

## **Sandro Skansi<sup>1</sup>, Kristina Šekrst<sup>2</sup>, Marko Kardum<sup>3</sup>**

<sup>1,3</sup> Sveučilište u Zagrebu, Fakultet hrvatskih studija, Borongajska cesta 83d, HR-10000 Zagreb

<sup>2</sup> Sveučilište u Zagrebu, Filozofski fakultet, Ivana Lučića 3, HR-10000 Zagreb

<sup>1</sup> sskansi@hrstud.hr, <sup>2</sup> ksekrst@ffzg.hr, <sup>3</sup> mkardum@hrstud.hr

### **Je li matematika humanistička znanost?**

#### **Sažetak**

*U ovome se radu kroz analizu podjele različitih znanstvenih područja bavimo prirodom matematike kao znanstvene discipline. Povijesnom analizom podjele znanosti, ali i analizom same prirode matematike, kao i kroz ontološki status objekata kojima se matematika bavi pokazuju da su sada već uvriježene podjele među znanstvenim područjima rezultat društvenih okolnosti, kao i da je sama matematika bliža humanističkim nego li prirodnim znanostima.*

#### **Ključne riječi**

filozofija matematike, formalne znanosti, humanističke znanosti, logika, matematika, prirodne znanosti

#### **Uvod**

Kako u sklopu ovoga istraživanja prvenstveno dajemo kritiku na scijentometrijske podjele u Republici Hrvatskoj, smatramo metodički relevantnom podjelom, a time u kontekstu našeg argumenta i ontološki relevantnu podjelu upravo onu podjelu kako je definirana pravilnicima za izbor u znanstvena zvanja u Republici Hrvatskoj. Sukladno tome, opcije su da matematika može biti prirodna, medicinska, tehnička, društvena ili humanistička znanost, no njezino pravo lice, lice formalne znanosti baš zato ne možemo uvažiti. Posljedično, pitamo se u koji od ovih »pretinaca« spada matematika, ako dokažemo da nije prirodna znanost. Neke od opcija moguće je odmah izbaciti, poput medicinskih znanosti, a pomnom analizom argumenata iz filozofije matematike, koje ćemo predstaviti u nastavku, postaje očito da su jedine dvije opcije, unutar takve klasifikacije znanosti upravo prirodne ili humanističke. Glavni cilj ovog rada nije propitati stvarnu prirodu matematike, već propitati gdje bi ona dosljedno spadala, uzimajući kao relevantnu ontologiju, onu koja je definirana pravilnicima. Utoliko, ovaj rad nije kritika statusa matematike *per se*, nego ontologije koju forsiraju pravilnici koji definiraju položaj pojedinih područja, polja i grana znanosti u Republici Hrvatskoj.

Od najranijih pokušaja organizacije znanstvenoga znanja, od nekada središnjeg mjesta humanistike pa do današnjega propulzivnog STEM područja, matematici pripada posebno mjesto koje ukazuje na to da se matematika, ako uopće, ne može naprosto smjestiti u prirodne znanosti. Pa iako je sâm koncept stroge podjele različitih znanosti problematičan jer se discipline često preklapaju ili nužno zahtijevaju barem određena znanja iz drugih disciplina, s matematikom je problem još složeniji s obzirom na problem postojanja uopće ili barem načina postojanja objekata kojima se matematika bavi. Stoga se postavlja pitanje je li matematika uopće znanost na način na koji su to suvremene prirodne znanosti, može li se naprosto svrstati u formalne znanosti ili

je po svojoj biti ona ipak bliža humanističkim znanostima. Analizirajući ove probleme, pokazat ćemo da su pokušaji stroge podjele znanstvenih područja i disciplina zapravo proizvoljni i da se više mogu smatrati proizvodom određenih društvenih kretanja negoli nečim inherentnim samim tim znanostima. Također, u kontekstu te iste analize pokazat ćemo i da postoje opravdani razlozi tumačenja matematike kao znanstvene discipline bliže humanistici negoli prirodnim znanostima.

## Humanistika nekad i danas

Humanističkim znanostima smatraju se akademske discipline koje proučavaju čovjeka, odnosno čovjeka u društvu i kulturi. *Studia humanitatis* označavala je proučavanje gramatike, poezije, retorike, povijesti i moralne filozofije, što je usporedivo s rimskim poučavanjima *septem artes liberales*, nastale po uzoru na grčko naslijeđe, a uključivale su gramatiku, retoriku i logiku (tzv. *trivium*) te geometriju, aritmetiku, glazbu i astronomiju (Tubbs 2014: 17). Pod okriljem renesansnoga humanizma potenciran je fokus na humanističke studije, dok je sâm termin popularizirao Coluccio Salutati, pod utjecajem Ciceronova djela *Pro Archia Poeta*, koji je termin *studia humanitatis* prvi uporabio 30. rujna 1369. godine nakon uporabe u antici (Kohl 1992: 188). U gradovima Padovi i Veroni potom su se različite discipline i edukativni programi počeli povezivati sa samim terminom, dok je 1424. godine *studia humanitatis* prvi put spomenut kao studijski smjer u Italiji (Kohl 1992: 200), fokusirajući se na poeziju, retoriku, povijest i moralnu filozofiju. Međutim, uporaba termina ovisila je od kruga do kruga te višeznačnost oko termina postoji od samoga početka njegove uporabe (Kohl 1992: 201).

Premda se povijesno humanistika asocira uz discipline *triviuma*, mi u ovome radu prvenstveno želimo kritizirati današnju scijentometrijsku klasifikaciju, sukladno kojoj matematika jest humanistička znanost, po većini njezinih shvaćanja deriviranih iz vodećih pravaca u filozofiji matematike. Kako ćemo pokazati, ti pravci uvelike matematiku svrstavaju kao ljudsku aktivnost, pa je s obzirom na to vrlo lako vidjeti kako scijentometrijska podjela koja ne uvažava ideju formalnih znanosti, upravo forsira ideju da je matematika srodnija filozofiji nego fizici ili biologiji.

Skolastički utjecaj osigurao je pak da se klasici, logika, metafizika i matematika uključuju u moderne kurikule obrazovnih institucija (Adler 2020: 57). Slični su odjeci postojali i u rano novovjekovlje. Godine 1827. Jacob Abbott, profesor matematike i prirodne filozofije (poslije pretvorene u fiziku) u Amherst Collegeu, htio je ukloniti obavezno učenje latinskoga i grčkoga u svojoj instituciji stvarajući paralelni program bez tih disciplina (Adler 2020: 65). Podjela u njemačkim školama, posebice u gimnazijama, krenula je tim smjerom. S jedne se strane radilo o *Gymnasien*, koje su sadržavale starogrčki, latinski i matematiku, te s druge strane o *Realschulen*, koje su se fokusirale na prirodne znanosti i moderne jezike (Adler 2020: 124). Danas je slično umjetno razdvajanje posebice vidljivo u konceptu STEM-a. *Science, technology, engineering, and mathematics* arbitrarno grupira različite discipline pod istim terminom, s time da ne postoji univerzalni konsenzus oko toga koje su točno discipline uključene u STEM. Samim time što se matematika izdvaja kao zaseban dio grupe, koji ne ide u prirodne znanosti, niti u inženjerstvo ili u tehnologiju, već potiče na pitanje što je to točno matematika po modernoj klasifikaciji.

## Moderne klasifikacije i problemi

Bonifaty Mikhailovich Kedrov, sovjetski filozof, povjesničar i metodolog znanosti, razvio je klasifikaciju znanosti, ilustrirajući cjelokupnu znanost kao prirodne, društvene i filozofske znanosti (usp. Kedrov 1977/1980). U svojoj razdiobi Kedrov dijeli Engelsovu filozofiju, ali za razliku od Jeana Piageta, smatra da su matematika, logika i fizika odrazi stvarnih vanjskih objekata, te da sve te znanosti imaju svoj sadržaj i da postižu određene rezultate (Braun, Baribeau 1984: 255). Kedrov smatra da se znanosti razlikuju jedna od druge u razini subordinacije, pri čemu se razne znanosti nalaze između tri dijela trokuta: prirodnoga, društvenoga i filozofskoga. Pritom će matematika biti između prirodnoga i filozofskoga znanstvenoga mišljenja (usp. Kedrov 1977/1980: 491).

Kedrov je ranije smatrao da se problem klasifikacije znanosti može gledati u trima etapama. Prva je »neramificirana antička znanost« do dijela srednjega vijeka, druga je »diferencijacija znanosti« od 15. do 18. stoljeća u različite discipline, a treća je početak njihove »integracije« u 19. stoljeću (usp. Kedrov 1964: 168). U moderno doba Kedrov smatra da je marksistička literatura svojim klasifikacijama pridonijela nekim poznatim obrascima (Kedrov 1964: 176): znanosti vezane uz prirodu, društvo i mišljenje. Kedrov, naime, smatra da je podjela znanosti proizašla iz Engelsove filozofije, pri čemu je Engels tvrdio da je *analogon* jedinstvenoj »formi pokreta« u znanosti koje formiraju jedan red – mehanika, kemija, biologija i ostale – jednako kako različite forme pokreta slijede jedna drugu, transformiraju se i razvijaju. Ovdje je bitno napomenuti kako preklapanje različitih znanosti i transformacija jedne u drugu čini bitnu stavku suvremenih znanstvenih disciplina, jer odrediti granice između dviju disciplina, ali i pitanje radi li se o primjeni kakve znanosti unutar drugoga polja (primjerice, je li statistika zasebna disciplina, a ekonomska statistika primjena ili se radi o ontološki različitim vrstama), vrlo je teško.

Sâm je koncept STEM-a problematičan jer neke discipline imaju određenu količinu prirodnoznanstvenih metoda ovisno o svojim pod-disciplinama. Primjerice, prema Državnome zavodu za statistiku, u područje humanističkih znanosti ulaze *filozofija, teologija, filologija, povijest, povijest umjetnosti, znanost o umjetnosti, arheologija, etnologija i antropologija, religijske znanosti* te *interdisciplinarne humanističke znanosti*, dok u društvene znanosti ulaze *ekonomija, pravo, politologija, informacijske i komunikacijske znanosti, sociologija, psihologija, pedagogija, edukacijsko-rehabilitacijske znanosti, logopedija, kineziologija, demografija, socijalne djelatnosti, sigurnosne i obrambene znanosti* te *interdisciplinarne društvene znanosti* (usp. *Državni zavod za statistiku* 2022). Dakako, uvijek bi se moglo kontrirati i reći da takve situacije pripadaju u interdisciplinarne društvene znanosti, no uzmimo nekoliko primjera kako bismo pokazali različitost u samim disciplinama. Unutar arheologije postoje proučavanja vezana uz geologiju (prirodnu znanost), biologiju (klasifikaciju i analizu ostataka), kemiju (dataciju) te nerijetko i forenziku (u što se ubrajaju i ljudski i životinjski ostaci). Unutar lingvistike moguće je baviti se kognitivnom lingvistikom i psiholingvistikom te neizbježno raditi na proučavanju mozga, što je situacija i u filozofiji unutar filozofije uma, ali i logike te proučavanja filozofije znanosti te umjetne inteligencije. Pritom se potonje vezuje i uz tehničke znanosti i inženjerstvo. S druge strane, informacijsko-komunikacijske znanosti svrstane su u društvene znanosti, premda se informacijsko-komunikacijska tehnologija može studirati na Fakultetu elektrotehnike i računarstva kao zaseban studijski smjer (usp. *Fakultet*

*elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu 2022*), dok se sama komunikacija, kao predmet proučavanja lingvistike i filozofije, proučava i unutar humanističkih znanosti (usp. *Filozofski fakultet Sveučilišta u Zagrebu 2022*). Matematika je po Državnome zavodu za statistiku klasificirana kao područje prirodnih znanosti, što je opet u suprotnosti s uvriježenom STEM-terminologijom, koja bi, da je takva klasifikacija općeprihvaćena, trebala biti samo STE, gdje bi matematika bila dio prirodnih znanosti (engl. *science*). Zanimljivo je spomenuti i kako se završavanjem studija matematike dodjeljuje titula inženjera matematike (usp. *Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu 2022*), što bi taj akronim ponovilo u istome obliku jer bi matematika bila dio inženjerstva (engl. *engineering*).

U hrvatskoj klasifikaciji u podjeli grana zanimljivo je vidjeti kako brojne matematičke grane bivaju i grane svih ostalih znanosti (usp. *Državni zavod za statistiku 2022*). Grane matematike (101) navedene su kao: *algebra, geometrija i topologija, kombinatorna i diskretna matematika, matematička analiza, matematička logika i računalstvo, numerička matematika, primijenjena matematika i matematičko modeliranje, teorija vjerojatnosti i statistika, financijska i poslovna matematika, ostale matematičke discipline*. Međutim, *računalstvo* će biti dio tehničkih znanosti (209), *ekonomska matematika i statistika* dio ekonomije (501), zajedno s *poslovnim informatikom i financijama*. Informatijske i komunikacijske znanosti (504) uključivat će *informatijske sustave i informatologiju*, kao i *računalstvo* (209). *Demografska statistika* bit će dio demografije (511), a sociološka dio *socioloških metodologija* (unutar sociologije, 505). No, osim tehničkih, prirodnih i društvenih znanosti, matematičkih grana ima i u humanistici. Pod filozofijom (601) grana je *logika*. Pod lingvistikom, premda nedostaje, očekivano bi bilo vidjeti računalnu lingvistiku, gdje su statističke metode prominentne. Ovakav pogled, implicitno prisutan u nacionalnoj podjeli znanosti, blizak je poimanju matematike kao formalne znanosti, koja dijeli svoje alate i metode s ostalim znanostima, o čemu će više riječi biti u idućemu poglavlju.

## Matematika kao prirodna ili formalna znanost?

Klasično se prirodnim znanostima smatraju biologija, geoznanost, kemija i fizika (s astronomijom), pri čemu se biologija kao *life science*, dijeli na medicinska, biomedicinska i slična potpodručja. Na različitim se sveučilištima matematika često grupira uz prirodne ili tehničke znanosti, premda formalno nije njihov dio, a same se prirodne znanosti koriste alatima formalnih znanosti, kao što su matematika i logika (Lagemaat 2006: 283). Prema *American Mathematical Society*, formalnim se znanostima smatraju proučavanja formalnih sustava, kao što su *logika, matematika, statistika, teorija informacije, teorija sustava, teoretsko računarstvo, umjetna inteligencija, teorija odlučivanja te teorijska lingvistika* (usp. *American Mathematical Society 2022*).

James Franklin, s druge strane, ističe da je najstarija formalna znanost *operacijsko istraživanje* (engl. *operations research*), izvorno vojna analitička disciplina, a potom *kontrolna teorija* (usp. Franklin: 1994: 19). Kontrolna teorija svoj je procvat doživjela upravo u kibernetici. Godine 1948. Norbert Wiener izdaje knjigu *Cybernetics. Or Control and Communication in the Animal and the Machine*, u kojoj kibernetiku smatra znanošću koja proučavana samoregulirajuće sustave, čime kibernetika postaje dijelom kontrolne teorije, ali i komunikacijske teorije. Nadalje, Ross W. Ashby ističe kako je

kibernetika bila povezivana s fizikom i strojevima (Ashby 1956: 1), te je vidi kao »proučavanje sustava koji su otvoreni energiji, ali zatvoreni informaciji i kontroli« (Ashby 1956: 4). Sama je znanost dugo, smatra Ashby, proučavala jednostavne sustave, no u moderno doba počinju se pojavljivati potrebe za kompleksnim proučavanjima kompleksnih sustava, pri čemu se kibernetika čini najboljim unificirajućim kandidatom (usp. Ashby 1956: 4).

Na tom je tragu moguće pitati mogu li se formalne znanosti danas asimilirati u kakvu filozofsku teoriju ili zajednički nazivnik inženjerstva ili tehnologije i matematike (Franklin 1994: 24). Franklin kao odgovor daje da je zanimljivo kako se inženjerstvo i tehnologija ne poimaju, iz filozofske perspektive, kao znanost jer se ističe njihova različitost od standardnih znanstvenih metoda (usp. Franklin 1994: 24). Ako bismo formalne znanosti razumjeli kao dio primijenjene matematike, takva bi klasifikacija bila »preuska« za sve moderne tehnologije koje niču svakim danom. Međutim, Franklin ističe kako je očito da su neke formalne znanosti doista primijenjena matematika ili nešto vrlo blisko njoj, te da bi u filozofskom i znanstvenom interesu bilo imati unificiranu teoriju koja obuhvaća i teorijsku i primijenjenu matematiku (usp. Franklin 1994: 25).

Premda je Johann Carl Friedrich Gauss matematiku nazvao »kraljicom znanosti« (Waltershausen 1965: 79), ne slažu se svi oko toga je li matematika uopće znanost u standardnoj uporabi vezanoj uz prirodne znanosti, jer se ne oslanja na empirijske dokaze. Alan Bishop smatra da su centralna područja matematike *broj, mjera, geometrija te jezik/logika* (usp. Bishop 1991: 22). Matematika, smatra Bishop, nije znanost, pa se njezine istine ne mogu smatrati empirijski provjerljivima (usp. Bishop 1991: 54). Bishop srcem matematike smatra upravo *racionalizam*, koji se fokusirao na deduktivno zaključivanje (Bishop 1991: 62), te doba racionalizma smatra dobom razdvajanja matematike od ostalih znanosti, pri čemu su se prirodne znanosti fokusirale na empirijsku validaciju, a matematika se počela baviti unutarnjim kriterijima logike, potpunosti i konzistentnosti (usp. Bishop 1991: 62). Thomas Nickles, s druge strane, smatra da se u neznanost ubrajaju ne samo pseudoznanosti i metafizika nego i logika, teorijska matematika i ostale discipline koje se ne mogu testirati u odnosu na iskustvo, što uključuje i normativne teme (Nickles 2013: 101).

## Matematika kao humanistička znanost?

Tino Mager i Carola Hein smatraju da matematika i humanističke znanosti imaju zajednički početak, koji danas nije toliko vidljiv zbog preklapanja primijenjene matematike s prirodnim znanostima, tehnologijom i inženjerstvom (usp. Mager, Hein 2019: 523). Nadalje, Saburo Matsumoto ističe da se matematika treba proučavati kao dio humanističkih znanosti jer poput umjetnosti, književnosti i glazbe može i mora poboljšati naše ljudsko iskustvo i pokazati što znači biti čovjekom (usp. Matsumoto 2021: VIII).

Marchisotto već 1992. godine, prije osvita STEM-klasifikacija, napominje kako se odsjeci za matematiku većinom smatraju zajedničkim odsjecima koji omogućavaju slušanje kolegija i studentima drugih disciplina, kao što su računalstvo, ekonomija te razne prirodne i tehničke znanosti (Marchisotto 1992: 69). Ističe kako je matematika dio ljudskoga iskustva i da se pri poučavanju taj dio matematike često ignorira, te da sukladno tome studenti matema-

tiku poimaju kao disciplinu koja postoji izvan vremena i ljudskih aktivnosti (Marchisotto 1992: 71).

Analogno Marchisotto, slično tvrde i George Elder Davis i Reuben Hersh, gledajući na matematiku kao na dio ljudskoga vremena i iskustva (Davis, Hersh 1986: 201). Davie, naime, razumije geometriju kao glavni dio škotskih fakultetskih programa, pa na tome tragu isto tako matematiku smatrana jednom od humanističkih znanosti (Davie 2000: 109).

### **Je li logika (shvaćena kao podteorija matematike) humanistička znanost?**

U devetnaestome stoljeću, točnije u radu Georgea Boolea, došlo je do detaljnijega istraživanja veze matematike i logike (usp. Boole 1854). U ovome periodu, uz sve manje povjerenje u razne oblike racionalizma i platonizma, kao i izgradnju modernih znanosti iz empirije, javlja se pitanje odnosa filozofije i matematike. To se pitanje javilo i u nastanku moderne logike. Glavno pitanje ovoga doba, koje ističe Zvonimir Šikić, i okosnica kasnije filozofije matematike jest sljedeće: kada govorimo o »novoj« logici, je li ona matematizacija neformalne logike (zaključivanja) ili je ona upravo način zaključivanja matematike, ali zapisan novim formalnim simbolima? (usp. Šikić 2020: 2–4).

Ovo je pitanje moguće shvatiti na nekoliko načina. Prije svega, ako govorimo o logici kao načinu zaključivanja matematike, ali zapisanom novim simbolima, netko može pomisliti da je s novim simbolima uvedeno i nešto novo, nešto »matematičko«. No simboli kao takvi nisu bitna odrednica matematike, i oni ne samo da su varirali kroz povijest nego je i njihova upotreba znatno oscilirala. Današnji priručnici iz matematike imaju mnogo više riječi nego priručnici iz 19. stoljeća, dok su u to isto vrijeme bili i formalniji i matematički precizniji. Stoga, ne treba poistovjetiti formalne simbole s »matematičnošću« kakvoga područja. Matematiku definira preciznost i rigoroznost, a simboli su samo alat koji često (ali ne i uvijek) pojednostavljuje zapisivanje apstraktnih struktura na precizan i rigorozan način.

Kada govorimo o logici kao načinu zaključivanja matematike, sasvim je jasno da se pritom misli na način zaključivanja matematičara (za koje su neki predisponirani talentom), ili barem na način zaključivanja koji su matematičari usvojili kroz svoje obrazovanje. U svakome slučaju, u ovome čitanju gornje dileme, logika je trebala biti formalan zapis apstraktnoga načina razmišljanja matematičara.

Međutim, što ako je logika tek puka matematizacija »neformalnih« (ali valjanih) vidova zaključivanja – poput, primjerice, silogizama? Tada se sasvim sigurno opet radi o zapisivanju kakvih mentalnih procesa. Premda ovo naoko djeluje trivijalno, važnost za ovaj rad značajna je. Generalno shvaćanje 19. stoljeća, iz bilo kojega smjera, jest to da je logika nešto ljudsko – bilo mentalno bilo idejno. Važno je napomenuti da ovdje rasprava između *deskriptivizma* (Husserl 2000/1913) i *normativizma* (Frege 1968/1884), uopće nije bitna, jer nas ne zanima modalno-ontološka priroda logike i kasnije matematike, nego prvenstveno to je li njezino porijeklo prirodno ili ljudsko (pod pretpostavkom postojanja takve podjele). Važno je također napomenuti da ovdje ne govorimo još o cijeloj matematici, nego samo o logici.<sup>1</sup>

Premda je dominantan trend u 19. stoljeću u filozofiji matematike bila rasprava o *psihologizmu*, za naš argument ova rasprava nije toliko bitna. Naše su polazište razvijene teorije filozofije matematike u 20. stoljeću, kada se jasnije

razaznaje ne to da matematika jest humanistička disciplina, već da je ona, sukladno ovim teorijama, bitno bliža humanističkim znanostima nego prirodnima. Matematika, pa i logika, nisu humanističke znanosti kao takve, već su formalne, no u nedostatku kategorije formalnih znanosti, sve teorije (osim platonizma) ukazuju da se radi o humanističkim znanostima, a ne prirodnima, jer su povezanije s čovjekom nego prirodnim fenomenima.

## Je li matematika humanistička znanost?

Krenuvši u 20. stoljeće, nalazimo četiri velike teorije: *logicizam*, *intuicionizam*, *formalizam* i *platonizam* (usp. Horsten 2022) – kao najrelevantnije, prvenstveno zato što nam u ovome radu nije cilj dati potpuni pregled teorija filozofije matematike, nego pokazati da po svim značajnim teorijama filozofije matematike, ona ne odgovara opisu prirodne nego upravo humanističke znanosti. Ovdje uopće nećemo ulaziti u detaljne diskusije ovih teorija niti u suptilne razlike u stavovima koje postoje u izvornim djelima njihovih predstavnika, jer ništa od toga nije nam važno za naš argument. Naime, ono što nam je važno jest to da za tri (od sveukupno četiri navedene teorije), u danas općeprihvaćenim formulacijama (a što ilustrira upravo Horsten 2022), slijedi da je matematika ljudska, odnosno humanistička znanost, a ne prirodna. Posljednja teorija, *platonizam*, kao što ćemo prikazati, ima dva moguća čitanja – od kojih je samo jedno *fizikalističko*, odnosno u skladu s idejom matematike kao prirodne znanosti.

Prva teorija koju Leon Horsten spominje jest *logicizam*, kao jednostavni pokušaj redukcije matematike na logiku, a što je u to doba bilo donekle višeznačno jer se još uvijek dvojilo oko toga pripada li teorija skupova logici ili ne (usp. Horsten 2022). U svakome slučaju, iz naše perspektive, *logicizam* je vrlo »jednostavna teorija« jer, ako se matematika reducira na logiku, a iz dileme 19. stoljeća slijedi da je logika u svakoj interpretaciji nešto ljudsko (bilo mentalno bilo idejno), tada slijedi da je matematika humanistička znanost. Sljedeća teorija koju Horsten ističe jest *intuicionizam*, unutar kojega je matematika mentalni konstrukt (usp. Horsten 2022). Naravno, kako se radi o mentalnome konstrukt, očito je matematika humanistička (ljudska), a ne prirodna znanost.

Za razliku od intuicionizma, Hilbertov *formalizam* matematiku ne promatra izravno kao mentalni konstrukt (usp. Hilbert 1925). On, naime, tvrdi da se matematička značenja dobivaju tek interpretacijom. Formalizam matematiku višega reda promatra kao manipulaciju neinterpretiranim skupom simbola prema unaprijed utvrđenim pravilima, pa je ona zapravo dokazivanje tvrdnji osnovne aritmetike koja, za razliku od matematike višega reda, posjeduje izravnu interpretaciju (usp. Horsten 2022). U konačnici, to znači da tako shvaćena matematika nema nikakvu izravnu ontološku obvezu spram objekata i svojstava (usp. Weir 2022), kakva bi se mogla očekivati od prirodnih znanosti,

1

Ovdje se može dobiti dojam da logiku smatramo dijelom matematike. To je točno, ali ista je ta logika ujedno dio i filozofije, i lingvistike, i računarstva, jednako kao što je statistika dio i sociologije, i epidemiologije, i seizmologije, i ekonomije. Naravno, moglo bi se argumentirati da se radi o neovisnoj

znanosti, no u svakome slučaju odbijamo bilo kakve insinuacije da je logika isključivo dio matematike, kao i particioniranje logike uz pomoć sintagmi »filozofijske« i »matematičke« logike, jer, analogno, ne govorimo o »biološkoj« ili »kemijskoj« matematici.

sti. U tom smislu, matematika ne govori o nečemu objektivno postojećemu u prirodi ili bilo čemu uopće, već se odnosi na sintaktički sustav manipulacije simbolima. Matematika, stoga, nema značenje bez odgovarajuće interpretacije ili interpretatora, kao ni odnos prema čemu objektivno postojećemu u prirodi. Stoga je i prema *formalističkoj* interpretaciji bliža humanističkoj negoli prirodnoj znanosti. Premda nije odmah očito zašto bi se proučavanje operacija nad neinterpretiranim simbolima smatralo humanistikom (osim uz psihološki tumačenje, u kojemu je to očito), ovdje je važno uočiti do koje se mjere ovaj postupak razlikuje od procesa koje proučavaju prirodne znanosti. S pravom se može prigovoriti da ovo ne znači da je matematika humanistička znanost, ali s obzirom na podjele koje pravilnici i hrvatska scijentometrija predviđaju, humanističke znanosti zasigurno su *best fit*.

Četvrta je teorija *platonizam*. Teško je govoriti o platonizmu kao o jedinstvenoj teoriji s obzirom na to da ima dugu povijest, a i vrlo je primamljiva jer je jednostavna: sve što ne postoji konkretno i dalje postoji na isti način kao i konkretne stvari, ali u nekoj »paralelnoj stvarnosti«. Ova paralelna stvarnost za platoniste je doslovno stvarnost *an sich*, jednaka fizičkoj, koja s njom korespondira na neki način i zajedno tvore ukupnost svijeta. Tradicionalno se ova paralelna stvarnost smatrala »svijetom ideja« (što god to točno bilo), no velika je prednost platonizma što se ta paralelna stvarnost uopće ne mora toliko metaforički tumačiti. Ona može biti misaoni svijet, svijet oblika, svijet relacija ili npr. svijet emocija. Ukratko, ona može biti bilo što za što želimo tvrditi da *postoji na jednak način* kao materijalna stvarnost, a da pritom ne možemo primijeniti isti kriterij postojanja kao za dokazivanje postojanja objekata u materijalnoj stvarnosti. U ovome leži i privlačnost platonizma zajedno s njegovim problemima, no oboje su van dosega našega trenutnog istraživanja.

Ono što nas zanima jesu varijante platonizma, s time da ovdje moramo biti posebno oprezni kako ne bismo istaknuli izomorfne teorije kao različite, jer to će nam narušiti kredibilitet argumenta koji se sastoji u pobrojanju teorija. Ukratko, platonizam čini jednu od četiriju velikih teorija u filozofiji matematike, a njegove podteorije moramo uočiti vrlo precizno kako bismo i dalje mogli kvantificirati u koliko interpretacija matematika uistinu jest humanistička znanost.

Jedan od najvažnijih zastupnika matematičkoga platonizma bio je Kurt Gödel, koji je svoju verziju platonizma razvijao na specifičan način:

»Klase ili koncepti mogu, doduše, također biti mišljeni kao realni objekti, naime, klase kao 'pluralnosti stvari' ili kao strukture koje se sastoje od pluralnosti stvari i koncepti kao svojstva i relacije onih stvari koje postoje neovisno o našim definicijama i konstrukcijama. Čini mi se da je pretpostavka postojanja takvih objekata jednako legitimna kao i pretpostavka o postojanju tijela i jednako je razloga za vjerovanje u njihovo postojanje. Oni su u jednakom smislu nužni za postizanje zadovoljavajućeg sustava matematike kao što su to tijela za zadovoljavajuću teoriju naše osjetilne percepcije i u oba je slučaja nemoguće protumačiti tvrdnje koje se o tim entitetima želi ustvrditi kao propozicije o 'podacima', tj. u potonjem slučaju osjetilne percepcije koje se stvarno pojavljuju.« (Gödel 1944: 456–457)<sup>2</sup>

Kako smo napomenuli, osnovna odlika platonizma jest teza da »ideje« postoje na jednak način kao i fizički predmeti, ali u nekoj drugoj stvarnosti. Gödel je smatrao da je ovdje razlika u tome što se matematičke ideje »vide« ne uz pomoć osjetila, nego uz pomoć »matematičke intuicije« (usp. Horsten 2022), ali jednako su stvarni relativno s kanalima njihove spoznaje. Iz perspektive matematike kao humanističke znanosti, ovdje je bitno napomenuti da mate-

matički entiteti ne postoje u prirodi, nego u nekome odvojenome svijetu, gdje se spoznaju intuicijom, a što Gödelovu teoriju čini i dalje prvenstveno teorijom »ljudske intuicije« koja gleda u svijet – koji po definiciji nije prirodan, nego je upravo odvojen od njega.

Postoji još nekolicina suvremenih platoničkih teorija (usp. Horsten 2022), no sve su one mnogo blaže od Gödelove. Pritom nijedna od njih ne tvrdi postojanje matematičkih objekata u prirodi. Takva je teorija možda i jedina po kojoj se matematiku može smatrati prirodnom znanostu, koja otkriva stvarnost koja postoji u istoj prirodi – koju proučavaju, primjerice, fizika ili biologija, pa je stoga matematika prirodna znanost. Ovo je stav kojega danas ne zastupa nijedan ozbiljniji filozof matematike, no to je stav koji je prisutan u tradicionalnome (Platonovu) platonizmu, kakav je istaknut npr. u *Državi* (usp. Platon 1997). U ovome se shvaćanju matematika promatra kao da proučava odnose između svojstava predmeta. Primjerice,  $a + b < c$  znači (u jednoj konkretnoj instanci) da predmet duljine  $a$  i predmet duljine  $b$  stanu u kutiju duljine  $c$ . Premda je ovaj pristup privlačan inženjerskom umu iz 19. stoljeća, činjenica je da se današnja matematika, kakva ona jest kao znanost, a što se može provjeriti u njezinoj stvarnoj znanstvenoj produkciji, uopće ne bavi mjerenjima predmeta, kao ni njihovim svojstvima, već deduktivnim dokazivanjima svojstava apstraktnih struktura.

## Zaključak

Zaključno možemo reći da su sve velike teorije filozofije matematike, a koje su primjenjive na današnju matematiku na način kako se ona realizira kao znanost, teorije koje smatraju da je matematika jedna vrlo specifično ljudska tvorevina, koja proučava objekte mnogo sličnije objektima lingvistike nego objektima fizike. Pritom treba imati na umu da je pitanje »što proučava matematika« bitno različito od pitanja »koje znanosti koriste matematičke alate«, premda i ovo potonje pitanje u današnje doba nije baš jednoznačno na strani matematike kao prirodne znanosti, jer, primjerice, filozofija koristi više napredne matematike (kroz logiku i vjerojatnost), ili ekonomija i računovodstvo, nego što je to slučaj s botanikom ili geologijom (a koje se tradicionalno smatraju prirodnim znanostima).

U ovome vidu, naš je zaključak da su podjele znanosti tek rezultat nekih povijesnih kretanja, očekivanja i socijalnoga prestiža pojedinih kategorija znanosti (danas je primjerice STEM nešto što se smatra iznimno naprednim i poželjnim, pa čak i do mjere potpune nekritičnosti), a bitno manje stvarnih istraživanja filozofije znanosti, koja gleda na znanosti s metodološkoga stajališta i koja može vidjeti sličnosti u metodologiji ili ontologiji tih znanosti.

2

Za usporedbu prilažemo i izvorni tekst koji smo ovdje za potrebe objavljivanja rada preveli: »Classes and concepts may, however, also be conceived as real objects, namely classes as 'pluralities of things', or as structures consisting of a plurality of things and concepts as the properties and relations of things existing independently of our definitions and constructions. It seems to me that the assumption of such objects is quite as legitimate as the assumption of physical bodies and there is quite

as much reason to believe in their existence. They are in the same sense necessary to obtain a satisfactory system of mathematics as physical bodies are necessary for a satisfactory theory of our sense perceptions and in both cases it is impossible to interpret the propositions one wants to assert about these entities as propositions about the 'data', i.e., in the latter case the actually occurring sense perceptions.« (Gödel 1944: 456–457)

## Literatura

Adler, Eric (2020): *The Battle of the Classics. How a Nineteenth-Century Debate Can Save the Humanities Today*, Oxford University Press, Oxford – New York.

Ashby, W. Ross (1956): *An Introduction to Cybernetics*, Chapman & Hall, London.

American Mathematical Society (2020): »2020 Mathematics Subject Classification«, *Mathscinet.ams.org*. Dostupno na: <https://mathscinet.ams.org/mathscinet/msc/msc2020.html> (pristupljeno: 22. 2. 2022.).

Boole, George (1854): *An Investigation of the Laws of Thought. On which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*, Macmillan and Co., Cambridge.

Braun, Claude M. J.; Baribeau, Jacinthe (1984): »The Classification of Psychology among the Sciences from Francis Bacon to Boniface Kedrov«, *The Journal of Mind and Behavior* 5 (1984) 3, str. 245–259.

Bishop, Alan (1991): *Mathematical Enculturation. A Cultural Perspective on Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, Massachusetts.

Davie, George (2000): *The Democratic Intellect. Scotland and Her Universities in the Nineteenth Century*, Edinburgh University Press, Edinburgh.

Davis, Philip; Hersh, Reuben (1981): *Descartes Dream*, Harcourt Brace Jovanovich, Chicago.

Državni zavod za statistiku (2022): »Klasifikacija znanstvenih i umjetničkih područja i polja«, *Dzs.gov.hr*. Dostupno na: <https://www.dzs.hr/hrv/important/Obrasci/08-Obrazovanje/Obrasci/Klasifikacija%20podrucja%20znanosti.pdf> (pristupljeno 22. 1. 2022.).

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu (2022): »Diplomski studiji«, *Fer.unizg.hr*. Dostupno na: <https://www.fer.unizg.hr/studiji/dipl/ikt> (pristupljeno 22. 2. 2022.).

Filozofski fakultet Sveučilišta u Zagrebu (2022): »Odsjek za lingvistiku«, *Ffzg.unizg.hr*. Dostupno na: <http://www.ffzg.unizg.hr/oling/> (pristupljeno 22. 2. 2022.).

Franklin, James (1994): »The Formal Sciences Discover the Philosopher's Stone«, *Studies in History and Philosophy of Science* 25 (1994) 4, str. 513–533.

Frege, Gottlob (1968/1884): *Die Grundlagen der Arithmetik / The Foundations of Arithmetic*, Northwestern University Press, Evanston.

Gödel, Kurt (1944): »Russell's Mathematical Logic«, u: Paul Benacerraf, Hilary Putnam (ur.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, Cambridge University Press, Cambridge, str. 447–469.

Hilbert, David (1925): »On the Infinite«, u: Paul Benacerraf, Hilary Putnam (ur.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, Cambridge University Press, Cambridge, str. 447–469.

Horsten, Leon (2022): »Philosophy of Mathematics«, u: Edward N. Zalta (ur.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Dostupno na: <https://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/> (pristupljeno 15. 2. 2022.).

Husserl, Edmund (2000/1913): *Logical Investigations*, Dermot Moran (ur.), Routledge, London.

Kedrov, Bonifati (1964): »The History of the Classification of Sciences«, *Organon* 1 (1964), str. 165–185.

Kedrov, Bonifati (1977/1980): *La classification des sciences / The Classification of the Sciences*, prev. J. Lemagnen, sv. 1–2, Editions du Prog, Moskva.

Kohl, Benjamin G. (1992): »The Changing Concept of the 'Studia Humanitatis' in the Early Renaissance«, *Renaissance Studies* 6 (1992) 2, str. 185–209, doi: <https://doi.org/10.1111/1477-4658.t01-1-00116>.

Lagemaat, Richard van de (2006): *Theory of Knowledge for the IB Diploma*, Cambridge University Press, Cambridge.

Mager, Tino; Hein, Carola (2019): »Mathematics and/as Humanities: Linking Humanistic Historical to Quantitative Approaches«, u: Luca D'Acci (ur.), *The Mathematics of Urban Morphology*, Springer, Cham, str. 523–528, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-12381-9\\_27](https://doi.org/10.1007/978-3-030-12381-9_27).

Marchisotto, Elena Anne (1992): »Mathematics as a Humanistic Discipline«, *Humanistic Mathematics Network Journal* 7 (1992), str. 69–76, doi: <https://doi.org/10.5642/hmnj.199201.07.09>.

Matsumoto, Saburo (2021): *Liberal Arts Mathematics*, College of the Canyons, Santa Clarita.

Nickles, Thomas (2013): »The Problem of Demarcation«, u: Massimo Pigliucci, Maarten Boudry (ur.), *Philosophy of Pseudoscience. Reconsidering the Demarcation Problem*, The University of Chicago Press, Chicago, str. 101–120, doi: <https://doi.org/10.7202/chicago/9780226051826.003.0007>.

Platon (1997): *Država*, prev. Martin Kuzmić, Naklada Jurčić, Zagreb.

Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu (2022): »Matematički odsjek«, *Pmf.unizg.hr*. Dostupno na: <https://www.pmf.unizg.hr/math/studiji> (pristupljeno 22. 2. 2022.).

Šikić, Zvonimir (2020): »Mathematical Logic: Mathematics of Logic or Logic of Mathematics«, u: Sandro Skansi (ur.), *Guide to Deep Learning Basics*, Springer, Cham, str. 1–6, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-37591-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-37591-1_1).

Tubbs, Nigel (2014): *Philosophy and Modern Liberal Arts Education. Freedom is to Learn*, Palgrave Macmillan, Houndmills – Basingstok – Hampshire.

Waltershausen, Wolfgang Sartorius von (1965/1856): *Gauss zum Gedächtniss*, Sändig Reprint – Verlag H. R. Wohlwend, Leipzig.

Weir, Alan (2022): »Formalism in the Philosophy of Mathematics«, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ur.). Dostupno na: <https://plato.stanford.edu/entries/formalism-mathematics/> (pristupljeno 15. 2. 2022.).

Wiener, Norbert (1948): *Cybernetics. Or Control and Communication in the Animal and the Machine*, Hermann & Cie – MIT Press, Pariz – Cambridge.

## **Sandro Skansi, Kristina Šekrst, Marko Kardum**

### **Is Mathematics a Humanistic Science?**

#### **Abstract**

*In this paper, through the analysis of the division of different scientific fields, we deal with the nature of mathematics as a scientific discipline. Through the historical analysis of the division of science, but also the analysis of the nature of mathematics and the ontological status of the objects that mathematics deals with, we show that the now-established divisions among scientific fields are the result of social circumstances and that mathematics itself is closer to the humanities than the natural sciences.*

#### **Keywords**

mathematics, formal science, humanities, logic, philosophy of mathematics, natural science