

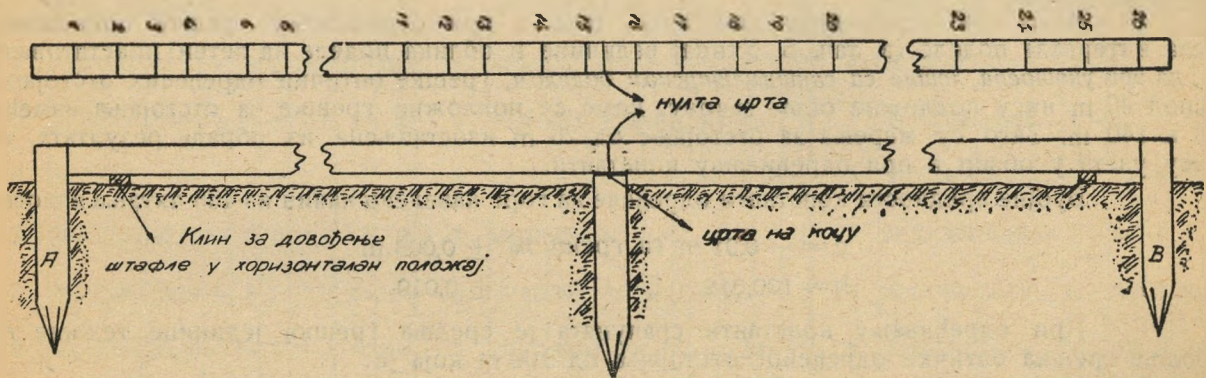
# О УТИЦАЈУ НЕКИХ ЧИНИЛАЦА НА ТАЧНОСТ ОДРЕЂИВАЊА ОТСТОЈАЊА ОБИЧНИМ ТАХИМЕТРОМ

Инж. Никола Свечников

(Наставак из Геод. гласника бр. 1. 1946)

3) Средња грешка оптички одређених отстојања као функција раздаљине од инструмента до летве. У циљу одређивања ове грешке измерен је тахиметром (Breithaupt'a бр. 38665) низ отстојања по доле наведеном поступку.

А. На штафли (гредици) пресека  $4,5 \times 4,5$  см и дужине од око 4 м повучене су оловком, са три стране, по 26 црта (сл. 1). Црте су повучене на произвољном међусобном отстојању и нумерисане су редом. Сем тога, приближно у средини, повучена је „нулта“ црта.



Сл. 1.

На отстојањима 20, 40, 60, 80, 100, 120 и 140 м од инструмента побијени су колци. Отстојања су мерена 3 пута челичном пантљиком од 50 м. Пантљика је претходно упоређена са нормалном мером. Непосредно мереним отстојањима додате су поправке за свођење на хоризонтат и за истезање пантљике од промене температуре. Обзиром на ове поправке, које су, уосталом, биле безначајне (изражавале су се у  $\frac{m}{m}$ ) повучене су на главама колаца оловком црте. Може се сматрати, да отстојања ових црта од инструмента одговарају горе наведеним отстојањима са грешком испод 1 см.

Штафла је полагана дуж визуре тако, да нулта црта буде у једној вертикали са цртом на коцу (сл. 1). Да се не би штафла померила дуж визуре побијени су колци А и В. Ако је летва постављена на макоју од црта повучених и нумерисаних на штафли онда је очигледно, да ће се њено отстојање од инструмента добити, када се отстојању од инструмента до колца дода, са одговарајућим предзнаком, отстојање од нулте црте на штафли до црте на коју је постављена летва.

Да читалац отсечака на летви, ако би знао отстојања појединих црта од нулте црте, не би био под утицајем сугестије ова су отстојања одмерена тек по завршетку свих читања. У записнику је бележен само број црте на коју је постављана летва.

Да би летва при читању стајала непомишно и вертикално израђена је једна направа у облику саоница, које су клизале дуж штафле са причвршћеном летвом. Показало се је, да таква једноставна направа ипак осигурава тачно постављање летве на потребну црту, те летва стоји непомишно и строго вертикално.

Сама читања отсечака вршена су при хоризонталној визури (за средњи конач). Очитавана су сва три конца, али отсечак се добијао као разлика читања горњим и доњим концем. Ни горњи, ни доњи конач нису довођени до подударанја са подеоном цртом летве. За свако отстојање од 20, 40, 60 итд. метара узимано је 78 читања подељених у три групе од по 26 читања у групи.

Тежило се, да се читања врше под различитим спољним приликама. (Ради тога за сваку групу (од по 26 читања) мерења су вршена у различите дане и у различито доба дана. Као пример наводе се резултати мерења извршених за раздаљину од 40 м (таблица бр. 7). На исти начин вршена су мерења и за сва остала отстојања.

В. Из података извршених мерења одређене су, по начину најмањих квадрата, највероватније вредности адиционе (с) и мултипликационе (к) константе. При одређивању константи претпостављало се, да су грешке оптички одређених отстојања подложне закону:

$$m = a\sqrt{d} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

где су: а — коефицијенат, који се има одредити из испитивања;

d — раздаљина од инструмента до летве.

С тога су тежине за поједине резултате мерења узете реципрочне раздаљини d тј.

$$p = \frac{k}{d} = \frac{100}{d} \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

а не реципрочно квадрату раздаљине, односно квадрату очитаног отсечка  $(p = \frac{k}{l^2} = \frac{k'}{d^2})$ ,

као што су узете у познатом делу Jordan-Eggert'a „Handbuh der Vermessungskunde“ (Zweiter Band).

Како при одређивању константи, тако и при одређивању грешке оцењивања дела интервала поделе (в. тач. 5. Утицај величине и облика поделе на летви) констатовано је, да *при употреби летве са сантимерском поделом*, грешке оптички одређених отстојања испод 40 m нису подложне оном закону, коме су подложне грешке за отстојања између 40 и 140 m. Зато су мерења за отстојање од 20 m изостављена из обраде резултата, те нису узета у обзир и при одређивању константи.

Бројне вредности константи одређене на горе наведени начин из 468 читања износе:

$$c = -0,01 \text{ m са грешком } \pm 0,008 \text{ m}$$

$$k = 100,012 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \pm 0,010$$

При одређивању константи срачуната је средња грешка јединице тежине тј. средња грешка оптички одређеног отстојања од 100 m која је:

$$m = \pm 8,4 \text{ cm.}$$

На основу ове грешке срачунате су грешке за поједина отстојања по познатој формули

$$m_i = \frac{m_0}{\sqrt{p_i}} \quad . \quad . \quad . \quad (\text{в. таблицу бр. 8 ст. 4})$$

Но, грешке за поједина отстојања рачунате су и из разлика

$$\Delta = D_N - D_0 \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

где су:

$D_N$  — непосредно (пантљиком) мерено отстојање;

$D_0$  — отстојање одређено тахиметром ( $D_0 = c + kl$ ) (в. таблицу бр. 7).

Када се ове разлике ослободе систематских грешака, које се, како је уобичајено, одређују по једначини

$$\sigma = \frac{[\Delta]}{n} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

где је n број мерења, онда би се преостали део разлике

$$\eta = \Delta - \sigma \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

могао сматрати као случајна грешка. Али при одређивању систематских грешака и њиховом елиминисању из разлика  $\Delta$  треба имати у виду следеће:

а) Пошто су константе одређене из великог броја мерења (468), то треба претпоставити да њихове бројне вредности имају такав степен тачности, да се систематске грешке, које се јављају услед нетачности константи, могу сматрати, у датом случају, безначајним. Сем тога током мерења није било таквих температурних промена, које би могле осетно утицати на коефицијенат преламања стакла, што би имало за последицу промену жижне даљине објектива, те и константи.

б) Преостају систематске грешке, које се јављају, у главном, услед рефракције и које су, као што је познато, последице многобројних узрока. Но, један од узрока њихове појаве, а то је промена нагиба визуре према хоризонту, овде нема места, јер су сва мерења вршена при строго хоризонталној визури.

Таблица бр. 7

Раздаљина од инструмената до леве 2 40 m

1. група Датум: 12. VII 7ч 30м — 8ч 15м								2. група Датум: 17. VIII 16ч 45м — 17ч 25м								3. група Датум: 23. VIII 13ч 45м — 14ч 35м										
Подела I Број црте	Непосредно мерено отстојање	Очитани отсеци	Оптички мерено отстојање	$\Delta = DN - DO$	$\eta = \Delta - \sigma$	$\eta^2$	$\Delta^2$	Подела II Број црте	Непосредно мерено отстојање	Очитани отсеци	Оптички мерено отстојање	$\Delta = DN - DO$	$\eta = \Delta - \sigma$	$\eta^2$	$\Delta^2$	Подела III Број црте	Непосредно мерено отстојање	Очитани отсеци	Оптички мерено отстојање	$\Delta = DN - DO$	$\eta = \Delta - \sigma$	$\eta^2$	$\Delta^2$			
	DN	I	DO	+	+				DN	I	DO	+	+					DN	I	DO	+	+				
1	38,33	384	38,39	-	6	6,2	38	36	1	38,36	383	38,29	+	7	6,8	46	49	1	38,33	383	38,29	+	4	3,8	14	16
2	38,44	384	38,39	+	5	4,8	23	25	2	38,45	385	38,49	-	4	4,2	18	16	2	38,47	384	38,39	+	8	7,8	61	64
3	38,61	386	38,59	+	2	1,8	3	4	3	38,55	386	38,59	-	4	4,2	18	16	3	38,60	386	38,59	+	1	0,8	1	1
4	38,84	387	38,69	+	15	14,8	219	225	4	38,65	387	38,69	-	4	4,2	18	16	4	38,68	387	38,69	-	1	1,2	1	1
5	39,05	390	38,99	+	6	5,8	34	36	5	38,80	388	38,79	+	1	0,8	1	1	5	38,76	388	38,79	-	3	3,2	10	9
6	39,12	391	39,09	+	3	2,8	8	9	6	38,90	390	38,99	-	9	9,2	85	81	6	38,82	388	38,79	+	3	2,8	8	9
7	39,21	392	39,19	+	2	1,8	3	4	7	39,01	390	38,99	+	2	1,8	3	4	7	38,92	389	38,89	+	3	2,8	8	9
8	39,37	393	39,29	+	8	7,8	61	64	8	39,10	391	39,09	+	1	0,8	1	1	8	39,03	391	39,09	-	6	6,2	38	36
9	39,49	394	39,39	+	10	9,8	96	100	9	39,20	393	39,29	-	9	9,2	85	81	9	39,09	391	39,09	0	0,2	0	0	
10	39,60	396	39,59	+	1	0,8	1	1	10	39,27	392	39,19	+	8	7,8	61	64	10	39,23	393	39,29	-	6	6,2	38	36
11	39,73	397	39,69	+	4	3,8	14	16	11	39,48	395	39,49	-	1	1,2	1	1	11	39,41	394	39,39	+	2	1,8	3	4
12	39,87	398	39,79	+	8	7,8	61	64	12	39,60	396	39,59	+	1	0,8	1	1	12	39,58	396	39,59	-	1	1,2	1	1
13	40,00	400	39,99	+	1	0,8	1	1	13	39,69	397	39,69	0	0,2	0	0	13	39,78	398	39,79	-	1	1,2	1	1	
14	40,19	402	40,19	0	0,2	0	0	0	14	39,84	398	39,79	+	5	4,8	23	25	14	39,91	399	39,89	+	2	1,8	3	4
15	40,33	403	40,29	+	4	3,8	14	16	15	39,96	400	39,99	-	3	3,2	10	9	15	40,15	402	40,19	-	4	4,2	18	16
16	40,47	405	40,49	-	2	2,2	5	4	16	40,07	400	39,99	+	8	7,8	61	64	16	40,29	403	40,29	0	0,2	0	0	
17	40,67	406	40,59	+	8	7,8	61	64	17	40,20	403	40,29	-	9	9,2	85	81	17	40,46	405	40,49	-	3	3,2	10	9
18	40,77	408	40,79	-	2	2,2	5	4	18	40,35	404	40,39	-	4	4,2	18	16	18	40,53	405	40,49	+	4	3,8	14	16
19	40,91	409	40,89	+	2	1,8	3	4	19	40,46	405	40,49	-	3	3,2	10	9	19	40,65	406	40,59	+	6	5,8	34	36
20	41,06	411	41,09	-	3	3,2	10	9	20	40,60	407	40,69	-	9	9,2	85	81	20	40,84	409	40,89	-	5	5,2	27	25
21	41,19	411	41,09	+	10	9,8	96	100	21	40,79	408	40,79	0	0,2	0	0	21	40,95	410	40,99	-	4	4,2	18	16	
22	41,26	413	41,29	-	3	3,2	10	9	22	40,93	410	40,99	-	6	6,2	38	36	22	41,10	412	41,19	-	9	9,2	85	81
23	41,42	415	41,49	-	7	7,2	52	49	23	41,20	412	41,19	+	1	0,8	1	1	23	41,27	413	41,29	-	2	2,2	5	4
24	41,57	416	41,59	-	2	2,2	5	4	24	41,36	414	41,39	-	3	3,2	10	9	24	41,38	414	41,39	-	1	1,2	1	1
25	41,65	417	41,70	-	5	5,2	27	25	25	41,52	415	41,49	+	3	2,8	8	9	25	41,48	415	41,49	-	1	1,2	1	1
26	41,76	417	41,70	+	6	5,8	34	36	26	41,63	417	41,70	-	7	7,2	52	49	26	41,65	416	41,59	+	6	5,8	34	36

с) Пошто су мерења вршена на готово идеално равном терену и пошто је спољни покров земљишта дуж целокупних дужина визура био исти (трава), то се може претпоставити, да визуре нису пролазиле кроз слојеве ваздуха са осетно различитим коефицијентима преламања, који би се, сем тога, нагло мењали.

д) Из наведеног произлази, да код третираних мерења систематске грешке треба да буду мање величине, него што је то случај код практичких радова, који се обављају под мање повољним условима. Међутим, из овога се ипак не може извести закључак, да ће систематске грешке одређене по једначини (4) одговарати стварним грешкама. Ово у толико пре, што су мерења вршена у различито доба дана, те су се ове грешке, услед супротности својих предзнака, у знатној мери компенсирале код  $[\Delta]$  образованих из свих 78 мерења. Јасно је да ћемо образујући  $[\Delta]$  за сваку поједину групу од по 26 мерења добити веће систематске грешке (величине до 2,7 см. — 3. група код отстојања од 100 m), шта ће имати за последицу смањење величина  $\eta$ , односно смањење средњих грешака изведених из ових величина. Али пошто код практичких радова не постоји могућност да оценимо и да из резултата мерења уклонимо систематске грешке услед рефракције, то средње грешке оптички одређених отстојања срачунате из величина  $\eta$ , третираних као случајне грешке, а које без сумње садрже и део систематске грешке, треба да релативно добро карактеришу стварну тачност мерења.

Ово се донекле потврђује и тиме, да су грешке срачунате из величина  $\eta$  и непосредно из разлика  $\Delta$  готово исте (в. таблицу бр. 8, стубац 5 и 6) — разлика не прилази 0,1 см.

Таблица бр. 8.

Раздаљина од ин- струменту до летве d у m.	Тежина p $\frac{p}{100}$ d	Систематска грешка q $\frac{[\Delta]}{78}$ у см. ±	Средње грешке оптички одређених отстојања					Разлика $\epsilon_6 =  m_2  -  m_3 $ ±	Разлика $\epsilon_8 =  m_2  -  m_4 $ ±	$\epsilon_6^2$	$\epsilon_8^2$	Релативна грешка	
			$m_1 =$ $-\frac{m_0}{\sqrt{p}}$ у см.	$m_2 =$ $-\sqrt{\frac{[\eta^2]}{78}}$ у см.	$(m) =$ $-\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{78}}$ у см.	$m_3 =$ $= 0,85\sqrt{d}$ у см.	$m_4 = 2,5 + 0,059 d$					$\frac{m_2}{d}$	$\frac{m_2 \cdot 100}{d}$ у %
			4	5	6	7	8					13	14
40	2,50	+ 0,2	± 5,3	± 5,0	± 5,1	± 5,4	± 4,9	- 0,4	+ 0,1	0,16	0,01	1/800	0,12%
60	1,67	- 0,7	6,5	5,9	6,0	6,6	6,0	- 0,7	- 0,1	0,49	0,01	1/1017	0,10
80	1,25	+ 0,6	7,5	7,2	7,2	7,6	7,2	- 0,4	0,0	0,16	0,00	1/1111	0,09
100	1,00	- 0,2	8,4	7,8	7,8	8,5	8,4	- 0,7	- 0,6	0,49	0,36	1/1282	0,08
120	0,83	+ 1,1	9,2	9,5	9,5	9,3	9,6	+ 0,2	- 0,1	0,04	0,01	1/1263	0,08
140	0,71	- 0,9	10,0	11,3	11,3	10,1	10,8	+ 1,2	+ 0,5	1,44	0,25	1/1239	0,08
										2,78	0,64		
										$[\epsilon_6^2]$	$[\epsilon_8^2]$		

Под претпоставком, да су грешке тахиметријски одређених отстојања подложне закону формулисаном једначином (1), одређена је из грешака  $m_2$  (в. таблицу бр. 8 ст. 5), по начину најмањих квадрата, највероватнија вредност коефицијента а, те је нађено да је  $a = 0,847$  са грешком  $\pm 0,032$ . Према томе: средње грешке оптички одређених отстојања имају се одређивати по једначини:

$$m = 0,85\sqrt{d} \quad (6)$$

Грешка се добија у сантиметрима, ако је d изражено у метрима.

Но од интереса је установити: да ли су цитиране средње грешке стварно подложне таквом закону тј. да су сразмерне другом корену из раздаљине од инструмента до летве, или су подложне неком другом закону, на пр. да ли је правилније и боље

одређивати их по формули:

$$m = b + c \cdot d \quad (7)$$

која претставља праву, а не криву линију, као што једначина (6)

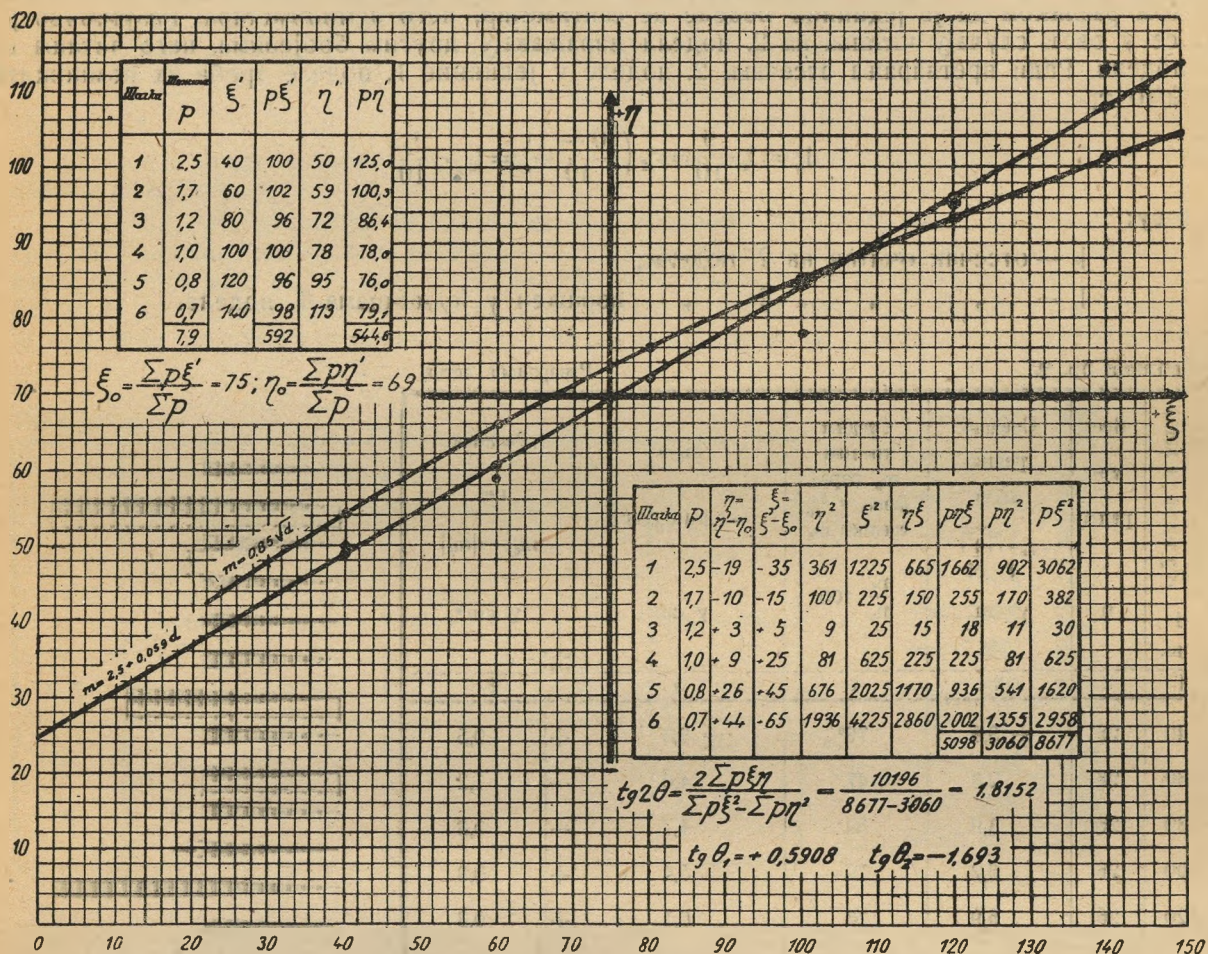
У ту сврху одредићемо, на основу грешака  $m_2$ , „изједначујућу праву“ (в. Prof. Karl Fuchs „Ein einfaches graphisches Ausgleichungsverfahren“ Zeit. f. Vermes. 1906. Heft 5). Одређујући бројне вредности константе  $b$  и коефицијента  $c$  (в. сл. 2) добијамо:

$$c = + 2,5; \quad b = + 0,059$$

те ће се грешке  $m$  одређивати по формули:

$$m = 2,5 + 0,059 d \quad (8)$$

Грешка се добија у сантиметрима, ако је  $d$  изражено у метрима.



Сл. 2.

Рачунајући сада разлике  $\epsilon$  (в. таблицу бр. 8) између непосредно срачунатих грешака  $m_2$  и грешака одређених по једначинама (6) и (8) видимо да једначина (8) много боље одговара оном закону, коме су подложне грешке оптички одређених отстојања. Ово се добро види из сл. 2, а нарочито се испољава код  $[\epsilon_0^2]$  и  $[\epsilon_2^2]$ . Према томе једначину (8) и треба узети као једначину за одређивање средњих грешака оптички одређених отстојања. Но треба нагласити, да ова једначина важи:

- за одстојања од 40 до 140 м.;
- „ строго хоризонталну визуру;
- „ раван терен;

d) „ тахиметар Breithaupt'a, чија је карактеристична особина, поред осталих, та: да кончаница има врло танке, готово идеално урезане конце;

e) „ летву Breithaupt'a, која има поделу у облику клина (сл. 3).

Када срачунамо релативну грешку (в. 13 стубац таблице бр. 8) видимо, да ова износи округло око 1/1000, што претставља више него двоструко већу тачност обичне тахиметрије: 1/300—1/500 (в. горе наведено дело Jordan-Eggert'a и А. С. Чеботарјов: „Далњомјернаја полигонометрија“ Москва 1933).

С. Могло би се поставити питање целисходности примене реверзионих летава код тахиметријског снимања. Јасно је, да главни недостатак тахиметрије са вертикалном летвом — систематске грешке услед рефракције, неће бити применом ових летава уклоњен. Ове ће грешке остати исте величине и у потпуности ће ући у резултате мерења. Али грешке очитаних отсецака, које произлазе услед погрешног оцењивања дела интервала поделе биће осетно смањене. Но главно преимућство реверзионих летава треба видети у томе, да ће вероватноћа појаве грубих грешака бити многе мања, што је разумљиво врло важно.

Код вршених испитивања примењена је реверзиона летва са двоструком поделом: 1. подела (сантиметарска) нанета је према сл. 3. и 2. подела, истог облика тј. облика клина, са том разликом да је јединица поделе не сантиметар, него 9 милиметара. Разумљиво је, да се у овом случају читања на 2. подели изражавају другим бројевима, него читања на 1. подели. Ради претварања отсецака 2. поделе у јединице 1. поделе треба их помножити са 9/10 тј.

$$l_2' = l_2 \cdot \frac{9}{10} = l_2 \left( \frac{10-1}{10} \right) = l_2 - \frac{l_2}{10}$$

где су:

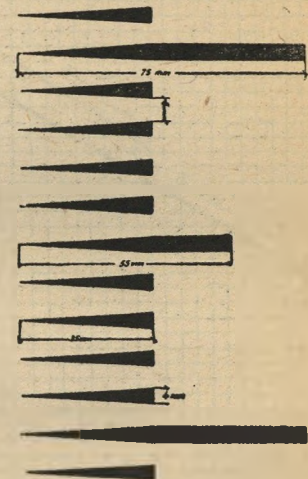
$l_2$  — отсечак очитан на 2. подели;

$l_2'$  — „ „ „ 2. „ изражен у јединицама 1. поделе.

Таблица бр. 9.

Реверзиона летва

Разлика од инструменталног до летава $d$ у м.	Број мерења $n$	Средња грешка $m_5$ — $-\sqrt{\frac{[\eta^2]}{26}}$ у см.	Средња грешка $m_6$ изражена у % грешке $m_2$ $\frac{m_5}{m_2} \cdot 100$	$m_5$ — $-1,9 + 0,035 d$ у см.	Разлика $\epsilon$ — $ m_5  -  m_6 $ у см.	
					$\pm$	
1	2	3	4	5	6	
40	26	$\pm 3,8$	76%	$\pm 3,3$	+	0,5
60	26	2,8	47	4,0	-	1,2
80	26	3,9	54	4,7	-	0,8
100	26	6,2	79	5,4	+	0,8
120	26	6,9	73	6,1	+	0,8
		Просечно: 66%				



Сл. 3.

Према томе, да би се отсеци, очитани на 2. подели, изразили у јединицама 1. поделе, треба их смањити за 1/10 део. Ово су врло једноставне рачунске операције, те је и обрада записника у овом случају врло проста.

Средње грешке оптички одређених отстојања срачунате су на исти начин као што су рачунате и за обичне летве, са том само разликом, да су вредности очитаних отсецака узете као аритметичке средине из отсецака очитаних на 1. и 2. подели тј.

$$D_0 = c + k \left( \frac{l_1 + l_2'}{2} \right) \quad (9)$$

I od tehničkog stvaralačkog rada zavisi pobeda u obnovi naše zemlje.

Inženjeri i tehničari uložiče sve svoje snage u opšte narodne napore za srećniju budućnost Federativne Narodne Republike Jugoslavije.

(Sa I Kongresa Inženjera i tehničara Jugoslavije, Zagreb 5 do 7 maja 1946).

Бројне вредности средњих грешака наведене су у табlici бр. 9. Изражавајући ове грешке у % према грешкама ( $m_2$ ) видимо да се применом реверзионе летве смањују средње грешке оптички одређених отстојања просечно за 34%.

Одређујући сада „изједначујућу праву“ и за грешке реверзионе летве, добијено је да су ове подложне закону:

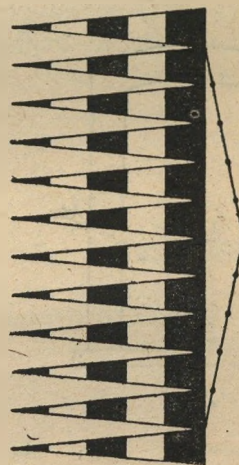
$$m = 0,19 + 0,035 d \quad (10)$$

Из предњег произлази, да примена ревизионих летава ипак осетно повећава тачност обичне тахиметрије.

D. Већ је раније наведено, да код употребе летава са сантиметарском поделом, грешке оптички одређених отстојања мањих од 40 m. нису подложне оном закону који важи за отстојања од 40 до 140 m. За отстојања краћа од 40 m требало би употребљавати летву не са сантиметарском него са полусантиметарском поделом. Да би се утврдило, да је наведено мишљење исправно извршена су испитивања са летвом поделе Bleib't'a (сл. 4).

Таблица бр. 10.

Разлика од инструмента до летве  d у m.	Л Е Т В А				Разлика	
	Breithaupt'a		Bleib't'a		ε =	
	Број мерања	Средња грешка $m_2$ у cm.	Број мерања	Средња грешка $m_1$ у cm.	$ m_2  -  m_1 $	у cm.
20	78	± 4,8	52	± 2,7	+	2,1
40	78	5,0	52	5,0		0,0



Сл. 4.

Ова летва нема полусантиметарску поделу, него сантиметарску, али облик и начин поделе су такви, да се на отстојањима између 20 и 40 m може поуздано читати до на 0,5  $\frac{m}{m}$ , а на отстојањима испод 20 m и на  $\frac{1}{3} \frac{m}{m}$ . Са овом летвом извршено је оптичко одређивање отстојања од 20 и 40 m. Из обраде резултата мерења срачунате су средње грешке наведене у табlici бр. 10.

Упоређујући ове грешке са раније срачунатим грешкама, које одговарају сантиметарској подели, видимо да се код отстојања од 20 m грешка смањује за 44%, а код отстојања од 40 m остаје непромењена. Такав се резултат могао и унапред очекивати, јер се код отстојања од 40 m не могу ценити делови милиметра без обзира да ли летва има поделу сантиметарску или полусантиметарску, односно поделу Bleib't'a. Међутим код отстојања краћих од 40 m може се постићи готово двострука тачност, ако је подела летве таква да омогућава оцењивање делова милиметра.

(Наставак следи).