

# MATEMATIČKO MODELIRANJE DINAMIČKOG PONAŠANJA HLAĐENOG TERETA U BRODSKOM RASHLADNOM KONTEJNERU

## *Mathematical Modelling of Dynamic Behaviour of Refrigerated Products in a Ship's Refrigerated Container*

mr. sc. Matko Bupić  
Strojarski odjel Sveučilišta u Dubrovniku

prof. dr. sc. Branimir Pavković  
Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci

doc. dr. sc. Tomislav Jemrić  
Agronomski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

UDK 519.87:621.56

### Sažetak

*U radu je opisan razvoj matematičkog modela koji omogućuje izračunavanje promjena temperature i vlažnosti hlađenog tereta u brodskom rashladnom kontejneru, tj. simulaciju njegova dinamičkog ponašanja. Vlažni zrak koji opstrujava oko hlađenog tereta u kontejneru u stalnom je dodiru s površinom tereta. Na taj način dolazi do procesa izmjene topline i mase između hlađenog tereta i vlažnog zraka. Pri tome se misli na pojave ishlapljivanja na površinama tereta koje su pristupačne zračnoj struji, čime se suši samo površinski sloj tereta. Ovo je razmatranje ograničeno na sušenje samo grube vlažnosti, a ne i higroskopne. Razvijeni matematički model, koji opisuje dinamičke promjene temperature i vlažnosti hlađenog tereta ovisno o različitim utjecajnim čimbenicima, zasnovan je na masenim i energijskim bilancama. Postavljeni model modificiran je radi opisa faznih promjena, pa omogućuje simulaciju dinamičkog ponašanja hlađenog tereta i u temperaturnom području ispod 0 °C (uključujući 0 °C).*

*Ključne riječi: matematičko modeliranje, hlađeni teret, brodski rashladni kontejner.*

### Summary

*The presented paper describes the development of mathematical model suitable for calculating temperature and humidity response and for simulation of dynamic behaviour of refrigerated products in a ship's refrigerated container. Moist air, circulating around refrigerated products within refrigerated container is continuously in direct contact with surface of the goods. Simultaneous heat and mass exchange occurs between refrigerated goods and moist air. During such process mass exchange is considered as evaporation at the product surface exposed to air circulation. Only top surface of the product is therefore drying. This paper is limited to consideration of surface drying moisture, but not the hygroscopic moisture. Developed mathematical model, describing the dynamic changes of temperature and humidity of refrigerated goods caused by multiple influential factors, is based on mass and energy balances. Such model provides simulation of dynamic behaviour of refrigerated product between temperature ranges of above and below 0°C (including 0°C).*

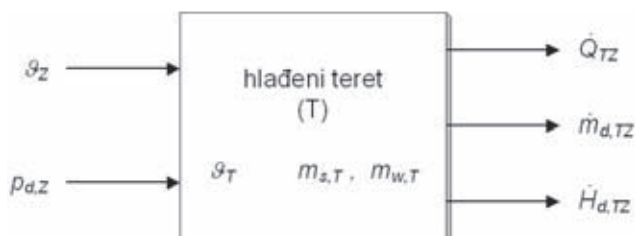
*Keywords: mathematical modelling, refrigerated products, ship's refrigerated container*

## UVOD / Introduction

Industrija hlađenog tereta, koja obuhvaća dugotrajno čuvanje, transport i distribuciju lako pokvarljive robe, u stalnom je porastu po kapacitetu i ostvarenom prometu. Optimizacija rashladnih sustava s pomoću različitih metoda simulacije uključuje modeliranje svih komponenata rashladnih sustava, posebno samoga hlađenog tereta. Hlađeni teret, kojemu je strukturni model prikazan na slici 1., ima temperaturu  $\vartheta_T(t)$  i ukupnu masu  $m_T(t)$ . Ukupna masa tereta sastoji se od mase suhog tereta  $m_{s,T}$  i od vlage sadržane u teretu  $m_{w,T}(t)$ , tako da je:

$$m_T(t) = m_{s,T} + m_{w,T}(t) \quad (1)$$

Hlađeni teret nalazi se u kontejneru opstrujavan hlađenim vlažnim zrakom kojemu je temperatura  $\vartheta_r(t)$  i parcijalni tlak vodene pare  $p_{d,z}(t)$ . Zbog razlike temperatura zraka i tereta, toplina  $\dot{Q}_{TZ}$  prelazi će s tereta na zrak. Osim toga, zbog razlike parcijalnih tlakova vodene pare u zraku i teretu, vlaga iz tereta će ishlapljivati i u obliku vodene pare  $\dot{m}_{d,TZ}$  prelaziti u zrak, noseći sa sobom određenu količinu topline, to jest entalpije  $\dot{H}_{d,TZ}$ . Pri tome se misli na pojave ishlapljivanja na površinama tereta koje su pristupačne zračnoj struji, čime se suši samo površinski sloj tereta. Ovo se razmatranje pojednostavljuje i time što uključuje samo sušenje grube vlažnosti, a ne i higroskopne.



Sl. 1. Strukturni model hlađenog tereta  
Fig. 1. Structural model of refrigerated cargo

Treba postaviti matematički model hlađenog tereta koji opisuje dinamiku temperature  $\vartheta_T(t)$  i dinamiku vlažnosti hlađenog tereta  $m_{w,T}(t)$ , te dinamiku toplinskog  $\dot{Q}_{TZ}(t)$  i vlažnosnog opterećenja zraka u kontejneru od hlađenog tereta  $\dot{m}_{d,TZ}(t)$  – sve ovisno o promjenama temperature  $\vartheta_r(t)$  i vlažnosti hlađenoga vlažnog zraka u kontejneru, tj. parcijalnog tlaka vodene pare u zraku  $p_{d,z}(t)$ .

Uz pretpostavku o sušenju samo površinske grube vlage s hlađenog tereta, pri postavljanju dinamičkoga matematičkoga modela uvode se sljedeće pretpostavke i pojednostavnjenja:

- temperatura hlađenog tereta  $\vartheta_T$  jednaka je po cijeloj površini tereta,

- specifični toplinski kapacitet suhoga hlađenog tereta  $c_{s,T}$  ima konstantnu vrijednost,
- koeficijent prijelaza topline na površini tereta  $\alpha_T$  nije funkcija temperature,
- hlađeni teret je homogen, konstantnih fizikalnih svojstava,
- ne uzima se u obzir izmjena topline zračenjem,
- zanemaruje se prijenos mase sublimacijom nakon zaleđivanja.

## JEDNADŽBE OČUVANJA ENERGIJE I MASE / Equation of Energy and Mass Preserving

Bilanca unutarnje energije hlađenog tereta može se izraziti jednadžbom:

$$\frac{dU_T(t)}{dt} = -\dot{Q}_{TZ}(t) - \dot{H}_{d,TZ}(t) \quad (2)$$

gdje je:

- $U_T$  - unutarnja energija hlađenog tereta, J;
- $\dot{Q}_{TZ}$  - toplinski tok s površine tereta na hlađeni zrak, Js<sup>-1</sup>;
- $\dot{H}_{d,TZ}$  - entalpijski tok s površine tereta na hlađeni zrak, Js<sup>-1</sup>.

Lijeva strana jednadžbe (2) izražava promjenu unutarnje energije hlađenog tereta, i može se izraziti kao:

$$\frac{dU_T(t)}{dt} = m_{s,T} \frac{du_{s,T}(t)}{dt} + m_{w,T}(t) \frac{du_{w,T}(t)}{dt} + u_{w,T}(t) \frac{dm_{w,T}(t)}{dt} \quad (3)$$

gdje je:

- $m_{s,T}$  - masa suhog hlađenog tereta, kg;
- $m_{w,T}$  - masa vlage sadržane u hlađenom teretu, kg;
- $u_{s,T}$  - specifična unutarnja energija suhog tereta, Jkg<sup>-1</sup>:

$$u_{s,T} = c_{s,T} \vartheta_T; \quad (4)$$

- $c_{s,T}$  - specifični toplinski kapacitet suhoga hlađenog tereta, Jkg<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>;

- $u_{w,T}$  - specifična unutarnja energija vlage sadržane u hlađenom teretu, Jkg<sup>-1</sup>.

Već je rečeno da je ovo razmatranje ograničeno na ishlapljivanje grube vlage, koja se vlada približno kao slobodna površina vode. Zato se može zanemariti razlika između specifične unutarnje energije i specifične entalpije takve vlage [4], pa je:

$$u_{w,T} = h_{k,T} = c_k \vartheta_T \quad (5)$$

gdje je:

- $c_k$  - specifični toplinski kapacitet vode,  $c_k = f(\vartheta)$ , Jkg<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>;

- $\vartheta_T$  - temperatura hlađenog tereta, °C.

Uvrštenjem jednačba (4) i (5), uz zamjenu indeksa "w", koji označuje općenitu vlagu, indeksom "k", koji označuje kapljevitu vlagu, jednačba (3) postaje:

$$\frac{dU_T(t)}{dt} = m_{s,T} c_{s,T} \frac{d\vartheta_T(t)}{dt} + m_{k,T}(t) c_k \frac{d\vartheta_T(t)}{dt} + h_{k,T} \frac{dm_{k,T}(t)}{dt} \quad (6)$$

Prvi član na desnoj strani jednačbe (2) je toplinski tok koji se s površine hlađenog tereta odvodi na hlađeni zrak:

$$\dot{Q}_{TZ}(t) = q_{TZ}(t) A_T = \alpha_T [\vartheta_T(t) - \vartheta_Z(t)] A_T \quad (7)$$

gdje je:

$q_{TZ}$  - gustoća toplinskog toka s površine tereta na hlađeni zrak,  $\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2}$ ;

$A_T$  - površina tereta izložena struji hlađenog zraka,  $\text{m}^2$ ;

$\alpha_T$  - koeficijent prijelaza topline na površini tereta,  $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ;

$\vartheta_Z$  - temperatura hlađenog zraka,  $^{\circ}\text{C}$ ,

a drugi član je entalpijski tok koji se s ishlapljenom vlagom s površine hlađenog tereta odvodi na hlađeni zrak:

$$\dot{H}_{d,TZ}(t) = \dot{m}_{d,TZ} h_{d,T} \quad (8)$$

gdje je:

$\dot{m}_{d,TZ}$  - maseni tok ishlapljene vlage s površine tereta u hlađeni zrak,  $\text{kg s}^{-1}$ ;

$h_{d,T}$  - specifična entalpija vodene pare,  $\text{Jkg}^{-1}$ .

Ako se jednačbe (6), (7) i (8) uvrste u jednačbu (2), dobiva se jednačba bilance unutarnje energije hlađenog tereta u razvijenom obliku:

$$m_{s,T} c_{s,T} \frac{d\vartheta_T(t)}{dt} + m_{k,T}(t) c_k \frac{d\vartheta_T(t)}{dt} + h_{k,T} \frac{dm_{k,T}(t)}{dt} = -\alpha_T [\vartheta_T(t) - \vartheta_Z(t)] A_T - \dot{m}_{d,TZ}(t) h_{d,T} \quad (9)$$

S obzirom na to da promjena mase vlage sadržane u hlađenom teretu nastaje zbog ishlapljivanja vlage s površine tereta u hlađeni vlažni zrak, masena bilanca vlage može se izraziti jednačbom:

$$\frac{dm_{k,T}(t)}{dt} = -\dot{m}_{d,TZ}(t) \quad (10)$$

Uvrštenjem jednačbe masene bilance vlage (10) u jednačbu energijske bilance hlađenog tereta (9), te njezinim sređivanjem, dobiva se izraz:

$$\frac{d\vartheta_T(t)}{dt} = -\frac{\alpha_T [\vartheta_T(t) - \vartheta_Z(t)] A_T + \dot{m}_{d,TZ}(t) [h_{d,T} - h_{k,T}]}{m_{s,T} c_{s,T} + m_{k,T}(t) c_k} \quad (11)$$

koji opisuje dinamiku temperature hlađenog tereta  $\vartheta_T(t)$ . Prethodni izraz, nakon transformacije u oblik prilagođen za izradbu simulacijskog modela u programskom jeziku Powersim, postaje:

$$\frac{d\vartheta_T(t)}{dt} = -\frac{1}{T_2} [\vartheta_T(t) - \vartheta_Z(t)] - \frac{1}{T_3} [h_{d,T} - h_{k,T}] \frac{1}{c_{s,T}} \quad (12)$$

$$T_2 = \frac{m_{s,T} c_{s,T} + m_{k,T}(t) c_k}{\alpha_T A_T} \quad (12.a)$$

$$T_3 = \frac{m_{s,T} + \frac{c_k}{c_{s,T}} m_{k,T}(t)}{\dot{m}_{d,TZ}(t)} \quad (12.b)$$

gdje su:

$T_2, T_3$  - varijabilne vremenske konstante, s.

### DEFINIRANJE VARIJABLA MODELA / Definition of Model Variable

Poslije postavljanja matematičkog modela koji opisuje dinamiku temperature hlađenog tereta  $\vartheta_T(t)$  u formi jednačbe (12), potrebno je definirati njegove varijable:  $h_{d,T}$ ,  $m_{k,T}(t)$  i  $\dot{m}_{d,TZ}(t)$ .

Ishlapljivanjem vlage s površine hlađenog tereta nastaje vodena para, zbog čega se teret suši, a hlađeni se vlažni zrak koji ga opstrujava dodatno ovlažuje. Međutim, treba uzeti u obzir i slučaj da je parcijalni tlak vodene pare u zraku,  $p_{d,T} < p_{d,Z}$ , kad će nastupiti dodatno ovlaživanje hlađenog tereta vlagom iz zraka. Pritom će predznak masenog toka vodene pare u jednačbi (11) biti negativan,  $\dot{m}_{d,TZ} < 0$ . Specifična entalpija pregrijane pare  $h_{d,T}$ ,  $\text{Jkg}^{-1}$ , u izrazu (11), ili (12), izračunava se ovisno o smjeru toka vodene pare prema sljedećem izrazu [2]:

$$h_{d,T} = \begin{cases} 2500357 + 1830 \vartheta_T & \text{za } \dot{m}_{d,TZ} > 0 \\ 2500357 + 1830 \vartheta_Z & \text{za } \dot{m}_{d,TZ} < 0 \end{cases} \quad (13)$$

Ukupni sadržaj vlage u hlađenom teretu mijenja se prema jednačbi (10), a njezina trenutna količina  $m_{k,T}(t)$  nakon isteka vremena  $t$ , s, od početnog trenutka  $t_0$ , s, određuje se prema izrazu:

$$m_{k,T}(t) = m_{k,T}(t_0) - \int_{t_0}^t \dot{m}_{d,TZ} dt \quad (14)$$

Na temelju analogije između prijenosa topline i prijenosa mase, maseni tok ishlapljene vlage s površine hlađenog tereta u hlađeni vlažni zrak  $\dot{m}_{d,TZ}$ ,  $\text{kg s}^{-1}$ , može se prema [1] izraziti kao:

$$\dot{m}_{d,TZ} = \beta_T A_T (p_{d,T} - p_{d,Z}) \quad (15)$$

gdje je:

$\beta_T$  - koeficijent prijenosa mase ishlapljivanjem vlage s površine tereta,  $\text{ms}^{-1}$ ;

$\rho_{d,T}$  - gustoća vodene pare koja nastaje ishlapljivanjem vlage s tereta,  $\text{kgm}^{-3}$ ;

$\rho_{d,z}$  - gustoća vodene pare u zraku,  $\text{kgm}^{-3}$ .

Kako je prema jednadžbi stanja idealnih plinova:

$$\rho_d = \frac{p_d}{R_d T_d} \quad (16)$$

jednadžba (15) postaje:

$$\dot{m}_{d,TZ} = \frac{\beta_T A_T}{R_d T_{sr,TZ}} (p_{d,T} - p_{d,z}) \quad (17)$$

gdje je:

$R_d$  - plinska konstanta vodene pare,  $R_d = 461,52 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ;

$p_{d,T}$  - parcijalni tlak vodene pare koja nastaje ishlapljivanjem vlage s tereta, Pa;

$p_{d,z}$  - parcijalni tlak vodene pare u zraku, Pa;

$T_{sr,TZ}$  - aritmetička srednja vrijednost temperatura tereta i zraka, K:

$$T_{sr,TZ} = \frac{T_T + T_Z}{2} \quad (18)$$

Uz pretpostavku da je relativna vlažnost oko površine hlađenog tereta  $\varphi_T \leq 1$ , izraz (17) može se pisati u obliku:

$$\dot{m}_{d,TZ} = \frac{\beta_T A_T}{R_d T_{sr,TZ}} (\varphi_T p_{gd,T} - p_{d,z}) \quad (19)$$

Vrijednost koeficijenta prijenosa mase  $\beta_T$ ,  $\text{ms}^{-1}$  treba odrediti na temelju postojeće analogija između prijenosa topline i prijenosa mase [1], koja je vidljiva i iz sličnosti Nusseltove bezdimenzijske značajke  $Nu$  za prijenos topline:

$$Nu = \frac{\alpha_T L_T}{\lambda_z} = C \left( \frac{w_z L_T}{v_z} \right)^m \left( \frac{v_z}{a_z} \right)^n \quad (20)$$

i Sherwoodove bezdimenzijske značajke  $Sh$  za prijenos mase:

$$Sh = \frac{\beta_T L_T}{D_{dz}} = C \left( \frac{w_z L_T}{v_z} \right)^m \left( \frac{v_z}{D_{dz}} \right)^n \quad (21)$$

gdje je:

$L_T$  - karakteristična linearna dimenzija hlađenog tereta, m;

$\lambda_z$  - koeficijent toplinske vodljivosti vlažnog zraka,  $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ;

$w_z$  - brzina strujanja zraka izvan graničnog sloja,  $\text{ms}^{-1}$ ;

$v_z$  - kinematička viskoznost vlažnog zraka,  $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ ;

$D_{dz}$  - koeficijent difuzivnosti pare u zraku,  $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ ;

$a_z$  - koeficijent difuzivnosti temperature u zraku,  $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ ;

$$a_z = \frac{\lambda_z}{c_{p,z} \rho_z}, \quad (22)$$

$c_{p,z}$  - specifični toplinski kapacitet vlažnog zraka pri konstantnom tlaku,  $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ;

$\rho_z$  - gustoća vlažnog zraka,  $\text{kgm}^{-3}$ ;

$C, m, n$  - konstante koje ovise o geometrijskom obliku hlađenog tereta, vrsti fluida i o vrsti strujanja (laminarno ili turbulentno).

Član u prvoj zagradi u izrazima (20) i (21) je Reynoldsova bezdimenzijska značajka  $Re$ :

$$Re = \frac{w_z L_T}{v_z} \quad (23)$$

kojoj vrijednost predstavlja kriterij za ocjenu karaktera strujanja. Kritična vrijednost Reynoldsove značajke  $Re_{kr}$ , pri kojoj se događa prelazak graničnog sloja iz laminarnoga u turbulentni režim strujanja, nije jednoznačna jer ovisi o hrapavosti nastrujavane površine, oštini ulaznog ruba, jednoličnosti osnovne struje, itd. Ipak, za većinu inženjerskih proračuna može se uzeti da je:

- za ravne ploče .....  $Re_{kr} \cong 500\,000$ ;
- za cijevi .....  $Re_{kr} \cong 3\,000$ .

Prema tome, za  $Re < Re_{kr}$  stabilna je struja laminarna, a za  $Re > Re_{kr}$  strujanje je turbulentno.

Međusobnim dijeljenjem jednadžba (20) i (21) dobiva se odnos između koeficijenta prijelaza topline  $\alpha_T$  i koeficijenta prijenosa mase  $\beta_T$ :

$$\frac{\alpha_T}{\beta_T} = \frac{\lambda_z}{D_{dz}} \left( \frac{D_{dz}}{a_z} \right)^n \quad (24)$$

iz kojega se daje odrediti koeficijent prijenosa mase  $\beta_T$ :

$$\beta_T = \frac{\alpha_T}{c_{p,z} \rho_z} Le^{n-1} \quad (25)$$

gdje je:  $Le$  - Lewisova bezdimenzijska značajka:

$$Le = \frac{a_z}{D_{dz}} \quad (26)$$

Vrijednost Lewisove značajke za sustav vodena para - vlažni zrak, koja je zastupljena u rashladnim tornjevima, sušarama i klimatizacijskim sustavima, prema [1] iznosi:  $Le = 0,937$ , dok za vrijednost eksponenta  $n$  u jednadžbi (25) također prema [1] treba uzeti da je:

- za laminarno strujanje .....  $n = 0$ ;
- za turbulentno strujanje .....  $n = 0,42$ .

## MODIFIKACIJA MODELA RADI OPISA FAZNIH PROMJENA / Model Modification for the Sake of Phasic Changes Description

Postavljeni matematički model u obliku jednadžba (12), (14) i (19) opisuje dinamiku temperature  $\vartheta_T(t)$  i vlažnosti  $m_{k,T}(t)$  hlađenog tereta, te dinamiku vlažnosnoga opterećenja zraka u kontejneru od hlađenog tereta  $\dot{m}_{d,TZ}$  u temperaturnom području iznad temperature zaleđivanja vode,  $\vartheta_T(t) > 0^\circ\text{C}$ . U trenutku  $t_e$ , s, kad se hlađeni teret ohladi na temperaturu zaleđivanja vode,  $\vartheta_T(t_e) = 0^\circ\text{C}$ , preostala količina kapljevite vlage u teretu  $m_{k,T}(t_e)$ , kg, nastavlja se jednim dijelom ishlapljivati, a jednim se dijelom počinje zaleđivati, pri čemu nastali led sublimira. Za to vrijeme temperatura tereta se ne mijenja. Nakon što se posljednja kapljica vode preobrazi u led, u teretu više nema kapljevite vlage,  $m_{k,T}(t_{ee}) = 0$  kg, pa se hlađeni teret, zajedno s nastalim ledom, nastavlja hladiti uz daljnje snižavanje temperature. Zbog toga, postavljeni matematički model hlađenog tereta treba modificirati kako bi se njime opisale i spomenute fazne promjene vlage u teretu.

Umjesto jednadžbom (3), promjena unutarnje energije hlađenog tereta od trenutka početka fazne promjene ( $t_e$ , s) do trenutka njezina završetka ( $t_{ee}$ , s), uz zanemarivanje razlike između specifične unutarnje energije i specifične entalpije, bit će izražena jednadžbom:

$$\frac{dU_T(t)}{dt} = h_{k,T} \frac{dm_{k,T}(t)}{dt} + h_{e,T} \frac{dm_{e,T}(t)}{dt} \quad (27)$$

gdje je:

$m_{e,T}$  - masa leda na hlađenom teretu, kg;

$h_{e,T}$  - specifična entalpija leda, Jkg<sup>-1</sup>.

Uvrsti li se jednadžbe (27), (7) i (8) u jednadžbu (2), dobiva se modificirana jednadžba bilance unutarnje energije hlađenog tereta:

$$h_{k,T} \frac{dm_{k,T}(t)}{dt} + h_{e,T} \frac{dm_{e,T}(t)}{dt} = -\alpha_T [\vartheta_T - \vartheta_Z(t)] A_T - \dot{m}_{d,TZ}(t) h_{d,T} \quad (28)$$

Istodobno, jednadžba masene bilance vlage u hlađenom teretu tokom fazne promjene je:

$$\frac{dm_{k,T}(t)}{dt} + \frac{dm_{e,T}(t)}{dt} = -\dot{m}_{d,TZ}(t) \quad (29)$$

Uvrstili se jednadžba masene bilance vlage (29) u jednadžbu energijske bilance hlađenog tereta (28), dobiva se jednadžba koja opisuje dinamiku preostale mase kapljevite vlage u teretu:

$$\frac{dm_{k,T}(t)}{dt} = \frac{\alpha_T [\vartheta_T - \vartheta_Z(t)] A_T + \dot{m}_{d,TZ}(t) [h_{d,T} - h_{k,T}]}{h_{k,T} - h_{e,T}} \quad (30)$$

to jest jednadžba koja opisuje dinamiku mase nastalog leda na hlađenom teretu:

$$\frac{dm_{e,T}(t)}{dt} = \frac{\alpha_T [\vartheta_T - \vartheta_Z(t)] A_T + \dot{m}_{d,TZ}(t) [h_{d,T} - h_{k,T}]}{h_{k,T} - h_{e,T}} \quad (31)$$

Nazivnici obiju prethodnih jednadžba ( $h_{k,T} - h_{e,T}$ ) imaju negativne vrijednosti topline zaleđivanja vode  $r_{ke}$ , Jkg<sup>-1</sup>, koja pri temperaturi od  $0^\circ\text{C}$  iznosi  $-334.000$  Jkg<sup>-1</sup>. Član ( $h_{d,T} - h_{k,T}$ ) u brojniku jednadžbe (31) izražava toplinu isparivanja vode  $r_{kd}$ , Jkg<sup>-1</sup>, koja pri temperaturi od  $0^\circ\text{C}$  iznosi  $2.500.357$  Jkg<sup>-1</sup>. Član ( $h_{d,T} - h_{e,T}$ ) u brojniku jednadžbe (30) predstavlja toplinu sublimacije leda  $r_{ed}$ , Jkg<sup>-1</sup>, koja je pri temperaturi od  $0^\circ\text{C}$  jednaka zbroju topline koptjenja leda  $r_{ek}$  i topline isparivanja vode  $r_{kd}$ , što iznosi  $2.834.357$  Jkg<sup>-1</sup> [3], to jest:

$$r_{ed} = r_{ek} + r_{kd} \quad (32)$$

Zamjenom entalpijskih razlika odgovarajućim oznakama za specifične topline faznih promjena, jednadžba (30), koja opisuje dinamiku preostale mase kapljevite vlage u teretu, postaje:

$$\frac{dm_{k,T}(t)}{dt} = \frac{\alpha_T [\vartheta_T - \vartheta_Z(t)] A_T + \dot{m}_{d,TZ}(t) r_{ed}}{r_{ke}} \quad (33)$$

a jednadžba (31), koja opisuje dinamiku mase nastalog leda na hlađenom teretu, postaje:

$$\frac{dm_{e,T}(t)}{dt} = \frac{-\alpha_T [\vartheta_T - \vartheta_Z(t)] A_T - \dot{m}_{d,TZ}(t) r_{kd}}{r_{ke}} \quad (34)$$

Od trenutka  $t_{ee}$ , s, sva je kapljevita vlaga preobražena što u paru  $m_{d,PZ}(t_{ee})$ , kg, što u led  $m_{e,P}(t_{ee})$ , kg, tako da je:

$$m_{d,TZ}(t_{ee}) + m_{e,T}(t_{ee}) = m_{k,T}(t_0) \quad (35)$$

pa je  $m_{k,T}(t_{ee}) = 0$  kg i hlađeni teret nastavlja se hladiti zajedno s nastalim ledom. Uz zanemarivanje prijenosa mase u nastavku procesa hlađenja (bilo sublimacijom leda u zrak, bilo kondenzacijom vodene pare iz zraka na teret), bilanca unutarnje energije hlađenog tereta, umjesto jednadžbom (9), bit će izražena jednadžbom:

$$m_{s,T} c_{s,T} \frac{d\vartheta_T(t)}{dt} + m_{e,T} c_e \frac{d\vartheta_T(t)}{dt} = -\alpha_T [\vartheta_T(t) - \vartheta_Z(t)] A_T \quad (36)$$

gdje je:

$c_e$  - specifični toplinski kapacitet leda,  $c_e = f(\vartheta)$ , Jkg<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>.

Transformacijom prethodne jednadžbe nastaje izraz koji opisuje dinamiku temperature hlađenog tereta u temperaturnom području  $\vartheta_T(t) < 0^\circ\text{C}$ :

$$\frac{d\vartheta_T(t)}{dt} = -\frac{1}{T_4} [\vartheta_T(t) - \vartheta_Z(t)] \quad (37)$$

$$T_4 = \frac{m_{sT} c_{sP} + m_{eT} c_e}{\alpha_T A_T} \quad (37.a)$$

gdje je:  $T_4$  - varijabilna vremenska konstanta, s.

### ZAKLJUČAK / Conclusion

Razvijeni matematički model opisuje dinamiku temperature  $\vartheta_T(t)$  i dinamiku vlažnosti hlađenog tereta  $m_{w,T}(t)$ , te dinamiku toplinskoga  $\dot{Q}_{TZ}$  i vlažnosnog opterećenja zraka u kontejneru od hlađenog tereta  $\dot{m}_{d,TZ}$  – sve ovisno o promjenama temperature  $\vartheta_Z(t)$  i vlažnosti hlađenoga vlažnog zraka u kontejneru, to jest parcijalnog tlaka vodene pare u zraku  $p_{d,Z}(t)$ . Model je s usredotočenim parametrima, zasnovan na masenim i energijskim bilancama, ograničen na sušenje samo površinske grube vlage s hlađenog tereta. Ovako postavljeni matematički model osnova je za izradbu simulacijskog modela.

Prezentirani model dio je dinamičkog modela cjelokupnog sustava broskog rashladnog kontejnera koji uz hlađeni teret uključuje: kontejnerske stijenke, vlažni zrak u kontejneru, kondenzacijsku jedinicu, isparivač, kontejnersku opremu, ventilator isparivača i grijač odmrzivača. Rezultati simulacije i verifikacija modela hlađenog tereta u broskom rashladnom kontejneru bit će prikazani u sljedećem članku.

### ZAHVALA / Acknowledgement

Rezultati prikazani u članku proizašli su iz znanstvenoistraživačkih projekata: *Primijenjena istraživanja rashladnih sustava s novim radnim tvarima* (069-0692972-2203) i *Optimizacija čuvanja breskve i nektarine tretmanima poslije berbe* (178-0000000-3583), koji se ostvaruju uz potporu Ministarstva znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske.

### LITERATURA / References

- [1] Mersmann: *Thermische Verfahrenstechnik – Grundlagen und Methoden*, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1980
- [2] M. Bupić: Dinamički model sustava broskog rashladnog kontejnera (magistarski rad), Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2004.
- [3] ASHRAE: 2005 ASHRAE Handbook – Fundamentals, American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., Atlanta, Georgia, USA, 2005
- [4] D. Voronjec i Đ. Kozić: *Vlažan vazduh*, Naučna knjiga, Beograd, 1989.
- [5] F. Bošnjaković: *Nauka o toplini*, II. dio, Tehnička knjiga, Zagreb, 1976.
- [6] A. Galović: *Termodinamika II*, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2003.

Rukopis primljen: 23. 4. 2008.

