

## Rješenje nagradnog natječaja br. 243

Dokaži da su pozitivni realni brojevi  $a, b, c$  duljine stranica strokuta ako i samo ako je

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}.$$

**Rješenje.** Kvadriranjem obiju strana dobivamo

$$(a^2 + b^2 + c^2)^2 < 4(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2).$$

Odavde je

$$0 < (2bc)^2 - (a^2 - b^2 - c^2)^2$$

ili

$$0 < (2bc + b^2 + c^2 - a^2)(2bc - b^2 - c^2 + a^2)$$

tj.

$$0 < (a + b + c)(-a + b + c)(a - b + c)(a + b - c).$$

Ako su  $a, b, c$  duljine stranica trokuta, onda su svi faktori pozitivni.

Ako su dva negativna, npr.  $-a + b + c < 0$  i  $a - b + c < 0$ , onda je  $2c < 0$ , što nije moguće.  
Dakle, tvrdnja vrijedi.

Knjigom Žarko Čulić, *Sudoku od početnika do eksperta*, Element, Zagreb, 2023., nagrađen je učenik

*Marko Dodig* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb.

## Riješili zadatke iz br. 4/292

a) Iz matematike: *Marko Dodig* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3917–3924, 3926–3930; *Vid Horvat* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3917, 3918, 3924.

b) Iz fizike: *Lara DŽubur Krajinović* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 518, 519, 521; *Ana Lakoš* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 518, 519, 521; *Mihovil Marić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 518, 519, 521; *Marko Dodig* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 1812, 1814, 1815, 1817.

## Nagradni natječaj br. 245

Kolika je vrijednost sume

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{37}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \frac{2}{5} + \dots + \frac{2}{37}\right) \\ + \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{3}{6} + \dots + \frac{3}{37}\right) + \dots + \left(\frac{35}{36} + \frac{35}{37}\right) + \frac{36}{37} ?$$

## SVIM SURADNICIMA

---

U Matematičko-fizičkom listu objavljaju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadatci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara i fizičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisaćim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

## RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

---

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika:** [zeljko.hanjs@math.hr](mailto:zeljko.hanjs@math.hr)

## Matematičko-fizički list na Facebooku

---

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

<https://www.facebook.com/MatFizL>

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.