjer 9.15 metara pa im možemo zadati sljedeći zadatak:

Primjer 2. Izračunaj površinu i opseg središnjega kruga nogometnog terena. Koji udio površine terena on zauzima za najmanji i najveći dopušteni teren?

Vrlo je bitno da učenici prvo napišu formule kojima će izračunati opseg i površinu kruga te da rasprave, ako ne znaju, koliko iznosi polumjer središnjeg kruga propisan pravilima nogometne igre. Uvrštavajući dani polumjer $r = 9.15 \text{ m}$ u formule za površinu (P) i opseg (O) kruga, učenici će vrlo brzo dobiti rješenja prvog dijela zadatka:

$$P = r^2 \pi = 9.15^2 \text{ m}^2 \pi \approx 263.022 \text{ m}^2,$$

$$O = 2r \pi = 2 \cdot 9.15 \text{ m} \cdot \pi \approx 57.491 \text{ m.}$$

Prema pravilima nogometne igre, najmanje dopuštene dimenzije terena su $90 \text{ m} \times 45 \text{ m}$, a najveće dopuštene $120 \text{ m} \times 90 \text{ m}$, tj. najmanja dopuštena površina

nogometnog terena je 4050 m^2 , a najveća dopuštena $10\,800 \text{ m}^2$. Sada nam je jedino još preostalo izračunati traženi udio, a to ćemo dobiti tako što ćemo površinu P središnjega kruga podijeliti najmanjom odnosno najvećom dopuštenom površinom terena:

$$\frac{263.022}{4050} \approx 0.065 = 6.5 \%,$$

$$\frac{263.022}{10800} \approx 0.024 = 2.4 \%,$$

dakle, središnji krug prekriva 2.4 – 6.5 % nogometnog terena.

Još jedan zanimljiv zadatak koji bismo mogli zadati učenicima bio bi da im isprintamo model nogometnog terena i najprije tražimo da plavom ili crvenom bojom istaknu sve krugove i kružne lukove koje mogu uočiti. Nakon toga, neka izračunaju opseg i površinu svakog kruga te duljinu kružnog luka. Učenicima bismo ovaj zadatak dali za ponavljanje nakon što obradimo nastavnu cjelinu kružnica i krug jer se u toj cjelini susreću s izračunavanjem navedenih veličina.

Nogomet u aritmetici i statistici 7. razreda OŠ

Učenici u sedmom razredu računaju s postotcima te znaju izračunati prosječne vrijednosti dane skupine podataka. Ovdje također možemo iskoristiti nogomet kako bismo različita područja matematike povezali u jedan zadatak. Prije samog primjera takvog zadatka dotaknimo se malo svjetskog nogometnog prvenstva.

Svjetsko prvenstvo u nogometu jedan je od najpopularnijih sportskih događaja na svijetu, a održava se svake četiri godine. Na prvenstvu nastupaju 32 reprezentacije iz cijeloga svijeta, raspoređene u ukupno osam skupina s po četiri reprezentacije. Unutar skupine svaka reprezentacija igra po jednu utakmicu sa svim drugim reprezentacijama, a nakon utakmica po skupinama slijedi osmina finala. U osminu finala idu samo po dvije najbolje reprezentacije iz svake skupine. Pobjednici utakmica osmine finala idu dalje u četvrtfinale. Pobjednici utakmica četvrtfinala idu u sljedeću fazu natjecanja, a to je polufinale. U polufinalu pobjednici idu u veliko finale, tj. dvoboj za svjetskog prvaka, a poražene momčadi bore se za treće mjesto. Ovo nam je inspiracija za sljedeća dva zadatka prikladna za sedmi razred:

Primjer 2. U finalnom ogledu svjetskog prvenstva u Johannesburgu igrale su momčadi Španjolske i Nizozemske. Španjolci su imali loptu u svome posjedu ukupno 53 minute i 28 sekundi, a Nizozemci su imali loptu u svome posjedu ukupno 31 minutu i 32 sekunde. Ostatak vremena lopta nije bila u igri. Izrazi u postotcima posjed lopte jedne i druge ekipe u odnosu na vrijeme u kojem je lopta bila u igri.

U ovom zadatku uzet ćemo da se nogometna utakmica igrala 90 minuta, dakle bez produžetaka. Jednostavnim računom dobivamo da je reprezentacija Španjolske imala posjed lopte od 59.2 %, a reprezentacija Nizozemske posjed lopte od 34.8 %.

U preostalom vremenu lopta nije bila u igri. Ako bismo zbrojili udio vremena u kojemu je loptu posjedovala Španjolska odnosno Nizozemska s udjelom kada nije bila u igri, dobili bismo točno 100 %.

Primjer 3. Imajući na umu pravila igranja nogometnih utakmica na Svjetskom nogometnom prvenstvu izračunaj:

- a) Koliko se ukupno utakmica odigra na jednom Svjetskom prvenstvu?
- b) Na internetu, primjerice na stranici [3], nađi sve rezultate utakmica na Svjetskom prvenstvu u Kataru 2022 (SP2022). Pritom za utakmice nakon grupne faze u slučaju da su igrani produžetci uzmi konačni rezultat prije produžetaka. Koliko je ukupno bilo pogodaka na SP2022? Koliko je to prosječno pogodaka po utakmici?
- c) Stupčastim dijagramom prikaži apsolutne i relativne frekvencije utakmica s 0, 1, 2, ... pogodaka. Koliko ih je bilo s više, a koliko s manje od prosječnog broja pogodaka? Je li prosječni broj pogodaka bio najčešći?

U podzadatku a) učenici će najvjerojatnije krenuti s prebrojavanjem utakmica odigranih od skupina pa do finala i tako doći do konačnog rješenja. Ukupno imamo 32 reprezentacije raspoređene ravnomjerno u 8 skupina. Znači, u svakoj skupini su 4 reprezentacije. Unutar svake skupine odigra se ukupno 6 utakmica, a kako imamo 8 skupina, ukupan broj utakmica odigranih po skupinama iznosi $6 \cdot 8 = 48$. U osmi finala odigra se još 8 utakmica, u četvrtfinalu još 4 utakmice, u polufinalu još 2 utakmice. Još je preostalo prebrojati utakmicu za treće mjesto te utakmicu velikog finala. Dakle, ukupno imamo 64 nogometne utakmice. Ovaj podzadatak trebali bi znati riješiti svi učenici jer se matematika potrebna za rješavanje ovog zadatka uči u nižim razredima.

U podzadatku b) učenici trebaju prebrojavanjem odrediti ukupan broj pogodaka (172) te ga podijeliti s ukupnim brojem odigranih utakmica (64). Tako dolaze do prosječnog broja golova 2.6875 po utakmici. Ako bismo pak gledali konačne rezultate nakon produžetaka i eventualnih jedanaesteraca, ukupan broj pogodaka bio bi 184 pa bi prosječan bio 2.875. Dakle, u oba slučaja zaokruženo je prosječan broj pogodaka po utakmici bio 3.

U podzadatku c) učenici bi prvo iz podataka s interneta trebali izraditi tablicu poput tablice 1. Temeljem nje onda je lako nacrtati tražene stupčaste dijagrame. Ovdje – kao što je to i inače često – najčešći ishod (ukupan broj pogodaka) nije jednak prosječnom, te to svakako treba istaknuti kako bi se spriječila česta pogreška u razmišljanju mnogih koji prosjek izjednačuju s najčešćim ili najvjerojatnijim rezultatom.

Pogodaka	Apsolutno	Relativno
0	7	10.94 %
1	10	15.63 %
2	17	26.56 %
3	14	21.88 %
4	4	6.25 %
5	6	9.38 %
6	3	4.69 %
7	2	3.13 %
8	1	1.56 %

Tablica 1. Brojevi utakmica s 0 do 8 pogodaka na SP2022

Zaključak

Gornjim primjerima naravno da nismo iscrpili poveznice matematike i nogometna na razini sedmog razreda osnovne škole. Mnoge ideje možete pronaći u prethodnim člancima ove serije te ih lako prilagoditi višoj razini znanja iz matematike u ovom razredu, a neke dodatne primjere možete naći i u [4] i [5]. Sljedećim člankom zaokružiti ćemo cjelinu osnovne škole i vidjeti kako krajem osnovne škole učenici ne samo da su s matematičke strane dovoljno „potkovani” da prate nogometne utakmice (za to je dovoljna razina razredne nastave), nego i da analiziraju njihov tijek i rezultate te otkriju eventualne pogreške u izvještavanju novinara tijekom i nakon utakmica.

Literatura:

1. Odluka o donošenju kurikulumu za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj. Narodne novine 7/2019.
https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html
2. Hrvatski nogometni savez, *Pravila nogometne igre* 21./22. (2021.).
<https://hns-cff.hr/files/documents/21824/PNI%202021-2022.pdf>
3. Wikipedia: 2022 FIFA World Cup,
https://en.wikipedia.org/wiki/2022_FIFA_World_Cup
4. Mijač, F. (2021.), *Nogomet u nastavi matematike*. Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu
5. Brückler, F. M., Mijač, F. A Football Trip Through Mathematics. *Advances in Research on Teaching Mathematics* (Eds.: Z. Kolar Begović, R. Kolar-Šuper, A. Katalenić), Osijek, 2022.