

UDK 528.5:528.023

Pregledni znanstveni članak / Review

# SLAM i geodezija

Antun JAKOPEC<sup>1</sup>, Loris REDOVNIKOVIC<sup>2</sup>,  
Đuro BARKOVIĆ<sup>2</sup>, Mladen ZRINJSKI<sup>2</sup>

*SAŽETAK. Istovremeno određivanje položaja i kartiranje (engl. Simultaneous Localization and Mapping – SLAM) je tehnika u robotici koja se najčešće primjenjuje na mobilne robote. Osnovna je zadaća SLAM-a stvoriti interakciju s prostorom pomoću različitih senzora na robotu ili nekoj drugoj platformi, pa se time istovremeno određuje položaj i izrađuje kartografski prikaz, odnosno model predmetnog područja. Otkada je SLAM prvi put predstavljen 1986. godine, postao je važna tema u svijetu robotike i može se reći da nije prošao dan bez neke novosti o njemu. Osim u robotici, stručnjaci iz drugih područja također koriste SLAM, uglavnom u dvije različite svrhe, ovisno što ih interesira: je li to izrada modela predmetnog prostora ili određivanje položaja robota, odnosno neke druge platforme. Do danas su osmišljene različite vrste SLAM-a: SLAM utemeljen na proširenom Kalman filtru, SLAM utemeljen na filtru čestica i SLAM utemeljen na grafu. Različitim istraživanjima dokazalo se da najbolje rezultate daje SLAM utemeljen na grafu. Implementacije SLAM-a ovise o različitim čimbenicima, od kojih su najvažniji odabir odgovarajućih senzora i vrsta područja za koje će se SLAM primijeniti. Cilj ovoga rada je dati kratak uvid u definiciju SLAM-a, vrste SLAM-a, njegove prednosti i nedostatke, realizacije konkretnih slučaja te uvid u veliku povezanost geodezije i SLAM-a.*

*Ključne riječi: SLAM, geodezija, prošireni Kalman filter, graf, senzori.*

<sup>1</sup> Antun Jakopec, mag. ing. geod. et geoinf., SLAM Geodezija d.o.o., Ulica Bože Težaka 1a, HR-42000 Varaždin, Hrvatska, e-mail: info@slamgeodezija.com

<sup>2</sup> doc. dr. sc. Loris Redovniković, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: loris.redovnikovic@geof.unizg.hr  
prof. dr. sc. Đuro Barković, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: djuro.barkovic@geof.unizg.hr  
prof. dr. sc. Mladen Zrinjski, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: mladen.zrinjski@geof.unizg.hr

## 1. Uvod

Svjedoci smo ubrzanog razvoja tehnologije koja znatno mijenja dosadašnji način življenja i obavljanja svakodnevnih poslova. Geodetska struka je također pod velikim utjecajem tih tehnoloških promjena, koje omogućavaju efikasnije metode izmjere. Moderna izmjera najčešće koristi digitalne kamere, laserske skenere i lidare, koji se koriste za izmjeru predmetnog područja te je karakteristično da se pomoću njih dobije trodimenzionalni model područja. Takav trodimenzionalni model zauzima puno više memorije od klasičnih geodetskih metoda izmjere koje su se bazirale na pojedinačnom opažanju karakterističnih točaka na terenu. Međutim, razvojem računalne tehnologije omogućeno je geodetskim stručnjacima rješavanje vrlo zahtjevnih računskih procesa pa ova vrsta izmjere danas ne predstavlja više veliki problem. Također, koriste se različite platforme na koje se priključuju mjerni uređaji, a jedna od poznatijih i često korištenih u posljednje vrijeme je bespilotna letjelica (engl. Unmanned Aerial Vehicle – UAV).

Osim tehnološkog napretka u posljednjih 30-ak godina, važna prekretnica dogodila se u području robotike 1986. godine, kada je predstavljena metoda istovremenog određivanja položaja i kartiranja, skraćeno nazvana SLAM. Kako bi se roboti mogli samostalno kretati, moraju znati kako izgleda prostor koji ih okružuje. Da bi to bilo moguće, potreban je SLAM koji je prvenstveno osmišljen za robote. Stoga, glavni princip SLAM-a je stvoriti interakciju s prostorom pomoću različitih senzora na robotu kojom se istovremeno određuje položaj robota i izrađuje model predmetnog područja (Jiang i dr. 2019). Osim robota, model područja izrađen SLAM-om mogu koristiti i geodetski stručnjaci, na primjer za vizualizaciju prostora i izradu kartografskih prikaza. Popularnost primjene SLAM-a povezana je sa zatvorenim prostorima gdje nije moguć prijam signala globalnog navigacijskog satelitskog sustava (engl. Global Navigation Satellite Systems – GNSS). GNSS senzor može se koristiti kao dodatni uređaj za apsolutno određivanje položaja SLAM-a na otvorenim prostorima. Da bi se SLAM mogao koristiti, dovoljan je samo jedan senzor poput kamere ili lidara, a moguća je i kombinacija više senzora kao što su inercijalna mjerna jedinica (engl. Inertial Measurement Units – IMU), GNSS senzor, odometar, radar, sonar, 5G signal i dr. Korištenjem većeg broja senzora mogu se dobiti robusniji, precizniji, odnosno pouzdaniji mjerni sustavi, jer s više senzora dobiju se prekobrojna mjerenja koja se koriste u obradi i analizi geodetskih mjerenja. Na kvalitetu SLAM-a, osim senzora, utječu razni drugi utjecaji: konfiguracija terena koja je podložna promjenama, raspoloživi računalni resursi, prisutnost prirodnih ili umjetnih objekata, sličnost prostora poput hodnika na različitim etažama zgrade, tražena točnost i preciznost, kalibracija senzora, integracija više senzora, vremenski uvjeti, zatvoreni ili otvoreni prostor i dr. Stoga, i dalje ne postoji savršeno rješenje SLAM-a koje bi moglo eliminirati sve navedene utjecaje zbog čega korisnik mora utrošiti puno vremena i znanja u njegovu praktičnu realizaciju (Cadena i dr. 2016).

U ovom istraživanju proučeni su i predstavljeni različiti sadržaji vezani uz SLAM, razjašnjena je definicija SLAM-a te je dan pregled različitih vrsta SLAM-a i korištenih senzora. Također, dana je i poveznica s geodezijom.

## 2. Senzori u SLAM-u

Koji je najbolji senzor za SLAM? Koje senzore koristiti u budućim SLAM rješenjima? Ovo su samo neka od pitanja koja postavljaju SLAM stručnjaci. Do danas je jasno da SLAM rješenja ovise o vrsti senzora i okruženju u kojem se mjerni sustav kreće. Općenito, može se reći da je napredak u SLAM algoritmima često potaknut dostupnošću novih senzora. Međutim, savršeno rješenje za odabir senzora i algoritma u SLAM-u još nije pronađeno (Cadena i dr. 2016).

Osim lidar senzora, RGB kamere ili IMU-a, postoje i mnogi alternativni senzori koji bi se mogli iskoristiti, npr.: GNSS senzor, dubinske kamere, kamere svjetlosnog polja, kamere temeljene na događajima, magnetski senzori te olfaktivni, zvukovni i termalni senzori. Nažalost, u SLAM istraživanjima svi nabrojani alternativni senzori nisu u tolikoj mjeri razmatrani kao vizualni ili daljinomjerni senzori (Cadena i dr. 2016).

Prvotna SLAM rješenja koristila su daljinomjerne senzore kao što su akustični ili lidar senzori. Poznato je kako ti senzori daju vrlo precizne rezultate za mjerenje duljina u odnosu na vizualne, ali glavni je nedostatak što ne mogu prikupiti ostale informacije o prostoru, već samo geometrijske oblike kao što su točke, linije ili površine. Glavna je prednost vizualnih senzora što nude obilje informacija o prostoru, pogotovo semantičkih, gdje svaki piksel na fotografiji može značiti nešto, ali glavni im je nedostatak što ne mogu direktno dobiti informacije o dubini prostora, odnosno stvarnoj udaljenosti između kamere i nekog objekta (Zaffar i dr. 2018). Više informacija o sensorima u SLAM-u može se pronaći u radu Chong i dr. (2015).

Osim obraćanja pažnje na njihove prednosti i nedostatke, vrlo je važno uzeti u obzir i cijenu pojedinog senzora. Početkom ovoga stoljeća, kamere su zbog svoje niske cijene preuzele prvenstvo u SLAM-u. Lidar senzori su u to doba bili vrlo skupi, ali posljednjih je nekoliko godina razvijena nova tehnologija u proizvodnji lidar senzora koja je deseterostruko smanjila njihovu cijenu. Međutim, realizacija robusnog SLAM-a temeljenog na jeftinim sensorima nije lagan posao, štoviše, otežava se jer snižavanjem cijene senzora uglavnom opada i njihova kvaliteta. Tako jeftini senzori sadrže puno lošije karakteristike po pitanju njihove kvalitete izrade, preciznosti i pouzdanosti od uobičajenih skupljih senzora (Jiang i dr. 2019).

### 2.1. Vizualni senzori

Vizualni senzori pružaju bogat izvor informacija, odnosno mogu semantički interpretirati prostor oko sebe i dati vrlo dobre rezultate u statičnom prostoru gdje nema značajnih pomaka objekata, uz pretpostavku da je dobro osvijetljen i bez velikih kontrasta između objekata u prostoru (Debeunne i Viwet 2020). Najpoznatiji vizualni senzor je kamera. Njezina je prednost što je malih dimenzija, lagana, jednostavna za ugradnju, pruža mnogo informacija i praktična je za primjenu. Zbog niske cijene na tržištu i prikupljanja velikog broja podataka u kratkom vremenu postala je nezaobilazan senzor u SLAM-u (Wang i dr. 2019). Međutim, njezin je nedostatak što je ograničena na nisku

frekvenciju okidanja fotografija, nemogućnost određivanja stvarne udaljenosti kod monokularne kamere ili kratak domet određivanja udaljenosti kod stereo-kamere, jako je osjetljiva na nagle pokrete ili promjene osvjetljenja u prostoru te u slučaju jednoličnih, praznih, reflektirajućih ili prozirnih površina, kao što su zidovi ili prozori, nastaju pogreške u kartiranju (Debeunne i Vivet 2020).

Na tržištu su najpoznatije sljedeće vrste kamere: monokularne kamere, RGB-D kamere, stereo-kamere i kamere temeljene na događajima. Primjer vizualnog senzora prikazan je na slici 1.



Slika 1. Industrijska kamera (URL 1).

## 2.2. Lidar senzori

Već 1960-ih godina krenuo je razvitak senzora za lasersko skeniranje (engl. Light Detection and Ranging – Lidar). U odnosu na ostale senzore koji se koriste u SLAM-u, lidar senzori imaju najveći raspon određivanja dubine, odnosno duljine u prostoru (Zaffar i dr. 2018). Zbog mogućnosti mjerenja izravnih, gustih i preciznih duljina, ovaj je senzor uz kameru postao najkorišteniji u SLAM-u. Pomoću podataka prikupljenih lidarom, SLAM precizno određuje položaj robota i kartira gusti 3D oblak točaka. Moderni lidar senzori kreiraju veliku količinu 3D točaka u rasponu od nekoliko stotina pa do nekoliko milijuna točaka u sekundi. Obrada tako velike količine podataka u realnom vremenu i s ograničenim resursima na minijaturnim mobilnim računalima zahtijeva visoku učinkovitost računskih procesa. Stoga su potrebni veliki napor i osmišljavanju algoritama i tehnika kako bi se stvorio funkcionalan i pouzdan lidar SLAM u realnom vremenu (Xu i Zhang 2021, Xu i dr. 2022).

Trenutno dostupni lidar senzori koji se koriste u SLAM-u mogu se podijeliti u dvije skupine: mehanički lidari i lidari u čvrstom stanju (engl. Solid State Lidar – SSL). Cijena mehaničkog lidara iznimno je visoka u uspoređi sa SSL-om, koji osim prihvatljive cijene pruža i visoku preciznost koja nije ništa lošija od mehaničkih lidara (Van Nam i Gon-Woo 2021). Lidari u čvrstom stanju dolaze s jednostavnijom izradom bez motoriziranog mehaničkog sklopa što ih čini isplativijim za proizvodnju. Najpoznatiju vrstu SSL-a osmislila je tvrtka Livox koja je u posljednjih nekoliko godina proizvela različite modele. Imaju vrlo nisku cijenu u odnosu na konkurenciju: cijena *Livox Avia* s IMU-om je 1600 USD, *Livox Horizon* s IMU-om je 1300 USD, *Livox Mid 40* je 600 USD, a *Livox Mid-360* s IMU-om je 749 USD. Više o Livox SSL-ima može se pronaći na njihovoj

službenoj stranici (URL 2).

Mehanički lidari imaju ugrađeni rotacijski mehanizam i koriste optiku visoke kvalitete na temelju kojih mogu prikupiti podatke u širokom rasponu vidnog polja 360°. Međutim, izrada i ugradnja preciznih mehaničkih rotacijskih mehanizama, zrcala i ostalih dijelova nije jednostavna, zbog čega ovi lidari koštaju puno više od SSL-a. Na primjer, mehanički lidar *Velodyne HDL-64E* košta oko 75 000 USD. Međutim, i ova vrsta lidara prilagođavala se tržištu, tako da se može kupiti lidar manje kvalitete, npr. *Velodyne VLP-16* za 4000 USD. Više o Velodyne lidarima može se pronaći na njihovoj službenoj stranici (URL 3). Primjer lidar senzora prikazan je na slici 2.



Slika 2. Lidar u čvrstom stanju – Livox Mid-360 (URL 4).

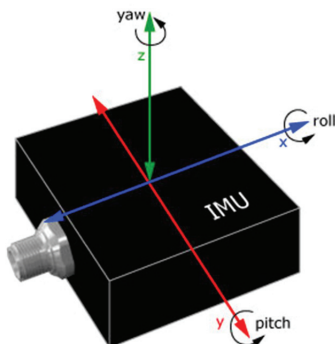
### 2.3. Inercijalna mjerna jedinica (IMU)

IMU senzori imaju svojstvo rada na visokim frekvencijama, odnosno mogu velikom brzinom prikupiti podatke koji mogu poslužiti za određivanje položaja u SLAM-u. Međutim, ova vrsta senzora raspolaže s informacijama samo o unutarnjem stanju mjernog sustava, bez direktnog doticaja s objektima u prostoru. Drugim riječima, ovi senzori ne pružaju mogućnost kartiranja prostora koji se inače koristi u SLAM-u. U slučaju korištenja samo ovog senzora za određivanje položaja, s vremenom dolazi do velike degradacije u rezultatima te se stoga ovi senzori najčešće kombiniraju s ekstrinzičnim sensorima, odnosno sa sensorima koji imaju direktni doticaj s objektima u prostoru. Primjer IMU senzora prikazan je na slici 3.

Tehnologija IMU-a prvenstveno se sastoji od senzora akcelerometra i žiroskopa, a ponekad i magnetometra. Akcelerometar se koristi za mjerenje inercijalnog ubrzanja, žiroskop za mjerenje kutne rotacije, a magnetometar mjeri smjer određen u odnosu na magnetski pol. Stoga se IMU može podijeliti na dva tipa (Ahmad i dr. 2013):

- IMU sastavljen od akcelerometra i žiroskopa. Zbog sklonosti žiroskopa da s vremenom gomila pogrešku i šum sadržan u oba senzora, korištenje ove vrste IMU-a ponekad nije dovoljno za postizanje zahtijevane točnosti.

- IMU sastavljen od akcelerometra, žiroskopa i magnetometra. U ovom se slučaju podaci prikupljeni magnetometrom mogu kombinirati s podacima žiroskopa kako bi se smanjilo gomilanje pogrešaka prilikom mjerenja.



Slika 3. IMU senzor (URL 5).

## 2.4. Globalni navigacijski satelitski sustavi (GNSS)

U današnje vrijeme uglavnom se za određivanje položaja koriste GNSS rješenja, koja omogućavaju ekonomično, pouzdano i jednostavno apsolutno pozicioniranje na Zemlji. Međutim, GNSS signal nije uvijek dostupan na terenu, npr. u tunelima, špiljama, urbanom području s visokim građevinama, kanjonima i dr. (Debeunne i Vivet 2020). U slučajevima kada GNSS signal nije pouzdan ili dostupan, potrebno je potražiti druga rješenja za kvalitetno određivanje položaja, a jedno od njih je SLAM.

Prvenstveno je SLAM napravljen za područja gdje GNSS signal nije dostupan. Međutim, GNSS uređaj se u pravilu također može implementirati u SLAM kao jedan od senzora pomoću kojega bi se moglo precizno odrediti položaj tamo gdje je signal dostupan, a dodatnom kombinacijom različitih drugih senzora postigli bi se kvalitetni rezultati. Primjer GNSS senzora prikazan je na slici 4.



Slika 4. GNSS senzor (URL 6).



### 3. Kronologija razvoja SLAM-a

Načini koji se primjenjuju za rješavanje problema SLAM-a sežu u prošlost sve do Carla Fridricha Gaussa (1777.–1855.), koji je zaslužan za osmišljavanje metode najmanjih kvadrata, a koja se primjenjuje u SLAM-u. Na konferenciji IEEE *Robotics and Automation* održanoj 1986. u San Franciscu, stvorila se ideja o SLAM-u koji je trebao biti osmišljen na teoriji vjerojatnosti (Durrant-Whyte i Bailey 2006, Bailey i Durrant-Whyte 2006). Razrada problema i oblikovanje akronima *SLAM* prvi je puta predstavljeno 1995. godine na međunarodnom simpoziju *International Symposium on Robotics Research*. Prije tog simpozija, SLAM se nazivao *Concurrent Mapping and Localization* – CML (Durrant-Whyte i Bailey 2006). Montemerlo i dr. (2002) osmislili su FastSLAM utemeljen na filtru čestica, koji je jedan od najpoznatijih SLAM-ova nakon EKF SLAM-a. Lu i Milios (1997) prvi su primijenili u SLAM-u metodu najmanjih kvadrata, iz koje je proizašao SLAM utemeljen na grafu (Agarwal i dr. 2014). Dellaert i Kaess (2006) osmislili su jednu od najvažnijih metoda koju koristi SLAM utemeljen na grafu i nazvali je izgladivanje i kartiranje (engl. *Smoothing and Mapping* – SAM).

Za detaljniji uvid u problem SLAM-a i o njegovu razvitku čitatelja se upućuje na radove Durrant-Whyte i Bailey (2006), Bailey i Durrant-Whyte (2006) i Stachniss i dr. (2016). Za dublje shvaćanje SLAM-a utemeljenog na grafu može se proučiti rad Grisetti i dr. (2010), a za detaljnije objašnjenje o robotici utemeljenoj na teoriji vjerojatnosti može se pročitati u Thrun i dr. (2006). Rad Cadena i dr. (2016) može se smatrati osnovnim priručnikom za SLAM.

#### 3.1. Određivanje položaja mjernog sustava ili robota

Mjerni sustav sastoji se od jednog ili više senzora, a primjenjuje se u područjima robotike, automobilske industrije, navigacije, svemirske tehnologije, kartiranja i dr., odnosno u svim područjima gdje je važna implementacija SLAM-a pomoću kojega se istovremeno određuje položaj i kartira prostor. U slučaju korištenja više senzora odjednom, treba ih međusobno povezati i kalibrirati kako bi se definirao njihov relativni odnos koji je bitan za određivanje položaja mjernog sustava. Kod osmišljavanja SLAM-a za autonomne robote ili vozila koji u sebi sadrže mjerni sustav, najbitnije je u svakom trenutku odrediti njihov položaj u prostoru, dok istovremeno stvoreni kartografski prikaz najčešće služi za izbjegavanje raznih prepreka koje im se mogu naći na putu. U pravilu, pouzdanu autonomnu platformu vrlo je zahtjevno osmisliti i implementirati. Osim toga, mjerni sustavi u SLAM-u mogu se predočiti i kao zasebni sustavi koje korisnik može direktno nositi ili se mogu priključiti na automobil, bespilotnu letjelicu ili neku drugu platformu koja nema mogućnost potpune autonomije, već osoba mora upravljati njome, odnosno navoditi je putem naredbi. Takvi mjerni sustavi prvenstveno se koriste za kartiranje, jer određivanje njihova položaja ne služi za autonomno kretanje kroz prostor, već za izradu modela prostora, odnosno kartografskog prikaza izmjerenog prostora. U geodeziji uglavnom nema potrebe za potpunom autonomnošću, a dodatno, zbog jednostavnosti i

ekonomičnosti, dovoljno je odabrati rješenje u kojem osoba može sama upravljati platformom i dobiti kartografski prikaz.

U stranoj literaturi, u primjeni SLAM-a prvenstveno se navodi robot kao platforma kojoj se određuje položaj iako se zapravo misli na određivanje položaja mjernog sustava koji može biti ugrađen u robot ili implementiran kao zasebni mjerni sustav. Stoga će se, ovisno o prigodi u ovom radu, pri određivanju položaja koristiti oba pojma jer se praktički odnose na isto.

### 3.2. Razlika odometrije i SLAM-a

Prije podjele i dublje analize SLAM-a, važno je naglasiti razliku između odometrije i SLAM-a. Odometrija je metoda korištenja ulaznih podataka senzora za procjenu relativnog položaja i kretanja robota, drugim riječima služi za određivanje promjene položaja robota u prostoru tijekom određenoga vremenskog razdoblja. Ta je metoda osjetljiva na pogreške zbog nesavršenosti senzora koji sadrže šum. Zbog toga je vrlo važno brzo i što točnije prikupljanje podataka, kalibracija svih postojećih senzora na platformi i kvalitetna obrada podataka za učinkovitu upotrebu odometrije (URL 7).

Obje metode, odometrija i SLAM mogu koristiti intrinzične senzore, kao što su: IMU ili senzori na kotačima (odometri), i ekstrinzične senzore: kamera, lidar, radar i dr. Razlika između ove dvije vrste senzora je u interakciji s predmetnim prostorom. Ekstrinzični senzori direktno su povezani s prostorom, odnosno prikupljaju podatke iz stvarnog svijeta i imaju mogućnost kartiranja prostora. Kod intrinzičnih senzora to nije slučaj, moglo bi se reći da ovi senzori prikupljaju podatke o unutaršnjem stanju mjernog sustava bez doticaja s objektima u prostoru i nemaju mogućnost kartiranja (Van Nam i Gon-Woo 2021).

Često se odometrija poistovjećuje s pojmom SLAM i prikazuje kao konačno rješenje SLAM-a. Međutim to nije sasvim točno. Odometrija može koristiti bilo koju vrstu senzora, bio on intrinzične ili ekstrinzične prirode, jer krajnji je cilj odometrije položaj mjernog sustava. SLAM, osim određivanja položaja pomoću odometrije, kartira dijelove prostora i pohranjuje ih kao cjelinu, zbog čega mora sadržavati barem jedan senzor ekstrinzične prirode (Yousif i dr. 2015).

U počecima, odometrija se provodila odometrima, sensorima postavljenima na kotačima pomoću kojih se mjerio broj okretaja kotača tijekom gibanja robota ili korištenjem IMU-a. Tim načinom omogućilo se mjerenje puta koji je robot prošao (URL 7). Osim takve vrste odometrije, vrlo je važna odometrija bazirana na vizualnim ili lidar sensorima na temelju kojih mjerni sustav dolazi do interakcije s vanjskim svijetom i kartira prostor oko sebe, odnosno stvara trenutnu kartu pomoću koje određuje svoj položaj. Vizualna i lidar odometrija danas su vrlo važne za određivanje položaja mjernog sustava.

Odometrija temeljena na kameri naziva se *vizualna odometrija* (VO). Ukratko, na temelju prikupljenih fotografija i traženja identičnih točaka ili uzoraka na svakoj od njih, robot se može orijentirati u prostoru i odrediti relativni pomak u odnosu na prethodnu fotografiju. Za dublje shvaćanje vizualne odometrije preporučaju se radovi Scaramuzza i Fraundorfer (2011) i Fraundorfer i Scaramuzza (2012).



Odometrija temeljena na lidar senzoru naziva se *lidar odometrija* (LO). Kod lidar odometrije skeniranjem s različitih stajališta mjerni sustav uklapa oblake točaka pomoću identičnih dijelova preklopa skenova na temelju kojih određuje orijentaciju i relativni pomak, odnosno određuje relativno gibanje robota između dvaju uzastopnih položaja.

### 3.3. Teorijska osnova SLAM-a

Problem SLAM-a može se definirati na sljedeći način: mobilni robot nalazi se u nepoznatom prostoru, u nekoj početnoj točki  $x_0$ . Dok se kreće kroz prostor, robot opaža objekte u prostoru pomoću jednog ili više ekstrinzičnih senzora. Zbog različitih šumova i nesavršenosti senzora pomoću kojih se određuje položaj, u njegovom kretanju sadržana je nesigurnost određivanja pravog položaja robota u prostoru (Stachniss i dr. 2016).

Neka je trenutak vremena označen s  $t$ , a položaj robota u tom trenutku s  $x_t$ , vektor položaja definiran je sljedećim izrazom (Stachniss i dr. 2016):

$$X = \{x_0, x_1, \dots, x_i, x_j, \dots, x_t\}. \quad (1)$$

Odometrija pruža relativnu informaciju između dvaju uzastopnih položaja robota u vremenskom intervalu od  $t-1$  do  $t$  i označava se s  $u_t$ . Vektor odometrije definiran je sljedećim izrazom (Stachniss i dr. 2016):

$$U = \{u_0, u_1, \dots, u_i, u_j, \dots, u_t\}. \quad (2)$$

Prostor se najčešće modelira značajkama (engl. *Landmarks*), odnosno koordinatama orijentacijskih ili karakterističnih točaka koje se dobivaju opažanjem, odnosno mjerenjem i naknadnom obradom mjernih podataka. Položaj značajka označen je s  $m_t$  u trenutku  $t$ . Vektor modela prostora definiran je sljedećim izrazom (Stachniss i dr. 2016):

$$m = \{m_0, m_1, \dots, m_i, m_j, \dots, m_t\}. \quad (3)$$

Međutim, rezultat odometrije koji se na primjer dobije pomoću IMU-a, opterećen je pogreškama, zbog čega procijenjena vrijednost položaja robota odstupa od prave. Nakon provedene odometrije, robot opaža prostor oko sebe pomoću ekstrinzičnog senzora kao što je na primjer lidar. Osim što se pomoću lidara može kartirati prostor, mjerenja dobivena njime mogu povezati karakteristične točke u prostoru s robotom na temelju presjeka više laserskih zraka (slično presjeku natrag u geodeziji), odnosno određuje se relativni odnos između njih, koji služi za korekciju odometrije. U pravilu su rezultati dobiveni ekstrinzičnim sensorima točniji jer imaju direktni kontakt s prostorom pa se koriste za korekciju odometrije.

Uspostavljanjem vanjske veze između prostora  $m_t$  i položaja robota  $x_t$  pomoću mjerenja lidara, dobiva se vektor mjerenja koji je definiran izrazom (Stachniss i dr. 2016):

$$Z = \{z_0, z_1, \dots, z_i, z_j, \dots, z_t\}. \tag{4}$$

Dakle, problem SLAM-a može se definirati pomoću podataka odometrije dobivenih IMU-om i lidarom koji služi za kartiranje i korekciju odometrije, kao problem određivanja položaja robota  $x_t$  i kartiranja modela prostora  $m_t$  u realnom vremenu (Stachniss i dr. 2016). U stvarnosti, to mogu biti bilo koji drugi senzori, ali zbog lakšeg razumijevanja problema SLAM-a, korišteni su prethodno navedeni.

Postoje dva različita pristupa za rješavanje SLAM problema. Prvi je poznat pod nazivom *potpuni SLAM*, a drugi je *trenutni SLAM*. Potpuni SLAM omogućuje procjenu cjelokupne putanje robota i kartiranja prostora na temelju svih trenutnih i prošlih podataka, i određen je izrazom (Stachniss i dr. 2016):

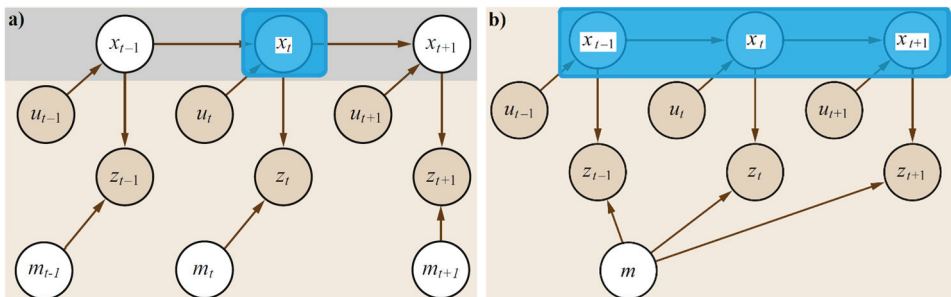
$$p(X, m | Z, U). \tag{5}$$

Varijable  $X$  i  $m$  su nepoznate i odredit će se na temelju vektora odometrije i vektora mjerenja koji su poznati. Kao rezultat potpunog SLAM-a dobiva se funkcija vjerojatnosti za  $X$  i  $m$  iz podataka  $Z$  i  $U$ .

Algoritmi koje koristi trenutni SLAM, određuju samo trenutni položaj  $x_t$ , umjesto cjelokupne putanje, i nazivaju se *filtrima*. Riječ filter govori da se dio podataka filtrira, odnosno uzimaju se samo trenutni podaci, a prethodni koji su se koristili za određivanje prijašnjeg položaja se ne koriste. Stoga, trenutni SLAM omogućuje u trenutku  $t$  procjenu položaja robota  $x_t$  i kartiranja prostora  $m_t$  pomoću odometrije  $u_t$  i mjerenja  $z_t$ , s pretpostavkom da se zna gdje se robot nalazio u trenutku  $t-1$ , odnosno da mu je određen položaj  $x_{t-1}$ , kako bi se varijable  $x_t$  i  $m_t$  mogle relativno povezati s položajem  $x_{t-1}$ . Trenutni SLAM određen je izrazom (Stachniss i dr. 2016):

$$p(x_t, m_t | z_t, u_t). \tag{6}$$

Na slici 5a prikazan je trenutni SLAM, gdje se može uočiti kako je plavom bojom zaokružena samo jedna varijabla  $x_t$  koja se odnosi na trenutni položaj robota, dok slika 5b prikazuje potpuni SLAM koji obuhvaća sve varijable  $X$ .



Slika 5. Shematski prikaz SLAM rješenja: a) trenutni SLAM, b) potpuni SLAM (Stachniss i dr. 2016).

Obje vrste SLAM-a su iterativne prirode jer svakim pomakom robota potrebno je izračunati njegov novi položaj i kartirati prostor. Međutim, potpuni SLAM, zbog korištenja svih dostupnih podataka, postiže rješenja koja su pouzdanija i točnija u odnosu na trenutni SLAM. Stoga je potpuni SLAM bolji izbor za primjenu u geodetske svrhe.

## 4. Osnovna podjela SLAM-a

Sva SLAM rješenja do danas proizašla su iz tri osnovne vrste SLAM-a (Stachniss i dr. 2016):

- SLAM utemeljen na proširenom Kalman filtru (engl. Extended Kalman Filter SLAM – EKF SLAM): najpoznatiji i povijesno najstariji SLAM u robotici, razvijen 1990-ih godina. Međutim, kroz vrijeme je postao sve manje popularan zbog svojih ograničenja u računalnim procesima i linearizaciji sustava. Spada u kategoriju trenutnog SLAM-a.
- SLAM utemeljen na filtru čestica (engl. Particle Filter based SLAM – PF SLAM): ova vrsta SLAM-a koristi neparametarske statističke tehnike filtriranja čestica i time zaobilazi neke probleme sadržane u EKF SLAM-u. Razvijen je 2002. godine i također spada u kategoriju trenutnog SLAM-a.
- SLAM utemeljen na grafu (engl. Graph-Based SLAM): Razvijen je 1997. godine i spada u kategoriju potpunog SLAM-a. Temelji se na grafu i uspješno rješava problem nelinearnih sustava. U novije vrijeme, zbog dostupnosti visokoučinkovitih metoda prepoznavanja petlji, zatvaranja petlji i optimizacije grafa, ova je metoda najučestalija i temelj je za gotovo sve novitete u SLAM-u.

### 4.1. SLAM utemeljen na proširenom Kalman filtru

Algoritmi temeljeni na Gausovim filtrima zauzimaju dominantnu poziciju u povezivanju različitih vrsta podataka prikupljenih s više različitih senzora. Kalman filter (KF) i prošireni Kalman filter (EKF) dvije su karakteristične primjene Gaussovih filtra i obje su zasnovane na temelju dva parametra: srednje vrijednosti i standardnog odstupanja (Zou i dr. 2021).

EKF SLAM u osnovi je primjena EKF algoritma na trenutni SLAM. Robot pomoću EKF SLAM-a određuje svoj položaj i kartira prostor s određenom preciznošću. Kao rezultat stvara se korelacija između položaja robota i opažanih značajki modela prostora, posljedično se pogreška određivanja položaja robota prenosi na značajke te se s vremenom nesigurnost određivanja položaja povećava (Stachniss i dr. 2016).

Ova metoda, zbog nedostatka mogućnosti zatvaranja petlje i krhkosti u identifikaciji i povezivanju identičnih podataka u prostoru, mora koristiti robusne algoritme za eliminaciju pogrešaka, u protivnom pogreške mogu uzrokovati veliko odstupanje od prave vrijednosti što će dovesti do potpuno krivog rješenja

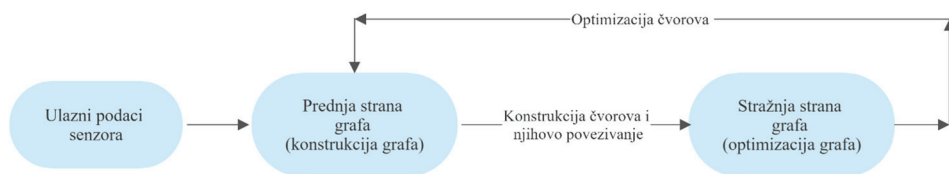
SLAM-a. Dodatni nedostatak je što se zbog međusobne korelacije stvara matrica kovarijance s kompleksnošću koja raste s kvadratom te otežava računске procese (Wang i dr. 2019).

## 4.2. SLAM utemeljen na filtru čestica

Filtar čestica je u odnosu na EKF i KF neparametarski filtar. Stoga se ova metoda može osloboditi linearne pretpostavke sustava i ograničenja koje donosi Gaussov filtar (Wang i dr. 2019). Strategija SLAM-a utemeljenog na filtru čestica koristi čestice za procjenu položaja robota, gdje svaka pojedinačna čestica čini moguće rješenje položaja robota (Zou i dr. 2021). Ključni problem SLAM-a utemeljenog na filtru čestica je veličina prostora u kojem je robot smješten. U slučaju duge putanje robota, karta prostora će se sve više povećavati, a posljedično će narasti broj čestica i potreba za njihovom međusobnom povezanošću što dovodi do velike kompleksnosti sustava (Stachniss i dr. 2016). Murphy i Russell (2001) dokazali su da su položaji značajki prostora međusobno neovisni kada je poznat položaj robota te su na taj način razriješili gomilanja međusobno ovisnih čestica. Tako je u Montemerlo i dr. (2002) predložen FastSLAM, čiju teorijsku osnovu čine Rao-Blackwellised dekompozicija i SLAM utemeljen na filtru čestica. Time se znatno smanjila kompleksnost i ubrzao izračun sustava. Prednost FastSLAM-a je što se može primijeniti na ostale funkcije gustoće vjerojatnosti, odnosno ne mora biti specifično Gaussova funkcija (Wang i dr. 2019).

## 4.3. SLAM utemeljen na grafu

SLAM utemeljen na grafu može se podijeliti na dva dijela: *prednja strana grafa* (engl. *Front end*) ili *konstrukcija grafa* i *stražnja strana grafa* (engl. *Back end*) ili *optimizacija grafa*. Slika 6 prikazuje njihovu konstrukcijsku shemu (Jiang i dr. 2019).



Slika 6. SLAM utemeljen na grafu (prema Jiang i dr. 2019).

### 4.3.1. Prednja i stražnja strana grafa

Prije provedbe stražnje strane SLAM-a, potrebno je imati prednju stranu koja pomoću senzora prikuplja relevantne značajke prostora i procjenjuje položaj robota u prostoru. Na primjer, vizualni SLAM koristi senzor kamere u pred-

njoj strani na način da izdvaja prepoznatljive značajke prostora i sprema ih u obliku piksela. Povezivanje podataka (engl. *Data Association*) u prednjoj strani grafa zaslužno je da u svakom mjerenju identificira i poveže izdvojene značajke u stvarnosti s određenim orijentacijskim točkama, odnosno pronade i poveže identične značajke opažane s dvije različite lokacije u prostoru (Cadena i dr. 2016). Međutim, treba imati na umu kako mjereni podaci, prikupljeni vizualnim ili daljinomjernim sensorima, sadrže različite vrste šumova, pogotovo ako se koriste jeftini senzori. Zbog šuma sadržanog u mjerenjima doći će do nakupljanja pogrešaka u procjeni položaja (Jiang i dr. 2019).

Stražnja strana može pomoću algoritama optimizacije grafa eliminirati nagomilane pogreške i smanjiti nesigurnost te poboljšati određivanje položaja robota i kartiranje prostora. Glavni cilj optimizacije grafa je rješavanje potpunog problema SLAM-a koristeći metodu najmanjih kvadrata (Zou i dr. 2021).

Koristeći tehniku prorijedenih grafova (engl. *Sparse graphs*) i polupraznih matrica, SLAM utemeljen na grafu može kartirati prostor mnogo većih dimenzijama nego što je to moguće pomoću EKF SLAM-a. Ključni ograničavajući čimbenik u EKF SLAM-u je matrica kovarijance i njezina kompleksnost koja raste s kvadratom, a time i vremensko ažuriranje raste s kvadratom iz čega nastaje jedan vrlo zahtjevan proces. U SLAM-u utemeljenom na grafu nema takvog ograničenja, vrijeme ažuriranja matrica je konstantno, a računaska kompleksnost je linearna. Dodatna prednost SLAM-a utemeljenog na grafu je sposobnost relinjarizacije funkcije pogreške (engl. *Error function*) što dovodi do boljih rezultata u odnosu na EKF SLAM (Grisetti i dr. 2009, Carlone i dr. 2012, Stachniss i dr. 2016). Stoga je vrlo važno napraviti kvalitetnu inicijalizaciju sustava, odnosno odrediti približne vrijednosti nepoznanica oko kojih će se raditi linearizacija sličnim postupcima kao što se koriste u obradi i analizi geodetskih mjerenja.

### 4.3.2. Teorijska osnova stražnje strane grafa

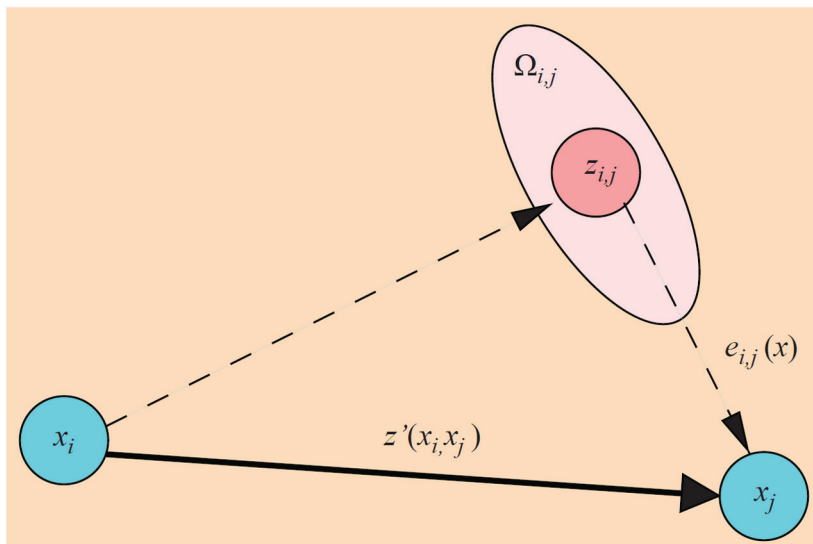
Lu i Miliš (1997) predložili su metodu zasnovanu na grafu u kojoj svaki čvor predstavlja položaj robota, a svaka linija koja spaja čvorove predstavlja vezu između njih. Cilj stražnje strane grafa je pronaći najbolju procjenu, odnosno najvjerojatniju konfiguraciju čvorova po metodi najmanjih kvadrata (Agarwal i dr. 2014).

Vektor položaja  $X$  definira se prema izrazu (1), gdje  $x_i$  opisuje položaj čvora u trenutku vremena  $i$ , a  $x_j$  položaj čvora u trenutku vremena  $j$ , kako je prikazano na slici 7. Za pojedinačnu vezu između čvorova  $x_i$  i  $x_j$  može se definirati funkcija pogrešaka  $e_{i,j}(x)$ , koja je predočena na slici 7. Funkcija pogrešaka dobiva se razlikom prikupljenog mjerenja  $z_{i,j}$  i predviđene najvjerojatnije funkcije mjerenja  $z'(x_i, x_j)$ , i određena je izrazom (Agarwal i dr. 2014):

$$e_{i,j}(x) = z_{i,j} - z'(x_i, x_j). \quad (7)$$

Prikupljeno mjerenje i funkcija mjerenja su relativne transformacije između dva čvora kako je predočeno na slici 7, gdje je prva dobivena stvarnim mjeren-

jem, a potonja matematičkim modelom. Funkcija mjerenja koja povezuje tražene nepoznanice, odnosno čvorove, ovisi o mjerenim veličinama prikupljenim sensorima, pa tako može imati svojstvo linearnosti ili nelinearnosti, koje se prenosi na funkciju pogrešaka (Agarwal i dr. 2014).



Slika 7. Shematski prikaz povezivanja čvorova  $x_i$  i  $x_j$  (Grisetti i dr. 2010).

Kako bi se odredila prikraćena nepoznanica  $\Delta x^*$ , definira se izraz prema principu izjednačenja i metodi najmanjih kvadrata (Agarwal i dr. 2014):

$$\Delta x^* \Rightarrow \sum e_{i,j}(x)^t \Omega_{i,j} e_{i,j}(x) \rightarrow \text{Min}, \quad (8)$$

gdje je  $\Omega_{i,j}$  matrica težine, a  $\Delta x^*$  je prikraćena nepoznanica, odnosno prirast čvorova u konfiguraciji grafa koji minimizira pogrešku u približnoj nepoznanici  $x^0$  (engl. *Initial guess*).

Izraz (7), ako je nelinearan, temelji se na uspješnoj linearizaciji oko približne nepoznanice  $x^0$ , koja je određena približnim položajem robota, pomoću razvoja u Taylorov red prema izrazu (Agarwal i dr. 2014):

$$e_{i,j}(x^0 + \Delta x^*) \simeq e_{i,j}(x^0) + J_{i,j} \Delta x^*, \quad (9)$$

gdje je element:

$$J_{i,j} = \frac{\partial e_{i,j}(x^0 + \Delta x^*)}{\partial \Delta x^*}. \quad (10)$$



Uvođenjem izraza (9) u izraz (8) i izjednačenjem s nulom, minimum kvadratnog oblika u izrazu (8) dobiva se pomoću Gauss-Newtonove metode, rješavanjem linearnog sustava sljedećeg oblika (Agarwal i dr. 2014):

$$H\Delta x^* = -b, \tag{11}$$

$$\Delta x^* = -H^{-1}b, \tag{12}$$

gdje su  $H = \sum J'_{i,j} \Omega_{i,j} J_{i,j}$  i  $b = \sum J'_{i,j} \Omega_{i,j} e_{i,j}$  elementi dobiveni rezultatom linearizacije oko približne nepoznanice  $x^o$ .

Konačna tražena nepoznanica  $x^*$  je najvjerojatnija konfiguracija čvorova s minimalnim zbrojem pogrešaka uzrokovanih vezom između njih i određena je izrazom (Agarwal i dr. 2014):

$$x^* = x^o + \Delta x^*. \tag{13}$$

Gauss-Newton model ukratko se može definirati u nekoliko koraka: određivanje funkcije mjerenja i pogrešaka prema izrazu (7), deriviranje elemenata funkcije pogrešaka i njezina linearizacija prema izrazima (9) i (10), izjednačenje izraza (8) s nulom, rješavanje linearnog sustava prema izrazima (11) i (12), te ponavljanje cjelokupnog postupka do zadovoljenja konvergencije rezultata prema izrazu (13). Cjeloviti izvod određivanja najvjerojatnije konfiguracije čvorova po metodi najmanjih kvadrata i računu izjednačenja, odnosno prema Gauss-Newtonovu modelu, može se naći u radovima Grisetti i dr. (2010) i Agarwal i dr. (2014).

Može se primijetiti da je ovakva vrsta definicije optimiranja stražnje strane grafa vrlo slična onoj koja se već desetljećima koristi u geodetskoj struci. Gauss-Newton model može se poistovjetiti s obradom i analizom geodetskih mjerenja. Za geodetski pristup traženju najvjerojatnijih vrijednosti nepoznanica može se vidjeti u Feil (1989).

Određivanje nepoznanice  $x^*$  u teoriji je vrlo jednostavno, dok se u praksi primjenjuju različiti načini dobivanja optimalnog rješenja. Najveći problem zadaje matrica  $H$  koja direktnim invertiranjem postaje zahtjevan računski proces. Lu i Milios (1997) koristili su metodu direktnog invertiranja matrice  $H$ .

U modernom SLAM-u glavna pretpostavka je prorijeđenost strukture matrice  $H$ . Drugim riječima, većina elemenata sadržanih u matrici  $H$  jednaka je nuli (Cadena i dr. 2016). Dellaert i Kaess (2006) istraživali su svojstva SLAM-a utemeljenog na grafu i formulirali ga pomoću faktor-grafa koristeći algoritme zaglađivanja i metodu najmanjih kvadrata kako bi se poboljšao proces kartiranja prostora, i dali mu naziv *SAM*. Koristeći metode faktorizacije matrica: *QR*, *Lower-Upper (LU)* i *Cholesky* dekompoziciju za rješavanje problema u izrazu (11), uspjeli su zaobići direktnu inverziju matrice  $H$  i ubrzati proces dobivanja optimalnog rješenja (Agarwal i dr. 2014).

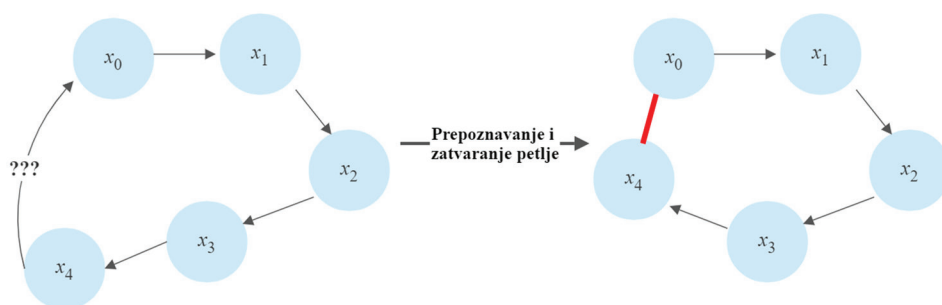
Posljednjih godina, na temelju prorijeđenosti strukture matrice  $H$ , razvile su se nove iterativne i brže online metode, a neke od najpoznatijih su: opća optimizacija grafova (engl. *General Graph Optimization – G2O*) (Kümmerle i dr.

2011), iterativno zaglađivanje i kartiranje (engl. *Incremental Smoothing and Mapping – ISAM2*) (Kaess i dr. 2012), *GTSAM* (engl. *Georgia Tech Smoothing and Mapping*) (Dellaert 2012) i *Ceres* (Polok i dr. 2013). Ove metode mogu riješiti problem s desecima tisuća nepoznatih varijabli u nekoliko sekundi (Cadena i dr. 2016).

### 4.3.3. Prepoznavanje i zatvaranje petlje u grafu

Većina dosadašnjih *trenutnih SLAM* rješenja omogućavala je određivanje položaja i kartiranje prostora bez prepoznavanja i zatvaranja petlje (Debeunne i Vivet 2020). Prepoznavanje (engl. *Loop detection*) i zatvaranje petlje (engl. *Loop closing*) ključni su postupci u *potpunom SLAM-u* utemeljenom na grafu. Prvo slijedi *prepoznavanje petlje* u prednjoj strani grafa, odnosno prepoznavanje ponovljene lokacije robota. Nakon detektiranja petlje, slijedi proces *zatvaranja petlje* u stražnjoj strani grafa koji služi za korigiranje cjelokupnog procesa određivanja položaja robota i kartiranja (Servières i dr. 2021).

Prepoznavanje petlje izvodi se na način da se uspoređuje trenutno opažani predmetni prostor sa svima prethodno zabilježenim prostorima i traže se identične točke koje se pojavljuju u više njih. U vizualnom SLAM-u prepoznavanje petlje je uspoređivanje trenutno dobivene fotografije s prethodno snimljenim fotografijama, dok je u lidar SLAM-u uspoređivanje trenutno dobivenog oblaka točaka s prethodnim oblacima točaka. U slučaju kada prednji dio grafa pomoću kamere ili lidara prepozna trenutni prostor s prethodno opažanim prostorom na temelju identičnih piksela ili oblaka točaka, petlja je detektirana i može se procijeniti nagomilana pogreška koja je nastala kretanjem robota (Taketomi i dr. 2017). Povezivanje trenutnog prostora s prethodno prepoznatim prostorom, odnosno prepoznavanje i zatvaranje petlje prikazano je na slici 8 (Taketomi i dr. 2017).



Slika 8. Shematski prikaz prepoznavanja i zatvaranja petlje.

Slična metoda koristi se i u geodeziji pri progušćivanju točaka geodetske osnove, gdje se koriste obostrano priključeni, zatvoreni i slijepi poligonski ili nivelmanski vlakovi. U slučaju slijepog vlaka, svakim novim stajalištem mjerena nesigurnost raste. Međutim, ako se nakon nekog vremena ponovno vrati na

početni poznati položaj, kao npr. u zatvorenom vlaklu, tada će se figura zatvoriti i mjerna nesigurnost smanjiti.

## 5. Poveznica geodezije i SLAM-a utemeljenog na grafu

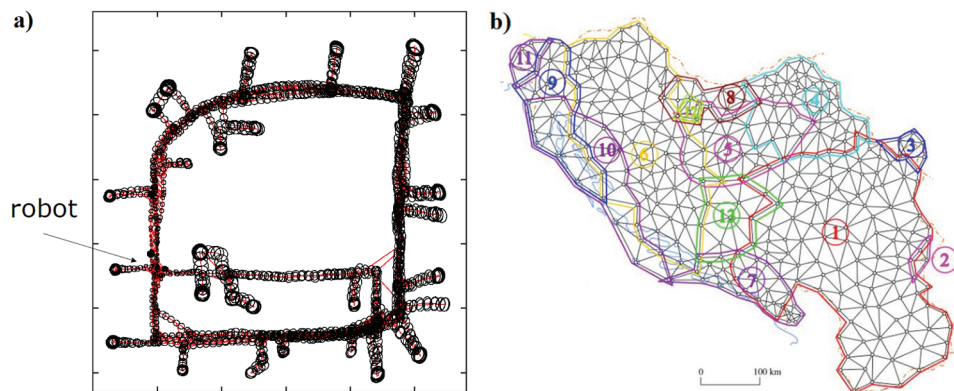
Dok se geodetska zajednica više stoljeća bavila izradom karata velikih razmjera, od kojih su se neke protezale čak i preko cijelog kontinenta, u posljednjih tridesetak godina predložen je veliki broj SLAM rješenja koja su uglavnom davala rezultate za manja područja. U prošlosti su se geodeti suočavali s nekoliko ozbiljnih izazova prilikom izmjere velikih područja i njihova kartiranja. Sa sličnim izazovima se kasnije susrela robotska zajednica u rješavanju problema SLAM-a (Agarwal i dr. 2014).

U SLAM-u utemeljenom na grafu, prvi dio problema je konstrukcija grafa na temelju podataka prikupljenih pomoću senzora. Drugi dio problema je optimizacija grafa, odnosno pronalaženje najvjerojatnije konfiguracije čvorova koristeći metodu najmanjih kvadrata. Na slici 9a prikazana je konfiguracija čvorova koju napravi robot u SLAM-u (Agarwal i dr. 2014).

U geodeziji, kao rezultat izmjere dobiva se karta, pritom su postupci tijekom njezine izrade vrlo slični onima koji se koriste u SLAM-u utemeljenom na grafu. Geodetska mjerenja u svrhu određivanja koordinata točaka u prošlosti su se najčešće obavljala metodom triangulacije i stvorene su velike mreže trigonometrijskih točaka, koje su činile čvorove mreže trokuta. Na slici 9b dan je primjer trigonometrijske mreže 1. reda za teritorij bivše države Jugoslavije, gdje svaki čvor predstavlja trigonometrijsku točku. Povezanost čvorova, odnosno trigonometrijskih točaka, postizala se geodetskim metodama mjerenja između fizički stabiliziranih točaka na terenu i njihovom naknadnom obradom. Zbog tehničkih poteškoća prilikom mjerenja velikih udaljenosti između trigonometrijskih točaka samo je nekoliko duljina bilo izmjereno pomoću invarnih žica, a ostale su dobivene indirektnim računskim postupcima. Mjerenje horizontalnih kutova u trokutu obavljalo se pomoću teodolita. Nakon što se pomoću geodetskih mjerenja postigla veza između trigonometrijskih točaka, pristupalo se obradi i analizi geodetskih mjerenja po metodi najmanjih kvadrata, gdje se formirao sustav jednadžbi stvoren iz funkcija koje povezuju tražene veličine s mjerenim veličinama, kako bi se dobila najbolja konfiguracija čvorova trigonometrijske mreže. U slučaju nelinearnih funkcija bilo ih je potrebno linearizirati razvojem u Taylorov red. Sličan takav pristup korišten je u SLAM-u utemeljenom na grafu. Položaj trigonometrijskih točaka u geodeziji praktički odgovara položajima robota koji tvore sustav čvorova u grafu, a povezivanje čvorova u SLAM-u postiže se također pomoću mjerenja. Odnosno, u SLAM zapisu trigonometrijske točke odgovaraju vektoru položaja  $X$  definiranom u izrazu (1).

Metode bazirane na prorijedenim matricama nedavno su uvedene u SLAM, a najpoznatije implementacije su: *G2O*, *ISAM2*, *GTSAM* i *Ceres*. Za razliku od toga, geodetski stručnjaci već dugo koriste metode faktorizacije matrica: QR, LU i Cholesky dekompoziciju za rješavanje problema inverzije prorijedene matrice. Metoda Cholesky zapravo je razvijena ranih 1900-tih za potrebe rješavanja geodetskih zadataka. Kako u SLAM-u, tako i u geodeziji, zbog ograničenosti resursa, pristup rješavanju problema i dobivanju optimalnog rješenja koncipi-

ran je pomoću različitih prilagodbi primijenjenih u obradi i analizi geodetskih mjerenja po metodi najmanjih kvadrata (Agarwal i dr. 2014).



Slika 9. Prikaz čvorova: a) SLAM utemeljen na grafu (Agarwal i dr. 2014), b) trigonometrijska mreža 1. reda bivše države Jugoslavije (URL 8).

Prilikom implementacije različitih algoritama potrebnih za dobivanje optimalnog rješenja, geodetski i SLAM stručnjaci, kako u prošlosti tako i danas, susretali su se s puno sličnih izazova. Neki od njih su: područje obuhvata djelovanja i veličina mreže, otkrivanje i izbacivanje grubih i sustavnih pogrešaka kako bi se izbjegla pogrešna mjerenja, korištenje nelinearnih funkcija i pretvorba u linearne, osmišljavanje iterativnih algoritama temeljenih na postupnoj nadogradnji iz prošlih postupaka zbog ograničenosti u resursima (Agarwal i dr. 2014).

## 5.1. Prvi izazov

Područje obuhvata djelovanja i veličina mreže prvi je izazov koji je definiran brojem traženih nepoznanica. U trigonometrijskoj mreži nepoznanice su koordinate trigonometrijskih točaka, dok u SLAM-u utemeljenom na grafu nepoznanice odgovaraju položaju robota. Na primjer u geodeziji, Sjevernoamerički datum iz 1983. godine (NAD 83) zahtijevao je rješavanje 900 000 nepoznanica, što je proizvelo 1,8 milijuna jednadžbi (Bossler 1987). Samo za pohranu tako velike matrice  $900\,000 \times 900\,000$  bilo bi potrebno više od tri TB memorije. U to vrijeme nije postojalo ni jedno računalo koje bi moglo, bez pojednostavljenja i aproksimacije modela, riješiti taj problem standardnim računom izjednačenja koristeći metodu najmanjih kvadrata. Čak i s današnjom računalnom tehnologijom nije jednostavno napraviti direktnu inverziju tako velike matrice. Sličan problem javlja se i u SLAM-u, gdje je pokretna platforma vrlo ograničena računalnim resursima zbog potrebe sustava da bude što lakši, mobilniji i kompaktniji. Stoga je vrlo važno u oba područja pristupiti rješavanju problema sukladno računalnim mogućnostima samog sustava (Agarwal i dr. 2014).

## 5.2. Drugi izazov

Drugi izazov je otkrivanje i izbacivanje grubih ili sustavnih pogrešaka sadržanih u mjerenjima prikupljenima geodetskim ili SLAM metodama. Kod SLAM-a, u prednjoj strani grafa česti je slučaj nemogućnost razlikovanja prostora sličnog izgleda koji je opažan na različitim lokacijama. Jedan od primjera je u lidar SLAM-u gdje se opažaju dva hodnika na različitim etažama koji izgledaju vrlo slično, ako ne i identično. U tom slučaju može se desiti da sustav identificira i poveže dva različita hodnika koja se nalaze na drugim lokacijama kao isti hodnik. Tada dolazi do pogrešne identifikacije hodnika. Stoga se mjerenja korištena za njihovo opažanje moraju izbaciti jer će u protivnom sustav dati krive rezultate. Ovaj korak u SLAM-u samostalno provodi računalo i naziva se asocijacija podataka te se koristi u stražnjoj strani grafa gdje se obavlja optimizacija cijelog sustava kako bi se čvorovi u grafu mogli ispravno povezati. U geodeziji su geodetski stručnjaci, koji su pažljivo vodili cjelokupni proces, provodili izmjeru na terenu te nakon obrade i analize rezultata dolazili do ispravnih zaključaka. Međutim, unatoč pažnji i kvaliteti mjerenja te obradi i analizi podataka, ti su postupci i dalje bili podložni pogreškama. Neke od pogrešaka koje mogu nastati su: pogreške nastale ljudskim faktorom, instrumentalne pogreške, pogreške prilikom unosa iz analognog zapisnika u digitalni oblik i dr. (Agarwal i dr. 2014).

## 5.3. Treći izazov

Treći izazov je nelinearnost funkcija koje se često pojavljuju u geodeziji i SLAM-u. U slučaju nelinearne funkcije koja najčešće nastaje kada su u nju uvrštene kutne veličine, ista se aproksimira metodom linearizacije oko približne nepoznanice kako bi se daljnji postupak odvijao prema Gaussovima zakonima normalne razdiobe. Postupak linearizacije i naknadno rješavanje linearnog sustava sastavljenog od linearnih funkcija postepeno se ponavlja kako bi se postiglo bolje rješenje. Međutim, aproksimacija nelinearnih funkcija može dovesti do lažnih ili suboptimalnih rješenja ako približna vrijednost nepoznanice nije dobro određena. Stoga je vrlo važno obratiti pozornost na određivanje kvalitetnih približnih vrijednosti nepoznanica (Agarwal i dr. 2014).

## 5.4. Četvrti izazov

Oba područja, geodezija i SLAM, zbog ograničenosti računalnih resursa, zahtijevaju iterativne algoritme koji postižu rezultate na temelju prethodnih podataka. U SLAM-u, robot koji zbog svoje kompaktnosti i mobilnosti ne sadrži jaka računala neprestano kartira prostor na temelju čega određuje položaj u prostoru i opaža prepreke. Zbog korištenja slabih računala potrebno je postepeno nadograđivati kartu, a ne da svakim novim korakom sve započinje od nule. Jedan od takvih primjera je metoda *iSAM2* predstavljena od Kaessa i dr. (2012). U geodeziji je bila česta potreba za naknadnim proglašivanjem trigonometrijske mreže. Postavljale su se nove geodetske točke koje su se na temelju



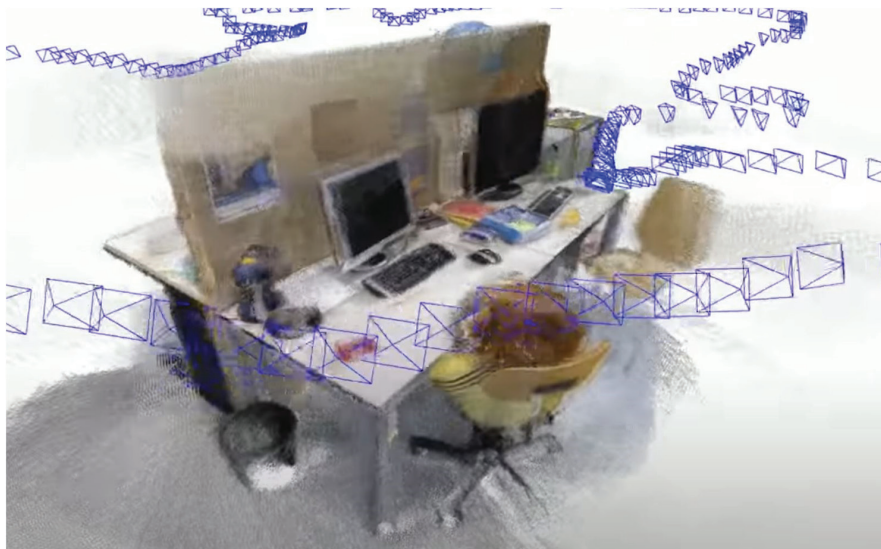
dodatnih mjerenja povezivale s postojećima. U tim slučajevima često nije bilo ekonomski isplativo i vremenski izvedivo ponovno izjednačavati cjelokupnu mrežu metodom najmanjih kvadrata, već se samo izjednačavao onaj dio mreže u kojem su bile sadržane nove geodetske točke, a ostatak mreže ostao je netaknut. Tako su se i geodetski stručnjaci morali prilagođavati i osmišljavati različite načine u svrhu rješavanja sličnih problema, prvenstveno iz razloga da se izbjegnju veliki računski procesi koji bi inače nastali kada bi se svaki puta ponovno izjednačavala cjelovita triangulacijska mreža (Agarwal i dr. 2014).

## 6. Vizualni SLAM (vSLAM)

SLAM koji koristi samo vizualne senzore naziva se vizualni SLAM i temelji se samo na vizualnim prostornim informacijama (Taketomi i dr. 2017). Vizualni senzori nude obilje informacija o prostoru koje, osim jednostavne detekcije i zatvaranja petlje, omogućuju izradu detaljnih 3D modela prostora u boji (Stachniss i dr. 2016). Međutim, fotografija ne sadrži informacije o pravoj udaljenosti objekta i često sadrži previše informacija o prostoru pa je vSLAM u usporedbi s lidar SLAM-om dosta složeniji proces (Wang i dr. 2019). Raniji pristupi rješavanju problema SLAM-a obično su se temeljili na EKF SLAM-u. Vizualni SLAM može se podijeliti u dvije kategorije (Taketomi i dr. 2017):

- vSLAM utemeljen na uzorcima,
- direktni vSLAM.

Na slici 10 prikazan je kartirani rezultat vizualnog SLAM-a, pri čemu plave oznake predstavljaju položaj kamere.



Slika 10. Prikaz modela dobivenog pomoću vizualnog SLAM-a (Mur-Artal i Tardos 2017).



Za detaljniji i potpuniji pregled o vizualnom SLAM-u može se pronaći u Fuentes-Pacheco i dr. (2015) i Taketomi i dr. (2017).

## 6.1. Kronologija razvoja vizualnog SLAM-a

U prvom razdoblju, od 1986. do 2003. godine, fokusiralo se na rješavanje klasičnog problema u SLAM-u opisanog u prethodnim poglavljima, a glavni je temelj bio prošireni Kalman filtar. Upotreba vizualnih senzora u SLAM-u bila je vrlo rijetka sve do 2003. godine kada je Davison (2003) osmislio vizualni SLAM koristeći samo monokularnu kameru, a kasnije su njegovom nadogradnjom Davison i dr. (2007) napravili još kvalitetnije rješenje i dodijelili mu naziv Mono-SLAM. To je praktički bila prva implementacija vSLAM-a koristeći jeftinu monokularnu kameru (Servières i dr. 2021).

Tijekom drugog razdoblja, od 2003. do 2013. godine, došlo je do velikog napretka i predloženo je mnogo novih algoritama za vSLAM. Osim jednostavne monokularne kamere, počeli su se koristiti i ostali vizualni senzori: RGB-D i stereo-kamere, a za brže procesiranje podataka počela se upotrebljavati grafička kartica integrirana u platformu. Najveći su napredak u cjelokupnoj povijesti vSLAM-a u svom istraživanju napravili Klein i Murray (2007), koji su predložili novu metodu paralelnog praćenja i kartiranja (engl. *Parallel Tracking and Mapping – PTAM*). Gotovo svaki moderni vSLAM i dalje se temelji na konceptu PTAM-a (Servières i dr. 2021).

U trećem razdoblju, koje traje od 2013. godine do danas, najviše je pažnje posvećeno postizanju njegove robusnosti. Cilj je poboljšati pouzdanost algoritama kako bi se mogle koristiti aplikacije u stvarnom životu proizašle iz vSLAM-a: autonomna vožnja, pošiljka paketa pomoću dronova, u spasilačkim misijama i dr. Konkretno, u ovom je razdoblju uvedeno spajanje kamere s IMU senzorom i osmišljen je vizualni inercijalni SLAM (Servières i dr. 2021).

## 6.2. Usporedba vSLAM-a i SfM-a

Kao što su istaknuli Davison i dr. (2007), privlačna stavka vSLAM-a je da podaci prikupljeni kamerom mogu pružiti informacije o odometriji mjernog sustava. Zbog toga je kvalitetna realizacija vizualne odometrije ključna komponenta za izradu vSLAM-a (Stachniss i dr. 2016). Osim vizualne odometrije, vSLAM iskorištava algoritme implementirane u *strukturi iz pokreta* (engl. *Structure from motion – SfM*). Dakle, vSLAM je usko povezan s tehnikom SfM-a, koja se koristi u području fotogrametrije i računalnog vida (Stachniss i dr. 2016). Struktura iz pokreta je tehnika koja u naknadnoj obradi, na temelju snimljenih fotografija, određuje kretanje kamere u prostoru i kartira model prostora. Važno je naglasiti da tehnika SfM-a, gdje se podaci obrađuju naknadno, nije pogodna za vSLAM koji zahtijeva obradu u realnom vremenu. Iz toga razloga trebalo je prilagoditi tehniku SfM-a za vSLAM. Ako tehnika SfM-a obrađuje podatke u realnom vremenu, tada se naziva *SfM u realnom vremenu* (engl. *real-time SfM*), te u tom slučaju ne postoji razlika između *vSLAM-a* i *SfM-a u realnom vremenu* (Taketomi i dr. 2017).

Koristeći sličan princip metode izjednačenja snopa zraka (engl. *Bundle adjustment method* – BA) sadržane u SfM-u, vSLAM uspijeva procijeniti položaj kamere i kartirati geometrijski konzistentnu kartu (Taketomi i dr. 2017). U fotogrametriji, BA je baziran na računu izjednačenja koristeći metodu najmanjih kvadrata, pomoću koje se dobije korigirani položaj i orijentacija kamere, procijenjene prostorne koordinate točaka geometrijske scene i parametri relativnog kretanja kamere. Ulazne podatke za BA čini skup fotografija prikupljenih s različitih gledišta, odnosno položaja kamere u prostoru (URL 9). Optimiranjem karte i položaja kamere pomoću BA umanjuje se pogreška nakupljena kroz neko vremensko razdoblje.

### 6.3. vSLAM utemeljen na uzorcima

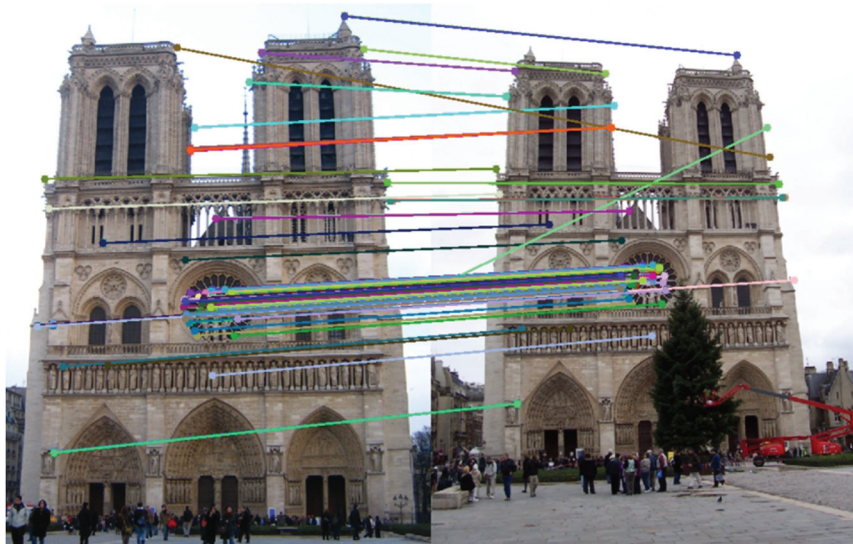
Tehnike kao što su: detekcija uzoraka (engl. *Feature detection*), opisivanje uzoraka (engl. *Feature descriptor*) i uspoređivanje uzoraka (engl. *Feature matching*) već se dugo koriste u područjima računalnog vida i fotogrametrije. Stoga su se počele koristiti i u vizualnom SLAM-u (Servières i dr. 2021).

Na temelju vizualnog prikupljanja uzoraka i njihove detekcije na digitalnim fotografijama te naknadnom potragom za njihovom sličnošću u različitom vremenskom razdoblju i mjestu, može se procijeniti položaj mjernog sustava i stvoriti model promatranog prostora u kojem su sadržani prepoznati uzorci. Takav pristup koristi SLAM utemeljen na vizualnim uzorcima ili drugim nazivom indirektni vSLAM (Wang i dr. 2019).

*Detekcija uzoraka* izvodi se kao početna operacija kod obrade fotografija, gdje se ispituju pojedinačni pikseli kako bi se izdvojio svaki potreban vizualni uzorak u fotografiji (URL 10).

*Opisivanje uzoraka* je tehnika koja uzima fotografiju i pretvara ju u vektorski oblik na način da pohranjuje informacije uzoraka u niz brojeva i djeluje kao neka vrsta numeričkog otiska na temelju kojega se može razlikovati jedan uzorak od drugoga (URL 11). Neki od poznatijih opisivača uzoraka su: ubrzana robusna značajka (engl. *Speeded Up Robust Feature* – *SURF*), transformacija značajki nepromjenjivih na skaliranje (engl. *Scale Invariant Feature Transform* – *SIFT*) te orijentirani brzi i rotirani BRIEF (engl. *Oriented Fast and Rotated BRIEF* – *ORB*), a više o njima može se pronaći u Bansal i dr. (2021).

Tehnika *usporedbe uzoraka* koristi se za potragu identičnih uzoraka na različitim fotografijama, gdje se uspoređuju izdvojeni uzorci te određuje njihova međusobna sličnost. Ako je sličnost između fotografija visoka, tada se može pretpostaviti da je skup fotografija prikupljen u vrlo bliskoj mjernoj okolini, odnosno može se procijeniti i odrediti trajektorija kamere pomoću sličnih fotografija na temelju povezivanja uzoraka (URL 11). Na slici 11 prikazano je povezivanje identičnih uzoraka na dvije različite fotografije.



Slika 11. Povezivanje uzoraka na dvije različite fotografije (URL 12).

Osim već spomenutih vSLAM-ova: Mono-SLAM-a i PTAM-a, u novije je vrijeme osobito popularan ORB-SLAM (Mur-Artal i dr. 2015), koji je također doživio velika poboljšanja kroz vrijeme pa su nastale i novije inačice ORB-SLAM 2 (Mur-Artal i Tardos 2017) i ORB-SLAM 3 (Campos i dr. 2021). U današnje vrijeme, ORB-SLAM i njegove novije verzije su najučestalija rješenja za vSLAM. Vizualni SLAM utemeljen na uzorcima može se podijeliti u dvije potkategorije (Debeunne i Vivet 2020):

- utemeljen na Kalman filtru: Mono-SLAM,
- utemeljen na grafu: PTAM, ORB-SLAM 1, 2, 3.

*Mono-SLAM* osmišljen je početkom 21. stoljeća kada su Davison (2003) i Davison i dr. (2007) otkrili da se pomoću monokularne kamere može konstruirati učinkoviti vizualni SLAM. Tako je nastao prvi vSLAM u realnom vremenu utemeljen na proširenom Kalman filtru koji je koristio podatke prikupljene samo s jedne pokretne kamere. Međutim, koristeći EKF filter za istovremeno određivanje položaja kamere i izrade 3D modela prostora, Mono-SLAM postaje vrlo zahtjevan u računskim procesima. Drugim riječima, računski procesi proporcionalno rastu s povećanjem područja kartiranja (Taketomi i dr. 2017).

Klein i Murray (2007) osmislili su PTAM koji je postao prekretnica u stvaranju robusnih vSLAM-ova, te se njegov dizajn koristio u mnogim kasnijim SLAM rješenjima. Kako bi se izbjegli zahtjevni računski procesi, što je najveći problem Mono-SLAM-a, u PTAM se uveo sustav paralelnog praćenja (određivanja položaja) i kartiranja pomoću ključnih kadrova (engl. *Keyframes*). To je bilo prvi puta da se predstavio takav koncept vSLAM-a u kojem su se obje rad-

nje, praćenje i kartiranje, neovisno obavljale na različitim procesorskim jezgrama u računalu (Jiang i dr. 2019). Tehnika BA koja inače zahtijeva velike računalne resurse, zbog preraspodjele poslova u više različitih jezgara prvi se puta uključila u PTAM (Taketomi i dr. 2017). Detaljnije razlike između MonoSLAM-a i PTAM-a opisane su u Strasdat i dr. (2012).

ORB-SLAM može se smatrati kao najcjelovitiji vSLAM utemeljen na uzorcima. Kao proširenje PTAM-a, ORB-SLAM uključuje: primjenu orijentiranih FAST i rotiranih BRIEF (ORB) tehnika opisivanja uzoraka, metodu izjednačenja snopa zraka (BA), prepoznavanje petlje, zatvaranje petlje i optimizaciju grafa pomoću *G2O*. Kombinacijom svih nabrojanih tehnika dobiva se vrlo kvalitetni i pouzdani model prostora u realnom vremenu. U drugoj verziji ORB-SLAM 2 proširen je na preostale vizualne senzore: stereo-kamere i RGB-D kamere, dok je u trećoj verziji ORB-SLAM 3 stvorena fuzija između IMU-a i kamere pa se može reći da on spada u vizualno inercijalne sustave. Budući da su sve verzije algoritma napisane u otvorenom kodu, ORB-SLAM dostupan je svakome tko želi dobiti robusan vSLAM (Taketomi i dr. 2017, Jiang i dr. 2019).

#### 6.4. Direktni vSLAM

Za razliku od metoda utemeljenih na uzorcima, direktne metode izravno koriste cijelu fotografiju bez pretraživanja i opisivanja uzoraka, drugim riječima, svi pikseli u jednoj fotografiji koriste se kao ulazni podaci (Debeunne i Vivet 2020). Ima veliku brzinu izvođenja radnji i robusna je na pogreške u fotografijama. U slučaju zamućenja fotografije koja nastaju zbog naglih pokreta prilikom fotografiranja, položaj kamere može se i dalje odrediti ovom metodom (Wang i dr. 2019).

Ovisno o količini korištenja piksela, direktne metode mogu se podijeliti na: rijetke, poluguste i guste (Wang i dr. 2019). Najpoznatije implementacije ove metode su: gusto praćenje i kartiranje u stvarnom vremenu (engl. *Dense tracking and mapping in real-time* – DTAM), brza poludirektna monokularna vizualna odometrija (engl. *Fast Semi-Direct Monocular Visual Odometry* – SVO), direktna rijetka odometrija (engl. *Direct Sparse Odometry* – DSO) i direktni SLAM velikih razmjera (engl. *Large-Scale Direct SLAM* – LSD-SLAM).

Metoda DTAM osmišljena je 2011. godine od autora Newcombe i dr. (2011) i smatra se pionikom gustoga direktnog vSLAM-a. U DTAM-u uspoređuju se izvorne fotografije s umjetno stvorenom fotografijom na temelju rekonstruiranog modela. To je jednako registraciji između fotografije i konstruiranog modela promatranog prostora (Newcombe i dr. 2011).

Forster i dr. (2014) osmislili su brzu poludirektnu monokularnu vizualnu odometriju i nazvali ju SVO (engl. *Fast Semi-Direct Monocular Visual Odometry*). Određivanje položaja kamere temelji se na podudaranju uzoraka, dok za trenutno kartiranje koristi direktnu metodu. Ova metoda praktički je hibrid između metode utemeljene na uzorcima i direktne metode (Forster i dr. 2014).

DSO je jedna od novijih metoda koja je osmišljena 2016. godine od autora Engel i dr. (2017) i čiji je puni naziv direktna rijetka odometrija (engl. *Direct Sparse Odometry*). Ova metoda vizualne odometrije koristi za ulazne podatke

sve piksele u fotografiji, dok za trenutno kartiranje, kako bi robot mogao izbjeći prepreke, koristi rijetku direktnu metodu. Za razliku od SVO-a, DSO je potpuna direktna metoda (Servières i dr. 2021).

Engel i dr. (2014) osmislili su direktnu metodu vSLAM-a za veliko područje obuhvata i nazvali je LSD-SLAM (engl. *Large-Scale Direct SLAM*). Temelj LSD-SLAM-a je korištenje poluguste direktne metode za određivanje položaja robota i kartiranje opsežnih i velikih područja, što se rijetko viđalo u prethodnim implementacijama direktnih metoda (Engel i dr. 2014). Praktički, LSD-SLAM stvoren je kombinacijom algoritma SVO, tehnike prepoznavanja i zatvaranja petlje te optimizacije grafa kako bi se dobila geometrijski konzistentna karta. LSD-SLAM vodeći je u direktnim metodama (Taketomi i dr. 2017).

## 6.5. Izazovi vizualnog SLAM-a

Stvoriti kvalitetan vizualni SLAM nije jednostavan zadatak, ponajviše zbog kompliciranih algoritama koji su osmišljeni kako bi se samo pomoću vizualnog senzora uspio odrediti položaj robota i kartirati prostor. Stoga, treba obratiti pozornost na izazove s kojima se susreće vSLAM.

Prvi izazov je odabir između indirektnog ili direktnog SLAM-a. *Indirektni vSLAM* je do sada poprilično istražen i gledajući kroz povijest, vrlo je uspješan. Međutim, nedostatak indirektnog SLAM-a je što ovisi o dostupnosti uzoraka u prostoru. Dodatno otežavaju tehnike traženja i opisivanja uzoraka koje su najčešće optimizirane da u što kraćem vremenu dođu do rješenja, što može rezultirati gubitkom preciznosti i gomilanjem pogrešaka. Odabir između brzine ili preciznosti, odnosno stvaranja optimalnog sustava gdje ni jedna strana ne gubi previše, vječito je pitanje u SLAM-u. S druge strane, *direktni vSLAM* može nadmašiti indirektni *vSLAM* u situacijama gdje se ne mogu kvalitetno izdvojiti uzorci zbog njihova manjka u prostoru ili gdje dolazi do zamućenja fotografija zbog naglih pokreta kamere. Brzo prikuplja podatke o prostoru jer ne koristi nikakve posrednike kao što su tehnike traženja i opisivanje uzoraka. Međutim, nedostatak direktnih metoda je što zahtijevaju značajne računalne resurse, kao što su grafičke kartice ili jači procesori da bi se dobili rezultati u realnom vremenu (Cadena i dr. 2016).

Drugi izazov je *odabir okidača zaslona kamere*. Zaslون je mehanički sustav ugrađen u objektiv kamere kojim se određuje kolika će količina svjetlost pasti na senzor kamere (URL 13). Postoje dvije vrste okidača zaslona kamere: globalni okidač (engl. *Global shutter*) i kotrljajući okidač (engl. *Rolling shutter*). Kamere koje koriste globalni okidač otkrivaju istodobno cijeli senzor, odnosno cijeli se zaslon otvori u istom trenutku. Te kamere su skuplje u odnosu na kamere s kotrljajućim okidačem koje otkrivaju različite dijelove senzora u različitim trenucima. Većina vSLAM-ova je predviđena za globalni okidač zaslona. Međutim, zbog razlike u cijenama, većina korisnika koriste kamere s kotrljajućim okidačem. Problem je kod tih kamera što je svaka linija fotografije snimljena u različitim trenucima te se u tom slučaju mora pristupiti interpolacijskim tehnikama kako bi se procijenio njezin položaj. Zbog toga, kvalitetno rješenje vSLAM-a ovisi i o odabiru okidača zaslona kamere (Taketomi i dr. 2017).



Treći izazov je *neodređenost mjerila kartiranja* vSLAM-a. Zbog preslikavanja iz 3D stvarnog svijeta u 2D fotografiju i naknadne rekonstrukcije modela pomoću tih fotografija, dolazi do gubitka stvarne udaljenosti od kamere prema snimljenom objektu. Model koji se dobije rekonstrukcijom monokularnog vSLAM-a ne sadrži stvarne mjerne veličine, već su koordinate određene u relativnom koordinatnom sustavu u odnosu na kameru. Zbog toga je monokularnom vSLAM-u potrebna apsolutna informacija mjerila kako bi se eliminirala njegova neodređenost. Kombinacijom kamere s nekim drugim sensorima kao što su IMU, lidar ili GNSS uređaj, može se eliminirati neodređenost mjerila (Taketomi i dr. 2017).

Četvrti izazov je što većina vSLAM metoda pretpostavlja da su *elementi unutarnje orijentacije kamere* unaprijed određeni, odnosno da su određene njihove vrijednosti koje moraju biti stalne tijekom cijeloga procesa vSLAM-a. U tom slučaju, kada se odrede elementi unutarnje orijentacije, položaj kamere u prostoru poistovjećuje se s vanjskom orijentacijom koja sadrži elemente transformacije i rotacije kamere u prostoru. Međutim, za početnike, određivanje unutarnje orijentacije kamere nije tako jednostavan proces i ako se ne napravi na prikladan način doći će do pogreške u vSLAM-u (Taketomi i dr. 2017).

## 7. Lidar SLAM (ISLAM)

Kartiranje 3D modela aktualnog prostora laserskim skenerima postala je popularna tehnika, ponajviše zbog jednostavnosti, prihvatljive računske jednostavnosti i veće preciznosti u odnosu na fotogrametrijske metode. Koristeći senzore za lasersko skeniranje (engl. *Light Detection and Ranging* – Lidar) u rješavanju problema SLAM-a, može se postići visoka preciznost prilikom određivanja položaja mjernog sustava i kartiranja prostora (Zhang i Singh 2014). Lidar senzori mogu odaslati više stotina tisuća laserskih zraka u sekundi, koje se odbijaju od objekata i potom registriraju u prijammiku lidara (URL 14). Rezultat snimanja pomoću lidar senzora je gusti oblak točaka koji se može prikupiti bez obzira na promjenu svjetlosti u prostoru što nije slučaj kod vizualnih senzora. Osim što su neosjetljivi na promjenu svjetlosti, zbog direktnog mjerenja udaljenost između lidara i nekog objekta, u lidar SLAM-u ne dolazi do neodređenosti mjerila, odnosno mjerna veličina dobivena lidarom odgovara stvarnoj udaljenosti. Lidar SLAM uglavnom se oslanja na tehniku uparivanja skenova (engl. *Scan matching*), koja je utemeljena na iterativnom algoritmu najbliže točke (engl. *Iterative Closest Point* – ICP) (Besl i McKay 1992). U odnosu na vSLAM, lidar SLAM je robusniji prilikom brzih pokreta robota (Zhang i Singh 2014).

Uparivanje skenova temeljni je proces za 3D kartiranje i dobivanje preciznih informacija o kretanju robota. Povezivanjem dvije uzastopne 3D karte ili oblaka točaka iz različitih skenova moguće je odrediti položaj robota, a osnovni pristup za povezivanje skenova i rekonstrukciju 3D modela je algoritam ICP (Debeunne i Vivet 2020). Glavni nedostatak algoritma ICP je zahtjevna potraga za identičnim točkama u različitim skenovima.

Ukratko će se predstaviti pet reprezentativnih lidar SLAM-ova.



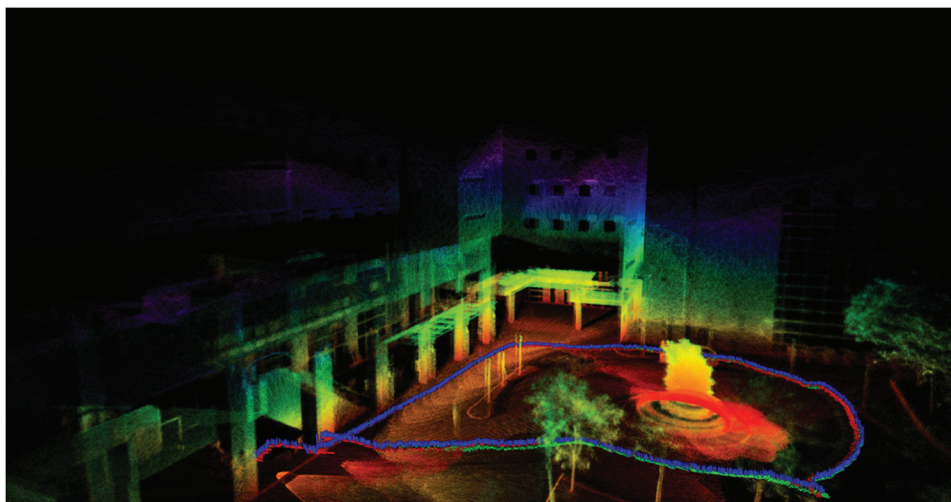
*Gmapping* (Grisetti i dr. 2007) je SLAM utemeljen na filtru čestica pomoću Rao-Blackwellised dekompozicije.

*TinySLAM* (Steux i El Hamzaoui 2010) je SLAM koji sadrži samo 200 redaka koda napisanog u programskom jeziku C. Cilj ovog algoritma bio je razviti kod pristupačan početnicama za lidar SLAM.

*LagoSLAM* (Carlone i dr. 2012) je SLAM utemeljen na optimizaciji grafa.

*HectorSLAM* (Kohlbrecher i dr. 2011) je SLAM koji se može primijeniti na bespilotne letjelice.

*LOAM* (Zhang i Singh 2014) je lidar odometrija i kartiranje u realnom vremenu (engl. *Lidar Odometry and Mapping in Real-time*); SLAM rješenje koje koristi lidar senzor. U LOAM-u je problem određivanja položaja i kartiranja podijeljen na dva algoritma kako bi se mogao odvijati u realnom vremenu. Prvi algoritam izvodi lidar odometriju gdje se na visokoj frekvenciji odašilju laserske zrake kako bi se što prije prikupili podaci, ali se zbog toga gubi na pouzdanosti prilikom određivanja položaja. Drugi algoritam izvodi se na puno nižoj frekvenciji, pritom dajući više vremena za izračun, te se koristi za korekciju položaja, registraciju oblaka točaka i za kartiranje prostora. LOAM je postao prekretnica u stvaranju modernog lidar SLAM-a. Na slici 12 prikazan je kartirani rezultat lidar SLAM-a.



Slika 12. Vizualizacija rezultata Lidar SLAM-a (Lin i Zhang 2020).

## 8. Višesenzorski SLAM

Većina početnih SLAM sustava temeljila se na jednom senzoru. Uglavnom se radilo o radarskom, vizualnom ili lidar senzoru. Vizualni SLAM počeo se razvijati tek 2003. godine kada je osmišljen Mono-SLAM, dok je lidar SLAM u to doba već imao poprilično velik broj osmišljenih algoritama i rješenja, ali s puno nedostataka. Tek 2017. godine stvoreno je kvalitetno LOAM rješenje (Wang i dr. 2019).

Kombinacijom komplementarnih intrinzičnih i ekstrinzičnih senzora moguće je stvoriti kvalitetni višesenzorski SLAM otporan na različite probleme koji se javljaju u pojedinačnim SLAM rješenjima. Kod takvih višesenzorskih sustava, senzor jedne vrste nadopunjava nedostatke drugih senzora. Međutim, takav pristup rješavanju problema SLAM-a otvara puno drugih pitanja u vezi njegove konačne implementacije (Van Nam i Gon-Woo 2021).

Korištenjem više senzora, prikupljaju se i kombiniraju podaci iz različitih izvora koje nije jednostavno pretvoriti u skladne matematičke modele i algoritme za određivanje položaja i kartiranje. Vrlo je važna i precizna kalibracija napravljena između senzora, koja je polazišna točka za implementaciju višesenzorskog SLAM-a. Kalibracijom različitih senzora određuje se međusobni odnos između senzora, odnosno računaju se parametri koji opisuju kako je jedan senzor orijentiran i translaticiran u odnosu na drugi. Na temelju tih odnosa definira se središte mjernog sustava (Debeunne i Vivet 2020). Jedan od takvih primjera gdje se zajedno kalibriraju kamera i lidar predstavljen je u radu Unnikrishnan i Hebert (2005). Nakon što se napravi kalibracija senzora, potrebno je odrediti način na koji će oni međusobno komunicirati, odnosno kako će se povezati prikupljeni podaci dobiveni pomoću različitih senzora. Povezivanje senzora može se obaviti na dva načina (Servières i dr. 2021):

- Labavo povezivanje (engl. Loosely coupled) – ovaj način odvojeno uzima podatke mjerenja od svakog senzora (npr. IMU, lidar, kamera, i dr.) i obrađuje ih zasebno, te za svaki skup podataka dobiven različitim senzorom određuje položaj. Nakon toga povezuju se svi dobiveni rezultati kako bi se dobilo optimalno rješenje za mjerni sustav.
- Čvrsto povezivanje (engl. Tightly coupled) – ovaj način direktno povezuje mjerenja prikupljena iz različitih senzora, odnosno sve prikupljene podatke stavlja u isti 'koš' te njihovom zajedničkom obradom određuje položaj mjernog sustava. Takav se način pokazao točnijim i robusnijim u odnosu na labavo povezane mjerne sustave.

### 8.1. Vizualno inercijalni SLAM (viSLAM)

U posljednje se vrijeme povećao interes za vizualno inercijalnim SLAM-om jer su IMU i kamera komplementarni senzori (Servières i dr. 2021). Većina važnijih viSLAM-ova utemeljena je na uzorcima, a podjela između njih određuje se ovisno o načinu povezanosti senzora, odnosno jesu li senzori labavo ili čvrsto povezani (Servières i dr. 2021). Jedno od najpoznatijih viSLAM rješenja spada u kategoriju čvrsto povezanih i naziva se *Vins-Mono* kojeg su osmislili Qin i dr. (2018).

### 8.2. Lidar inercijalni SLAM (liSLAM)

Korištenjem IMU-a i lidara može značajno povećati preciznost i robusnost SLAM-a. IMU kao intrinzični senzor sadrži akcelerometar i žiroskop pomoću kojih se mogu prikupiti podaci potrebni za određivanje približnih nepoznanica, odnosno položaja kojeg zahtijeva algoritam ICP prilikom uklapanja skenova.

Dok lidar, kao ekstrinzični senzor, može precizno kartirati prostor i korigirati položaj dobiven pomoću IMU-a (Xu i Zhang 2021). Najpoznatija liSLAM rješenja su: LIO-SAM (Shan i dr. 2020), LiLi-OM (Li i dr. 2021), FAST-LIO (Xu i Zhang 2021) i FAST-LIO2 (Xu i dr. 2022).

LiLi-OM – Livox lidar inercijalna odometrija i kartiranje (engl. *Livox LiDAR-Inertial Odometry and Mapping*) koristi lidar i IMU za visokoučinkovitu odometriju i kartiranje modela prostora. Ovaj algoritam praktički je poboljšanje LOAM-a, jer osim lidar senzora koristi i IMU, a njihovo povezivanje obavljeno je čvrstom vezom.

FAST-LIO2 – brza direktna metoda lidar inercijalne odometrije (engl. *Fast Direct LiDAR-inertial Odometry*) je računski učinkovita i robusna tehnika osmišljena za dobivanje odometrije. Koristeći čvrsto povezivanje senzora i EKF algoritam, FAST-LIO2 omogućuje robusno određivanje položaja kod naglih pokreta mjernog sustava i prenatrpanog prostora u kojem je smješten, pri čemu bi u prethodnim slučajevima, kao što je LOAM, došlo do velike pogreške i krive pretpostavke u određivanju položaja mjernog sustava.

### 8.3. Vizualni lidar SLAM (vSLAM)

U današnje vrijeme kamera i lidar postaju standardna konfiguracija za SLAM (Jiang i dr. 2019). Zanimljivo je spomenuti da su ta dva senzora bitno različita, te svaki od njih ima prednosti i nedostatke. Stoga je kombinacija oba senzora osnova za izradu kvalitetnoga modernog višesenzorskog SLAM-a. Jednu od poznatijih implementacija vizualnog lidar SLAM-a osmisli su Zhang i Singh (2015) i nazvali je V-LOAM – Vizualna lidar odometrija i kartiranje (engl. *Visual-lidar Odometry and Mapping*). Čvrstim povezivanjem kamere i lidar senzora postižu se bolji rezultati u odnosu na sam algoritam LOAM. Praktički V-LOAM je poboljšana verzija algoritma LOAM koja dodatno koristi i kameru. Pregled vSLAM algoritama predstavljen je u radu Debeunne i Vivet (2020).

### 8.4. Vizualni inercijalni lidar SLAM (viSLAM)

Tek u posljednjih nekoliko godina uspješno je osmišljen kvalitetan višesenzorski SLAM sustav koji koristi kombinaciju vizualnih, inercijalnih i lidar senzora. Od svih prethodno navedenih, vSLAM, lSLAM, viSLAM, liSLAM i vlSLAM, ova vrsta SLAM-a ima najperspektivniju budućnost zbog korištenja i povezivanja više različitih senzora, pri čemu se iz svakog senzora izvlače najbolje informacije. Međutim, njihovom kombinacijom dolazi se do potrebe za njihovim međusobnim povezivanjem i kalibracijom te stvaranja algoritma koji će moći obuhvatiti informacije različitih senzora, pazeći pritom da se dobiju računski učinkovita i pouzdana rješenja. Stoga je proces stvaranja viSLAM-a zahtjevniji u odnosu na sve prethodne.

Jedan od najpoznatijih viSLAM-a je *Cartographer*, osmišljen 2016. godine od Hess i dr. (2016). Osim *Cartographera*, interesantan viSLAM algoritam za geodetsku struku je *R3LIVE* osmišljen od Lin i Zhang (2020).

*Cartographer* je viSLAM koji je osmislio Google. Može se implementirati na različite platforme kao što su ruksak, bespilotna letjelica ili autonomno vozilo. Postiže kvalitetne rezultate u realnom vremenu, te uz korištenje tehnika prepoznavanja petlje, zatvaranja petlje i optimizacije grafa može postići točnost kartiranja 5 cm (Hess i dr. 2016). Više detalja o *Cartographeru* može se pronaći na internetskoj stranici (URL 15).

*R3LIVE* je robustan lidar inercijalni vizualni sustav u realnom vremenu koji je utemeljen na čvrstom povezivanju, a osmišljen za određivanje položaja i kartiranje prostora u RGB boji (engl. *A Robust, Real-time, RGB-colored, LiDAR-Inertial-Visual Tightly-coupled State Estimation and Mapping Package*). *R3LIVE* je svestran i dobro osmišljen sustav za različite primjene koji se ne koristi samo u robotskim aplikacijama, gdje je potrebno pouzdano određivanje položaja robota u realnom vremenu, već se može primijeniti i za ostala područja, poput geodezije, gdje je karta kao rezultat bitnija nego položaj robota. Predstavljeni sustav sastoji se od lidar inercijalne odometrije za geometrijsku rekonstrukciju 3D oblaka točaka i vizualno inercijalne odometrije za prikaz oblaka točaka u boji. Stoga, cjelokupni sustav može rekonstruirati gusti 3D oblak točaka prostora u RGB boji u realnom vremenu (engl. *Online*) ili u naknadnoj obradi (engl. *Offline*). U slučaju naknadne obrade, koristeći sve resurse računala, ne bazirajući se na brzini obrade, mogu se dobiti još bolji rezultati nego u realnom vremenu (Lin i Zhang 2020). To je za geodetsku struku, gdje je vrlo važna pouzdanost i preciznost dobivenih podataka još prihvatljivije. Na slici 13 prikazan je kartirani rezultat sustava *R3LIVE*.



Slika 13. Vizualizacija rezultata *R3LIVE* (Lin i Zhang 2020).

## 9. Zaključak

U posljednjih nekoliko desetljeća uloženo je puno truda i vremena te je napravljen značajan napredak u području razvoja SLAM-a. Temeljna pitanja u problemu SLAM-a su do sada već vrlo dobro shvaćena i stvoren je niz impresivnih implementacija, pogotovo u posljednjih nekoliko godina. Međutim, pronalaženje učinkovitog i robusnog rješenja za SLAM i dalje je zahtjevan posao, koji iza sebe ostavlja puno otvorenih pitanja jer krajnji cilj SLAM-a u robotici je ostvariti izdržljivu autonomnu navigaciju i kvalitetno kartiranje prostora. Odnosno, osposobiti robota da uz minimalni ljudski nadzor robusno koristi SLAM danih ili čak mjesecima u složenom i promjenjivom okolišu.

SLAM koji koristi lidar senzore ima kvalitetno osmišljene algoritme, ali je i dalje njihova cijena puno viša u odnosu na vizualne senzore. Stoga se u posljednjih dvadesetak godina puno više istraživao vizualni SLAM. Razvoj SSL-a omogućit će njegovu masovnu proizvodnju, što će imati za posljedicu njegovo pojeftinjenje, odnosno široku primjenu u modernim lidar SLAM rješenjima. Ne nabrajajući ostale senzore koji bi se mogli koristiti u SLAM-u, od kojih svaki sadrži neke prednosti i nedostatke u odnosu na druge, treba uvijek imati u vidu i njihovu kombinaciju jer tek tada se mogu postići robusna, pouzdana i precizna SLAM rješenja.

Iz svega navedenog u ovom istraživanju, može se utvrditi da SLAM uvelike ovisi o razvijenom algoritmu, senzorskim tehnologijama, pokretnoj platformi, ograničenju računskih resursa i o prostoru u kojem se koristi.

U počecima su EKF SLAM i PF SLAM bili najzastupljeniji, ali zbog mnogobrojnih nedostataka osmišljen je SLAM utemeljen na grafu koji se pokazao kao trenutno najbolje rješenje. Stoga se najsvremeniji SLAM algoritmi temelje na optimizaciji grafa koristeći metodu najmanjih kvadrata, koja je vrlo slična obradi i analizi geodetskih mjerenja. Iako postoje sličnosti u oba područja, važno je istaknuti izazove s kojima se susreće SLAM u odnosu na klasična geodetska rješenja. SLAM rješenja su najčešće autonomna, dok su u geodeziji stručnjaci uključeni u većinu procesa izmjere i obrade podataka. Dodatno, zbog rada u realnom vremenu i ograničenih računskih resursa te težnje ka jeftinim senzovima male mase i malih dimenzija, u SLAM-u se dobivaju rezultati s manjom pouzdanošću i točnošću u odnosu na geodetske metode izmjere. Stoga, iz perspektive SLAM-a, klasične geodetske metode izmjere su u prednosti.

Na geodetskoj je struci da se prilagodi i da prihvati mogućnosti koje otvara SLAM i njegove implementacije: brzo prikupljanje velikog broja podataka, korištenje u realnom vremenu, niska cijena modernih senzora u odnosu na klasične geodetske instrumente, dostupnost aplikacija otvorenog koda, mogućnost ugradnje mjernog sustava na različite vrste platformi i još mnoge druge prednosti. Nadalje, možemo govoriti da takva vrsta izmjere koja koristi SLAM nije dovoljno točna, odnosno da su naše geodetske metode provjerene, točnije i pouzdanije. Međutim, imajući u vidu razvoj tehnologije i promatrajući u kojem smjeru sve skupa napreduje, svakako se u budućnosti može očekivati masovna primjena SLAM algoritama u raznim strukama među kojima je svakako i geodezija.



**Literatura**

- Agarwal, P., Burgard, W., Stachniss, C. (2014): Survey of geodetic mapping methods: Geodetic approaches to mapping and the relationship to graph-based SLAM, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 21 (3), 63–80.
- Ahmad, N., Ghazilla, R. A. R., Khairi, N. (2013): Reviews on various inertial measurement unit (IMU) sensor applications, *International Journal of Signal Processing Systems*, 1 (2), 256–262.
- Bailey, T., Durrant-Whyte, H. (2006): Simultaneous Localization and Mapping (SLAM) Part II, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 13 (3), 108–117.
- Bansal, M., Kumar, M., Kumar, M. (2021): 2D object recognition: a comparative analysis of SIFT, SURF and ORB feature descriptors, *Multimedia Tools and Applications*, 80, 18839–18857.
- Besl, P., McKay, N. D. (1992): A method for registration of 3-d shapes, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14 (2), 239–256.
- Bossler, J. D. (1987): Geodesy solves 900,000 equations simultaneously, *Eos Transactions American Geophysical Union*, 68 (23), 569–569.
- Cadena, C., Carlone, L., Carrillo, H., Latif, Y., Scaramuzza, D., Neira, J., Reid, I., Leonard, J. J. (2016): Past, present, and future of simultaneous localization and mapping: Toward the robust-perception age, *IEEE Transactions on Robotics*, 32 (6), 1309–1332.
- Campos, C., Elvira, R., Rodríguez, J. J. G., Montiel, J. M., Tardós, J. D. (2021): ORB-SLAM3: An Accurate Open-Source Library for Visual, Visual-Inertial, and Multimap SLAM, *IEEE Transactions on Robotics*, 37 (6), 1874–1890.
- Carlone, L., Aragues, R., Castellanos, J. A., Bona, B. (2012): A linear approximation for graph-based simultaneous localization and mapping, *Robotics: Science and Systems*, 7, 41–48.
- Chong, T. J., Tang, X. J., Leng, C. H., Yogeswaran, M., Ng, O., Chong, Y. Z. (2015): Sensor Technologies and Simultaneous Localization and Mapping (SLAM), *Procedia Computer Science*, 76, 174–179.
- Davison, A. J. (2003): Real-Time Simultaneous Localisation and Mapping with a Single Camera, *Computer Vision IEEE International Conference on Computer Vision*, 3, 1403–1403.
- Davison, A. J., Reid, I. D., Molton, N. D., Stasse, O. (2007): MonoSLAM: Real-time single camera SLAM, *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 29 (6), 1052–1067.
- Debeunne, C., Vivet, D. (2020): A review of visual-lidar fusion based simultaneous localization and mapping, *Sensors*, 20 (7), 2068.
- Dellaert, F. (2012): Factor graphs and GTSAM: A hands-on introduction, Georgia Institute of Technology.
- Dellaert, F., Kaess, M. (2006): Square root SAM: Simultaneous localization and mapping via square root information smoothing, *International Journal of Robotics Research*, 25 (12), 1181–1203.



- Durrant-Whyte, H., Bailey, T. (2006): Simultaneous localization and mapping: Part I, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 13 (2), 99–110.
- Engel, J., Schöps, J., Cremers, D. (2014): LSD-SLAM: Large-Scale Direct Monocular SLAM, *European Conference on Computer Vision*, Springer, 834–849.
- Engel, J., Koltun, V., Cremers, D. (2017): Direct Sparse Odometry, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 40 (3), 611–625.
- Feil, L. (1989): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja, *Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu*, Zagreb.
- Forster, C., Pizzoli, M., Scaramuzza, D. (2014): SVO: Fast Semi-Direct Monocular Visual Odometry, *IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*, 15–22.
- Fraundorfer, F. Scaramuzza, D. (2012): Visual Odometry Part II: Matching, Robustness, Optimization, and Applications, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 18 (4), 80–92.
- Fuentes-Pacheco, J., Ruiz-Ascencio, J., Rendón-Mancha, J. M. (2015): Visual simultaneous localization and mapping: a survey, *Artificial intelligence review*, 43 (1), 55–81.
- Grisetti, G., Stachniss, C., Burgard, W. (2007): Improved techniques for grid mapping with Rao-Blackwellized particle filters, *IEEE Transactions on Robotics*, 23 (1), 34–46.
- Grisetti, G., Stachniss, C., Burgard, W. (2009): Nonlinear constraint network optimization for efficient map learning, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 10 (3), 428–439.
- Grisetti, G., Kümmerle, R., Stachniss, C., Burgard, W. (2010): A tutorial on graph-based SLAM, *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, 2 (4), 31–43.
- Hess, W., Kohler, D., Rapp, H., Andor, D. (2016): Real-time loop closure in 2D LIDAR SLAM, *2016 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*, 1271–1278.
- Jiang, G., Yin, L., Jin, S., Tian, C., Ma, X., Ou, Y. (2019): A simultaneous localization and mapping (SLAM) framework for 2.5 D map building based on low-cost LiDAR and vision fusion, *Applied Sciences*, 9 (10), 2105.
- Kaess, M., Johannsson, H., Roberts, R., Ila, V., Leonard, J. J., Dellaert, F. (2012): iSAM2: Incremental smoothing and mapping using the Bayes tree, *The International Journal of Robotics Research*, 31 (2), 216–235.
- Klein, G., Murray, D. (2007): Parallel Tracking and Mapping for Small AR Workspaces, *2007 6th IEEE and ACM international symposium on mixed and augmented reality*, 225–234.
- Kohlbrecher, S., Von Stryk, O., Meyer, J., Klingauf, U. (2011): A flexible and scalable SLAM system with full 3D motion estimation, *IEEE international symposium on safety, security, and rescue robotics*, 155–160.
- Kümmerle, R., Grisetti, G., Strasdat, H., Konolige, K., Burgard, W. (2011): g<sup>2</sup>o: A general framework for graph optimization, *2011 IEEE International*

- Conference on Robotics and Automation, 3607–3613.
- Li, K., Li, M., Hanebeck, U. D. (2021): Towards High-Performance Solid-State-LiDAR-Inertial Odometry and Mapping, *IEEE Robotics and Automation Letters*, 6 (3), 5167–5174.
- Lin, J., Zhang, F. (2020): Loam livox: A fast, robust, high-precision LiDAR odometry and mapping package for LiDARs of small FoV, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 3126–3131.
- Lu, F., Milios, E. (1997): Globally Consistent Range Scan Alignment for Environment Mapping, 4 (4), 333–349.
- Montemerlo, M., Thrun, S., Koller, D., Wegbreit, B. (2002): FastSLAM: A factored solution to the simultaneous localization and mapping problem, *AAAI National Conference on Artificial Intelligence*, 593–598.
- Mur-Artal, R., Tardos, J. D. (2017): ORB-SLAM2: an Open-Source SLAM System for Monocular, Stereo and RGB-D Cameras, *IEEE transactions on robotics*, 33 (5), 1255–1262.
- Mur-Artal, R., Montiel, J. M. M., Tardos, J. D. (2015): ORB-SLAM: A Versatile and Accurate Monocular SLAM System, *IEEE Transactions on Robotics*, 31 (5), 1147–1163.
- Murphy, K., Russell, S. (2001): Rao-Blackwellised Particle Filtering for Dynamic Bayesian Networks, *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, 499–515.
- Newcombe, R. A., Lovegrove, S. J., Davison, A. J. (2011): DTAM: Dense tracking and mapping in real-time, *International conference on computer vision*, 2320–2327.
- Polok, L., Ila, V., Solony, M., Smrz, P., Zemcik, P. (2013): Incremental Block Cholesky Factorization for Nonlinear Least Squares in Robotics, *Robotics: Science and Systems*, 328–336.
- Qin, T., Li, P., Shen, S. (2018): VINS-Mono: A Robust and Versatile Monocular Visual-Inertial State Estimator, *IEEE Transactions on Robotics*, 34 (4), 1004–1020.
- Scaramuzza, D., Fraundorfer, F. (2011): Visual odometry: Part I: The First 30 Years and Fundamental, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 18 (4), 80–92.
- Servières, M., Renaudin, V., Dupuis, A., Antigny, N. (2021): Visual and visual-inertial slam: State of the art, classification, and experimental benchmarking, *Journal of Sensors*.
- Shan, T., Englot, B., Meyers, D., Wang, W., Ratti, C., Rus, D. (2020): Lio-sam Tightly-Coupled lidar inertial odometry via smoothing and mapping, *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 5135–5142.
- Stachniss, C., Leonard, J. J., Thrun, S. (2016): Simultaneous localization and mapping, *Springer Handbook of Robotics*, 1153–1175.
- Steux, B., El Hamzaoui, O. (2010): tinySLAM: A SLAM algorithm in less than 200 lines C-language program, *11th International Conference on Control*,

- Automation, Robotics and Vision, 1975–1979.
- Strasdat, H., Montiel, J. M. M., Davison, A. J. (2012): Visual SLAM: Why filter?, *Image and Vision Computing*, 30 (2), 65–77.
- Taketomi, T., Uchiyama, H., Ikeda, S. (2017): Visual SLAM algorithms: a survey from 2010 to 2016, *IPSN Transactions on Computer Vision and Applications*, 9 (1), 1–11.
- Thrun, S., Burgard, W., Fox, D. (2006): *Probabilistic robotics*. Kybernetes.
- Unnikrishnan, R., Hebert, M. (2005): Fast extrinsic calibration of a laser rangefinder to a camera, *Robotics Institute, Pittsburgh*.
- Van Nam, D., Gon-Woo, K. (2021): Solid-state LiDAR based-SLAM: A concise review and application, *IEEE International Conference on Big Data and Smart Computing (BigComp)*, 302–305.
- Wang, S., Wu, Z., Zhang, W. (2019): An overview of SLAM, *Chinese Intelligent Systems Conference, Springer*, 673–681.
- Xu, W., Zhang, F. (2021): FAST-LIO: A Fast, Robust LiDAR-inertial odometry package by tightly-coupled iterated Kalman filter, *IEEE Robotics and Automation Letters*, 6 (2), 3317–3324.
- Xu, W., Cai, Y., He, D., Lin, J., Zhang, F. (2022): Fast-lio2: Fast direct lidar-inertial odometry, *IEEE Transactions on Robotics*.
- Yousif, K., Bab-Hadiashar, A., Hoseinnezhad, R. (2015): An Overview to Visual Odometry and Visual SLAM: Applications to Mobile Robotics, *Intelligent Industrial Systems*, 1 (4), 289–311.
- Zaffar, M., Ehsan, S., Stolkin, R., Maier, K. M. (2018): Sensors, SLAM and Long-term Autonomy: A Review, *2018 NASA/ESA Conference on Adaptive Hardware and Systems (AHS)*, 285–290.
- Zhang, J., Singh, S. (2014): Low-drift and real-time lidar odometry and mapping, *Autonomous Robots*, 41 (2), 401–416.
- Zhang, J., Singh, S. (2015): Visual-lidar odometry and mapping: Low-drift, robust, and fast, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2174–2181.
- Zou, Q., Sun, Q., Chen, L., Nie, B., Li, Q. (2021): A Comparative Analysis of LiDAR SLAM-Based Indoor Navigation for Autonomous Vehicles, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 1–15.

## Mrežne adrese

- URL 1: Medium-Format Machine Vision Camera, [https://www.photonics.com/Products/Medium-Format\\_Machine\\_Vision\\_Camera/pr64029](https://www.photonics.com/Products/Medium-Format_Machine_Vision_Camera/pr64029), (20.8.2023.).
- URL 2: Livox, <https://www.livoxtech.com/>, (15.7.2023.).
- URL 3: Velodyne, <https://velodynelidar.com/surround-lidar/>, (15.7.2023.).
- URL 4: Livox Mid-360, <https://www.livoxtech.com/mid-360>, (20.8.2023.).

- URL 5: Inertial Measurement Unit (IMU),  
<https://www.usgs.gov/centers/pcmsc/science/inertial-measurement-unit-imu>, (20.8.2023.).
- URL 6: GPS GNSS magnetic mount antenna 3 m sma,  
<https://www.elektor.com/gps-gnss-magnetic-mount-antenna-3-m-sma>, (20.8.2023.).
- URL 7: Odometry, <https://en.wikipedia.org/wiki/Odometry>, (15.7.2023.).
- URL 8: Novi državni referentni sistem Republike Srbije,  
<https://slideserve.com/galena/novi-dr-avni-referentni-sistem-republike-srbije>, (15.7.2023.).
- URL 9: Bundle adjustment, [https://en.wikipedia.org/wiki/Bundle\\_adjustment](https://en.wikipedia.org/wiki/Bundle_adjustment), (15.7.2023.).
- URL 10: Feature (computer vision),  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Feature\\_\(computer\\_vision\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Feature_(computer_vision)), (15.7.2023.).
- URL 11: Introduction to Feature Detection and Matching,  
<https://medium.com/data-breach/introduction-to-feature-detection-and-matching-65e27179885d#:~:text=A%20feature%20descriptor%20is%20an,differentiate%20one%20feature%20from%20another>, (15.7.2023.).
- URL 12: Project 2: Local Feature Matching,  
[https://cc.gatech.edu/classes/AY2016/cs4476\\_fall/results/proj2/html/ibuckley3/](https://cc.gatech.edu/classes/AY2016/cs4476_fall/results/proj2/html/ibuckley3/), (15.7.2023.).
- URL 13: Blenda, <https://enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=8158>, (15.7.2023.).
- URL 14: Lidar, <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=36412>, (15.7.2023.).
- URL 15: Cartographer ROS Integration,  
<https://google-cartographer-ros.readthedocs.io/en/latest/>, (15.7.2023.).

## SLAM and Geodesy

*ABSTRACT. Simultaneous Localization and Mapping (SLAM) is a technique in robotics, mainly used in mobile robots. The fundamental task of SLAM is to interact with the environment through various sensors on a robot or other platform, while simultaneously determining the position and generating a cartographic representation, i.e., a model of the observed space. Since its initial introduction in 1986, SLAM has become a major topic in the world of robotics, and it is fair to say that not a day goes by without something being reported about it. Beyond robotics, experts from different fields also use SLAM, mainly for two different purposes, depending on what they are interested in, whether it is generating a model of the observed space or determining the position of robots and other platforms. Over time, various forms of SLAM have emerged, including Extended Kalman Filter SLAM, Particle Filter based SLAM, and Graph-Based SLAM. Several studies have shown that Graph-Based SLAM consistently produces better results. Successful implementations of SLAM depend on several factors, with the choice of appropriate sensors and the type of the environment being of paramount importance. The goal of this paper is to provide a brief insight into the definition of SLAM, its types, advantages and limitations, practical implementations, and to highlight the close connection between SLAM and geodesy.*

*Keywords: SLAM, geodesy, Extended Kalman Filter, graph, sensors.*

*Primljeno / Received: 2023-08-25*

*Prihvaćeno / Accepted: 2023-09-23*