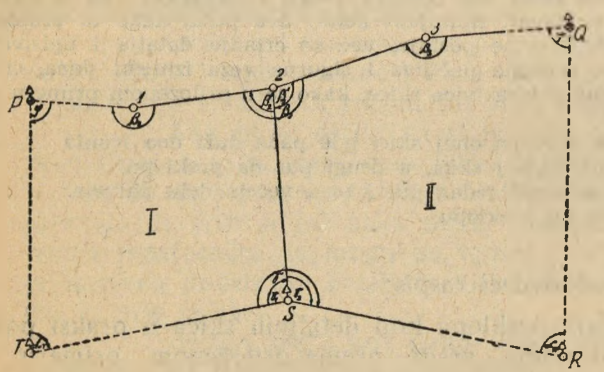
Veza poligonog vlaka za triangulaciju iz sredine vlaka

Inž. Miloje Mitić

Kada imamo slučaj poligonog vlaka između dve trigonometrijske tačke koje su ili nepristupne a ni sa susednih pomoćnih tačaka nije moguće dogledati neku trigonometrijsku tačku (slučaj ugrađenog varoškog detalja), ili su pristupne ali se sa njih a ni sa susednih pomoćnih tačaka ne može dogledati ni jedna trigonometrijska tačka (slučaj velikih šuma i stare triangulacije gde je veći broj tačaka upropašćen), primorani smo, radi dobijanja veznih uglova, pribeći načinu postizavanja veze iz sredine poligonog vlaka.



Pretpostavimo da između trigonometrijskih tačaka P i Q imamo poligoni vlak sa tačkama 1, 2, 3 i merenim uglovima β_1, β_2, β_3. Vezne uglove φ i ψ nemoguće je izmeriti.

U zatvorenom poligonu obrazovanom od tačaka P, 1, 2, 3, Q, R, S, T, i P imamo:

$$\Sigma \text{ unutarnjih uglova} = \pi (n - 2)$$

gde je n broj uglova ili temena poligona, odnosno:

$$(\varphi + \psi) + \alpha_T + [\beta] + \gamma + \alpha_R = \pi (n - 2).$$

Odavde dobijamo:

$$\varphi + \psi = \pi (n - 2) - [\beta] - \gamma - (\alpha_T + \alpha_R) \qquad (1)$$

U formuli (1), količine γ, α_T i α_R jednake su:

$$\gamma = 2\pi - (\nu_S^T - \nu_S^R)$$
$$\alpha_T = 2\pi - (\nu_T^P - \nu_T^S)$$
$$\alpha_R = 2\pi - (\nu_R^S - \nu_R^Q)$$

a nagibi ν_S^T, ν_S^R, ν_T^P, ν_R^Q računaju se po poznatoj formuli: $\operatorname{tg} \nu = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ (obrazac br. 8) iz koordinata tačaka P, Q, R, S, T.

Prema tome mi teoretski možemo odrediti zbir veznih uglova ali je zadatak ipak neodređen jer imamo samo jednu jednačinu [jednačinu (1)] a dve nepoznate φ i ψ.

Međutim ako pomenuti zatvoreni poligon, vezujući tačke S i 2, pretvorimo u dva poligona na ime poligon I i poligon II s tim da na ovaj način dobijene uglove γ_1, γ_2, β_2', β_2'' izmerimo, onda, kao i za formulu (1), imamo:

$$\text{iz poligona I: } \varphi + \underbrace{\beta_1 + \beta_2' + \gamma_1 + \alpha_T}_{\Sigma_I} = \pi (n_I - 2); \text{ odakle: } \varphi = \pi (n_I - 2) - \Sigma_I \qquad (2)$$

$$\text{iz poligona II: } \psi + \underbrace{\beta_3 + \beta_2'' + \gamma_2 + \alpha_R}_{\Sigma_{II}} = \pi (n_{II} - 2); \text{ odakle: } \psi = \pi (n_{II} - 2) - \Sigma_{II} \qquad (2)$$

U formulama (2), n_I označava broj unutarnjih uglova u zatvorenom poligonu I, n_{II} broj unutarnjih uglova u zatvorenom poligonu II, Σ_I zbir merenih i sračunatih uglova u poligonu I, Σ_{II} zbir merenih i sračunatih uglova u poligonu II.

Tako smo teoriski rešili problem.

Praktično treba postupati na sledeći način. Prilikom razvijanja vlaka između tačaka P i Q, moramo sebi staviti u zadatak da jednu ma koju bilo tačku toga vlaka izrekognosciramo tako da sa nje dogledamo, sem susednih poligonih tačaka, još i neku trigonometrijsku tačku koja se nalazi levo ili desno od pravca vlaka. Pošto smo izrekognoscirali ceo vlak, pristupamo merenju poligonih uglova i strana koje se obavlja na uobičajeni način te se na tome ovde nećemo zadržavati. Međutim kada merimo poligoni ugao sa tačke sa koje se trigonometriska tačka, recimo S na slici, moramo očitati i pravac na tu trigonometrisku tačku da bi smo dobili uglove β_2' i β_2''; isto tako moramo izvršiti opažanja i sa dogledne trigonometrijske tačke da bismo dobili uglove γ_1 i γ_2.

Ovde treba naglasiti da se postupak znatno uprošćava ako se sa S dogledaju tačke P i Q jer u tom slučaju nije potrebno tražiti i signalizirati tačke R i T; sem toga imamo i uštede u računanju dva nagiba na ime γ_T^P i ν_R^Q. Ovo uprošćavanje problema može se u većini slučajeva postići jer su tačke P i Q mahom crkveni tornjevi ili dimnjaci te su kao takve doglednije nego ostale tačke.

Kada smo tako izmerili sve poligone i vezne uglove, pristupamo računanju nagiba ν_S^T, ν_S^R, ν_T^P, ν_R^Q u koliko već nisu sračunati ili dati. Posle toga izravnavamo pomoćne vezne uglove γ_1 i γ_2 unutar ugla $\overline{TSR}$ koji dobijamo iz razlike nagiba na tačci S, odnosno:

$$\gamma_1 + \gamma_2 + f_{\gamma 1-2} = 2\pi - (\nu_S^T - \nu_S^R), \text{ odakle:}$$
$$f_{\gamma 1-2} = 2\pi - (\nu_S^T - \nu_S^R) - (\gamma_1 + \gamma_2).$$

tako da će krajnja vrednost uglova γ_1 i γ_2 biti: $\gamma_1 + \frac{f_{\gamma 1-2}}{2}$; $\gamma_2 + \frac{f_{\gamma 1-2}}{2}$. Izravnavanje ovih pomoćnih veznih uglova γ_1 i γ_2 potrebno je izvršiti zbog toga da se u osnovnom zatvorenom poligonu, iz koga smo dobili zbir $\varphi + \psi$, ne bi promenila prvobitno nađena vrednost za zbir $\varphi + \psi$ koji nam, kao što ćemo docnije videti, služi kao kontrola za ponaosob nađene vrednosti za φ i ψ. Na osnovu svih do sada izmerenih i sračunatih elemenata, pomoću formula (2) dobijamo vrednosti za φ i ψ, a da nismo načinili neku grubu grešku uveravamo se upoređenjem zbira vrednosti za φ i ψ nađenih po formulama (2) sa zbirom dobijenim po formuli (1); ovi zbirovi moraju biti jednaki.

Dobijanjem veznih uglova φ i ψ sveli smo ostali deo problema na normalan slučaj na kome se nećemo zadržavati.

U zaključku, moramo naglasiti sledeće. Gore izloženi način rešenja problema teoriski je potpuno ispravan jer se osniva na strogim matematskim formulama. Praktično moglo bi mu se prigovoriti zbog toga što su naši poligoni uglovi, iz poznatih razloga, izmereni sa izvesnim greškama koje su se tako prenele i na određivanje veznih uglova. Međutim istovetan je slučaj kod svih načina određivanja veznih uglova posretstvom pomoćnih tačaka gde se vezni uglovi dobijaju zbirom uglova dobijenih kao dopuna do 180^0. Inače se drugojače nebismo mogli pomoći. U ostalom, sa pretpostavkom da su poligone strane ispravno određene, mi kao krajnju kontrolu ovakvog našega rada imamo: slaganje poligonog vlaka po koordinatnim razlikama krajnjih tačaka u granicama dozvoljenog otstupanja.

U vezi prethodnog izvršeno je računanje jednog poligonog vlaka na uobičajeni način pa zatim na način prikazan u ovom članku. Dobijeni rezultati prokazani su u sledećoj tabeli:

Broj tačke	Po uobičajenom načinu računanja		Po gore prikazanom načinu računanja		Neslaganja	
	y	x	y	x	Δy	Δx
⊙ 26	$66705{,}09_6$	$54755{,}43_3$	$66705{,}10_7$	$54755{,}41_2$	— 0,01	+ 0,02
⊙ 25	$66878{,}31_3$	$54858{,}08_2$	$66878{,}35_7$	$54858{,}05_8$	— 0,04	+ 0,03
⊙ 254	$67117{,}41_0$	$55004{,}90_5$	$67117{,}47_6$	$55004{,}85_0$	— 0,06	+ 0,05
⊙ 7	$67282{,}49_2$	$55143{,}75_3$	$67282{,}53_6$	$55143{,}69_6$	— 0,04	+ 0,06
⊙ 8	$67461{,}07_4$	$55277{,}66_2$	$67461{,}08_5$	$55277{,}63_8$	— 0,01	+ 0,03
⊙ 9	$67599{,}77_5$	$55392{,}44_5$	$67599{,}77_5$	$55392{,}44_5$	0,00	0,00

Iz ovoga se vidi da je najveće neslaganje u sredini vlaka i da, idući krajevima vlaka, neslaganje opada, kao što smo i morali očekivati, s obzirom na to da su vezni uglovi opterećeni zbirom svih grešaka merenja uglova u odgovarajućim zatvorenim poligonima pa su prema tome i nagibi poligonih strana pogrešni za vrednost koja je funkcija rednog broja strane u vlaku. Prema tome, bez obzira da li je f veće ili manje od 0,0003, potrebno je vršiti izravnanje koordinatnih razlika po strožijim formulama datim u trig. obr. br. 19, uzevši u obzir težine nagiba.

Međutim, kao što se iz gornjeg prikaza vidi, neslaganja, obzirom na svoju veličinu, ne pretstavljaju nikakvu prepreku za praktičnu primenu ovog načina dobijanja veznih uglova a naročito kada je reč o tahimetrijskim vlacima u šumskim predelima.
