

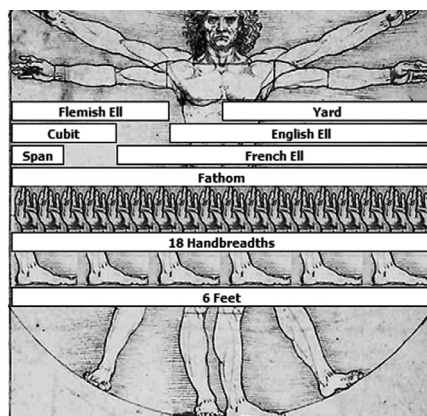
# Mislite li da je Leonardo da Vinci bio u pravu?<sup>1</sup>

IGOR VIDOVIĆ<sup>2</sup>, MARIJANA ZAROŽINSKI<sup>3</sup>

Kao nova tema u kurikulumu za strukovne škole, i kao uvijek zanimljiva tema kod učenika gimnazija, podatci su vrlo popularni u primjeni kod raznih istraživanja. Odgojno-obrazovni ishod MAT SŠ E.1.1. *Barata podatcima prikazanima na različite načine* u nastavi matematike može se ostvariti na mnoge načine. Mi smo izabrali projektni zadatak u kojem su učenici sami prikupljali i analizirali podatke te ih prikazivali grafički uz određivanje mjera sredine. Projekt se temeljio na opisivanju proporcija idealnog čovjeka koje je opisao Leonardo da Vinci, stoga smo ga tako i nazvali: *Mislite li da je Leonardo da Vinci bio u pravu?* Na 9. kongresu nastavnika matematike održana je radionica s istim nazivom, a u ovom članku bit će predstavljeni glavni rezultati radionice.

*Vitruvijev čovjek* svjetski je poznati crtež Leonarda da Vincija, a uz taj crtež nalazi se opis proporcija ljudskoga tijela. Zakon proporcija prema Da Vinciju glasi:

- dlan je širina 4 prsta
- stopalo je širina 4 dlana (npr. oko 12 inča)
- kubit je širina 6 dlanova
- korak iznosi 4 kubita
- visina čovjeka iznosi 4 koraka (tj. 24 dlana)
- dužina čovjekovih raširenih ruku (raspon ruku) jednak je njegovoj visini
- razmak između početka kose na čelu i dna brade je  $1/10$  čovjekove visine
- razmak između vrha glave i dna brade iznosi  $1/8$  čovjekove visine
- razmak između dna vrata i početka kose iznosi  $1/6$  čovjekove visine
- maksimalna širina ramena iznosi  $1/4$  čovjekove visine
- razmak između sredine prsa i vrha glave iznosi  $1/4$  čovjekove visine
- razmak od lakta do vrha šake iznosi  $1/4$  čovjekove visine



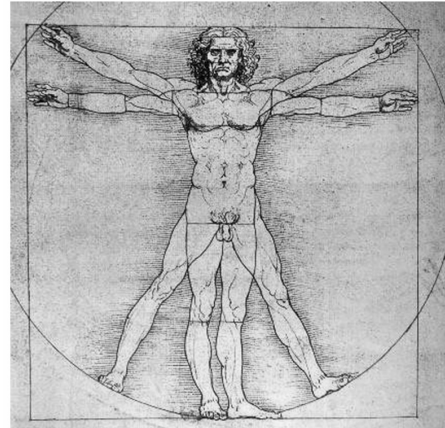
<sup>1</sup>Predavanje održano na 9. kongresu nastavnika matematike 2022. u Zagrebu

<sup>2</sup>Igor Vidović, Klasična gimnazija fra Marijana Lanosovića, Slavonski Brod

<sup>3</sup>Marijana Zarožinski, Industrijsko-obrtnička škola Slavonski Brod

- razmak od lakta do pazuha iznosi 1/8 čovjekove visine
- duljina šake je 1/10 čovjekove visine
- razmak između dna brade i nosa iznosi 1/3 visine glave
- razmak između početka kose i obrva iznosi 1/3 dužine lica
- duljina uha iznosi 1/3 dužine lica
- duljina čovjekovog stopala iznosi 1/6 njegove visine...

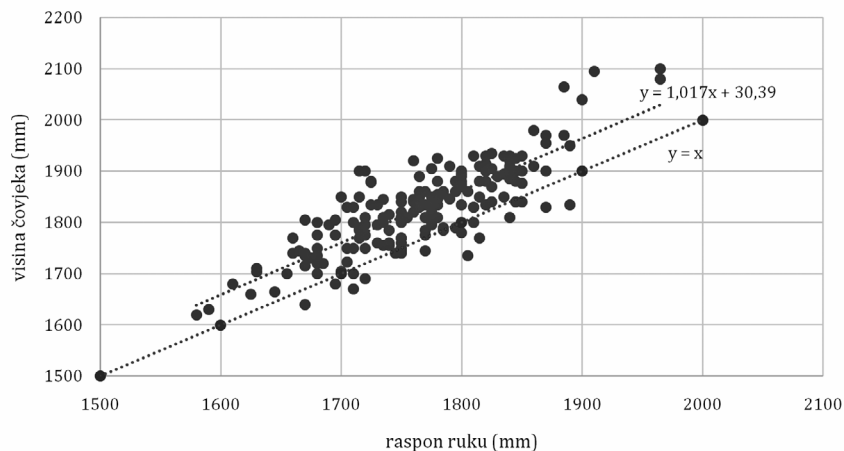
Kroz nastavnu godinu u dvije škole prikupljeni su različiti podaci o učenicima koji su nam mogli potvrditi ili opovrgnuti Da Vincijeve proporcije: visina, masa, duljina stopala, promjer dlana i raspon ruku. Odbрани alat za obradu ovih podataka je *Microsoft Excel*. U nekoliko jednostavnih koraka dobiju se dva pravca: jedan koji predstavlja ono što je Leonardo da Vinci tvrdio oko 1487. godine, što je godina iz koje potječe crtež Vitruvijev čovjek, te drugi pravac koji predstavlja odnos veličina kod naših učenika. Pretpostavka Leonarda da Vincija, *erit eaque mensura ad manas pansas* (dužina čovjekovih raširenih ruku (raspon ruku) jednaka je njegovoj visini), jedna je od najpoznatijih.



Tu pretpostavku prikazao je i grafički na način da je uspravnog čovjeka raširenih ruku stavio u kvadrat, što prikazuje slika.

Kako bismo otkrili je li Leonardo da Vinci bio u pravu, potrebno je pomoću prikupljenih podataka napraviti pravac regresije te ga usporediti s pravcem  $y = x$ , gdje

Ovisnost visine čovjeka o rasponu ruku

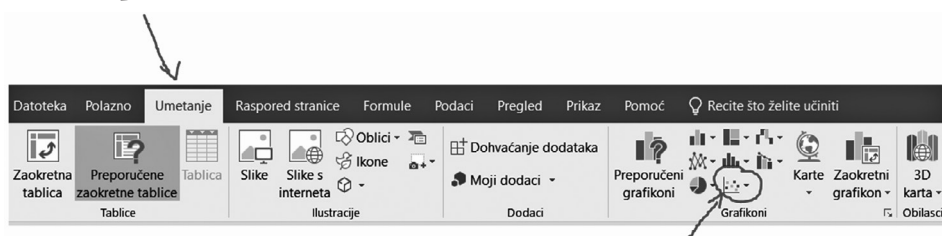


je  $y$  visina čovjeka, a  $x$  širina raspona njegovih ruku. Pravac regresije je pravac koji najbolje povezuje (aproksimira) zadane točke grafa.

Ako promatramo pravac regresije i uspoređujemo ga s pravcem  $y = x$ , zaključujemo kako Da Vincijeva pretpostavka da je raspon ruku jednak visini čovjeka nije u potpunosti točna. Obradeno je ukupno 179 podataka učenika cijele škole. Gledajući nagibe pravaca, možemo zaključiti da su pravci gotovo paralelni, tako da postoji nekakva pravilnost. Ako se uzme u obzir vrijeme u kojemu je Da Vinci živio (1452. – 1519.), gdje su ljudi bili malo niži rastom, onda je ta tvrdnja možda vrijedila za njegovo doba, no to bismo mogli potvrditi jedino kada bismo imali dovoljno podataka iz tog vremena.

U nastavku je opisan postupak dobivanja pravca regresije i pravca koji opisuje ovisnost veličina „duljina čovjekovog stopala iznosi 1/6 njegove visine”. Za potrebe ovog istraživanja korišten je *Microsoft Excel*, iako se isto može prikazati pomoću programa dinamičke geometrije *GeoGebra*.

1. Lijevim klikom odaberite prvu vrijednost za visinu (ćelija E2), zatim stisnite i držite tipku **[Shift]** (⇧) i kliknite lijevim klikom miša na zadnju ćeliju u stupcu visine (npr. E10).
2. Kada je označen cijeli stupac vrijednosti visina, umjesto tipke **[Shift]** sada stisnite i držite tipku **[Ctrl]** i kliknite na prvu ćeliju vrijednosti duljine stopala (ćelija H2). Kada ste označili tu ćeliju, pustite tipku **[Ctrl]** i opet stisnite tipku **[Shift]** te kliknite lijevim klikom miša na zadnju ćeliju u stupcu stopalo (npr. H10).
3. Sada su označena dva stupca koja će nam poslužiti za crtanje grafikona. U alatnoj traci idete na *umetanje > grafikoni > Umetni raspršeni (X,Y) ili mjehuričasti grafikon > Raspršeno*.

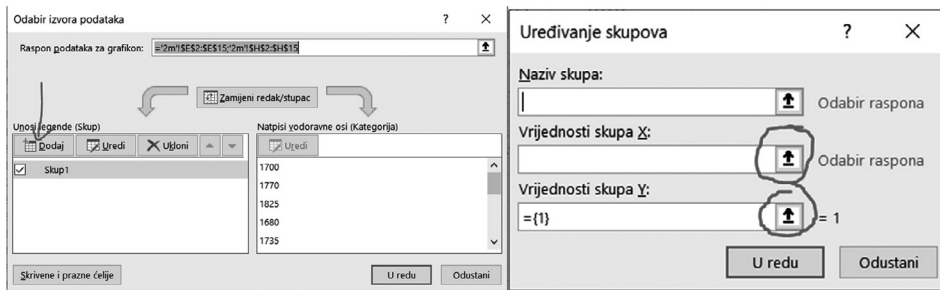


4. Dobiveni grafikon možete oblikovati po vlastitoj želji tako da desnim klikom na određeni dio grafa koji želite promijeniti odaberete *oblikovanje*, npr. desni klik na brojeve skale na -osi, i odaberete *oblikovanje osi* te promijenite granice vašeg grafa.
5. Klikom na grafikon s desne strane pojavljuje se opcija *Elementi grafikona* (+) pa u podizborniku izaberete *crtu trenda* (pravac regresije). Desnim klikom na pravac regresije odaberete opciju *oblikovanje crte trenda* i s desne strane odaberete *Prikaži jednadžbu na grafikonu*.

6. Za crtanje pravca  $y = \frac{1}{6}x$  u *Excelu* morate umetnuti jedan prazni stupac pokraj stupca visine. Za vrijednosti  $y$  upisujete *odgovarajuća ćelija od vrijednosti  $x$  (visine)/6*.

| E      | F     |
|--------|-------|
| visina |       |
| 1680   | =E2/6 |
| 1705   |       |
| 1815   |       |
| 1775   |       |
| 1885   |       |

7. Kada ste izračunali sve podatke za  $y$ , vratite se na graf, kliknete desnim klikom miša na graf i odaberete opciju *Odabir podataka*. Izaberete *dodaj*, za *Naziv skupa* možete napisati  $y=1/6*x$  (naziv nije bitan), za *Vrijednost skupa* odaberite raspon vrijednosti svojih ćelija vrijednosti  $x$ , a za *Vrijednost skupa* odaberite raspon vrijednosti svojih ćelija vrijednosti  $y$ .



8. Nakon što se na istom grafu ucrtaju iste točke, možda ćete morati ponovno promijeniti raspon osi. Zatim odaberete jednu od novih točaka koje ste ucrtali: kliknete desnim klikom na nju, izaberete u podizborniku *Dodavanje crte trenda* te desne strane opet izaberete *Prikaži jednadžbu na grafikonu*.

## Mjere sredine

Aritmetička sredina ili prosjek  $\bar{x}$  za neki konačan skup brojeva  $S = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  računa se kao količnik zbroja članova toga skupa brojeva i broja članova toga skupa. Mod ili dominantna vrijednost je vrijednost koja je u nizu podataka najčešće postignuta, odnosno ima najveću frekvenciju. Medijan je vrijednost koja se u nizu podataka poredanih po veličini nalazi točno u sredini.

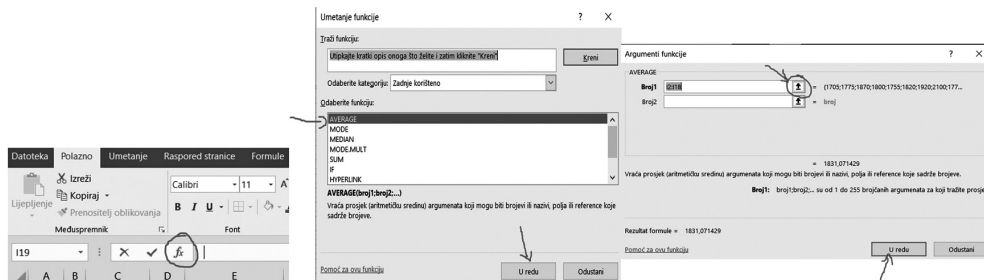
### MJERE SREDINE

|                                  |         |
|----------------------------------|---------|
| Aritmetička vrijednost (visina): | 1766,79 |
| Mod (visina)                     | 1750    |
| Medijan (visina)                 | 1770    |

|                                       |         |
|---------------------------------------|---------|
| Aritmetička vrijednost (raspon ruku): | 1827,92 |
| Mod (raspon ruku)                     | 1835    |
| Medijan (raspon ruku)                 | 1830    |

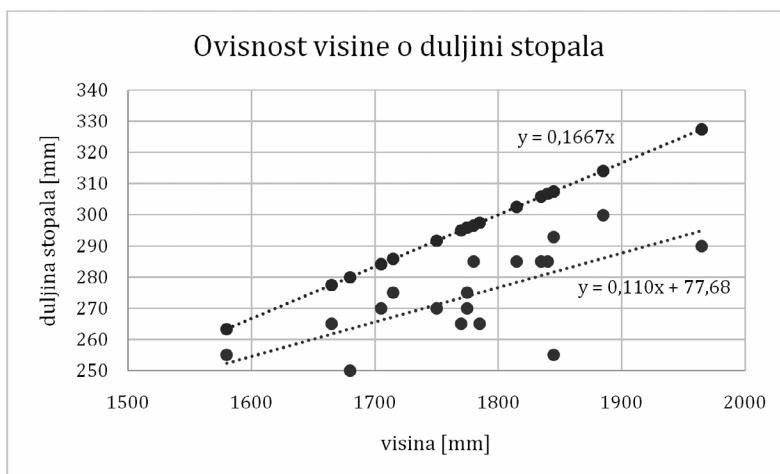
1. Za računanje aritmetičke sredine kliknete na jednu praznu ćeliju, zatim na alatnoj traci, gdje je traka formule, kliknete na  $f_x$  i pronađete funkciju AVERAGE.

Odaberete AVERAGE te odaberete raspon svojih ćelija za koje želite izračunati aritmetičku sredinu.



2. Za računanje moda odaberete jednu praznu ćeliju, zatim na alatnoj traci gdje je traka formule kliknete na  $f_x$  i pronađete funkciju MODE. Kliknete na tu funkciju i odaberete raspon svojih ćelija za koje želite izračunati mod.
3. Za računanje medijana odaberete jednu praznu ćeliju, zatim na alatnoj traci gdje je traka formule kliknete na  $f_x$  i pronađete funkciju MEDIAN. Odaberete tu funkciju i označite raspon svojih ćelija za koje želite izračunati medijan.

Konačno, dobivamo sljedeće:



| Visina              |         |
|---------------------|---------|
| ARITMETIČKA SREDINA | 1778.33 |
| MOD                 | 1775.00 |
| MEDIJAN             | 1777.50 |

| Duljina stopala     |        |
|---------------------|--------|
| ARITMETIČKA SREDINA | 274.33 |
| MOD                 | 285.00 |
| MEDIJAN             | 272.50 |

Zaključujemo da je prilično teško otkriti koliko je u pravu bio Leonardo da Vinci, iako matematika govori da za veličine hrvatskih učenika nije bio u pravu.

### Literatura:

1. Pletikosić A., Barišin J., Jukić Matić Lj., Gortan R., Vujasin Ilić V., Dijanić Ž (2020.): MATEMATIKA 1 - KOMPLET 1. i 2. dio - udžbenik matematike s dodatnim digitalnim sadržajima i zadacima za rješavanje u 1. razredu srednje škole - 3 i 4 sata tjedno, Školska knjiga, Zagreb
2. Dakić B., Elezović N. (2020.): Matematika 2, 1. i 2. dio, udžbenik za 2. razred gimnazija i strukovnih škola (3, 4 ili 5 sati nastave tjedno), Element, Zagreb
3. Brleković K., Zarožinski M. (2020.), Matematika 1, udžbenik matematike u drugom razredu srednje škole sa zadacima za rješavanje - 2 sata tjedno. Školska knjiga. Zagreb
4. Brleković K., Zarožinski M. (2019.), Matematika 1, udžbenik matematike u prvom razredu srednje škole sa zadacima za rješavanje - 2 sata tjedno. Školska knjiga. Zagreb