S obzirom na nadmorsku visinu piramide Sljeme ($h = 1035$ m) sferoidna korekcija ovog azimuta sračunata po približnoj formuli, koja vrijedi s točnošću do stotinke sekunde za sve sferoide, bit će jednaka

$$\alpha - \alpha' = 0{,}00011 \cos^2\varphi \; \mathrm{sn}\, 2\alpha \, h = -0'',51$$

Na takav način azimut Astr. pav. — piramida Sljeme reduciran na nivo plohu mora iznosi

$$\underline{\alpha = 324^0 \; 50' \; 15'',98 \pm 0'',05}$$

Geografska je širina Astron. pav. bila određena dva puta

1938—39	45^0 49′ 32″,312 ± 0″,009	
1942—43	32″,324 ± 0″,012	
Sredina	45^0 49′ 32″,318 ± 0″,007	

Redukciju na nivo plohu mora (nadmorska visina Astr. pav. $h = 145{,}69$ m) sračunaćemo isto po približnoj formuli

$$\Delta\varphi = -0{,}00017 \; \mathrm{sn}\, 2\varphi \, h = -0'',025$$

Dakle geografska širina Astr. pav. reducirana na nivo plohu mora iznosi

$$\underline{\varphi = 45^0 \; 49' \; 32'',29 \pm 0'',007}$$

Sada možemo dobiti geodetske koordinate križa na kamenu ispod turističke piramide na Sljemenu, polazeći od Astr. paviljona, reducirane na nivo plohu mora:

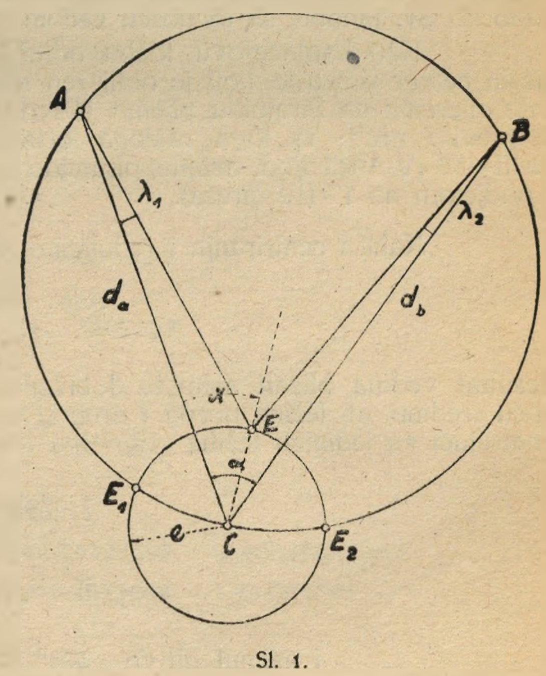
	Sferoid *Bessel-a*	Sferoid *Hayford-a*
$\varphi =$	45^0 53′ 51″,19	51″,15
$\lambda = -$	0^0 04′ 21″,29	21″,25
$\alpha =$	144^0 47′ 08″,46	08″,49

Ispitivanje optičkog centriranja

Dr. Nikola Neidhardt

Kabinet za geodeziju na Poljoprivredno-šumarskom fakultetu u Zagrebu posjeduje teodolit Wild T2 (br. 2295). Na instrumentu je montirana *naprava za optičko centriranje.* Okular te naprave smješten je postrance ispod limba. U njegovom vidnom polju vidi se malen kružić Kad taj kružić pogađa terensku točku, instrumenat je centriran, ali uz dvije bitne pretpostavke t. j da je naprava za centriranje ispravna i vertikalna os instrumenta uredno vertikalizirana. Međutim spomenuti je instrumenat kod upotrebe optičkog centriranja davao u vodoravnim kutevima kod kratkih vizura takove nesuglasice, da je bilo potrebno ispitati optičko centriranje. Prikazati ću tok misli kod toga rada.

Uzmimo, da imamo izmjeriti neki kut $ACB = \alpha$ (sl. 1). Instrumenat centriramo u točki C. Vizure CA i CB neka su dugačke d_a i d_b. Naprava za optičko centriranje neka je krivo montirana tako, da središte vodoravnog instrumentovog kruga (limba) — dotično točnije glavna instrumentova os — nije točno u vertikali iznad C u času, kada kružić u vidnom polju naprave za optičko centriranje pogađa točku C, a glavna os instrumenta je uredno vertikalizirana. Neka glavna os odstupa od točke C za iznos e. Glavna os neka je općenito uzeto u točki E. Svaki je položaj točke E na krugu sa polumjerom e oko točke C jednako vjerojatan. Potonji krug ćemo zvati *krugom ekscentričnosti.*



Sl. 1.

Sistematska ekscentričnost može nastati uglavnom zato, jer je naprava za optičko centriranje: 1.) ili sama po sebi ekscentrična (recimo za puni iznos e) ili 2.) smještena tako, da je *optički visak* u prostoru kos, kada je glavna os istrumenta vertikalizirana ili 3.) da je djelomično sama naprava ekscentrična, a djelimično opet optički visak kos. Treći slučaj je općenit. Ako je udaljenost naprave za optičko centriranje od točke C jednaka i, optički visak obzirom na vertikalu nagnut za kut ε, a eksentričnost naprave za optičko centriranje obzirom na glavnu os instrumenta σ, onda je zapravo polumjer ekscentričnosti e jednak:

$$e = \sigma + i \sin \varepsilon \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Dakle ekscentričnost je uz inače jednake okolnosti to veća, što je veća visina instrumenta i, te naravno, što su veće pogreške σ i ε.

Zamislimo u slici 1 oko točaka ACB opisan krug. Ekscentričnosti E_1 i E_2 (dotično ti položaji za glavnu os instrumenta) daju ispravno izmjeren kut ACB. Naprotiv svaki položaj na krugu sa polumjerom e, a *unutar* kruga ACB, daje za traženi kut α prevelike, a svaki položaj *izvan* kruga ACB premalene rezultate.

Nazovimo općenito sa x onaj kut, što ga zatvara spojnica CE za izvjestan položaj instrumenta sa lijevom vizurom CA. Onda se zapravo za takav općenit položaj pogrješka uslijed ekscentričnosti odrazuje u izmjeri kuta ACB sa iznosom:

$$\delta = \lambda_1 + \lambda_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

t. j. kut AEB je za toliko veći od ispravnog kuta ACB.

Za kutove λ_1 i λ_2 možemo iz sl. 1 postaviti slijedeće izraze:

$$\operatorname{tg} \lambda_1 = \frac{e \sin x}{d_a - e \cos x} \quad \text{i} \quad \operatorname{tg} \lambda_2 = \frac{e \sin (\alpha - x)}{d_b - e \cos (\alpha - x)}$$

Kutovi λ_1 i λ_2 su općenito maleni, pa možemo umjesto njihovih tangensa uzeti same argumente. Isto tako su u nazivnicima gornjih izraza iznosi e cos x i e cos $(\alpha - x)$ razmjerno neznatni spram veličina d_a i d_b, pa možemo pisati:

$$\delta = \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{e \sin x}{d_a} + \frac{e \sin (\alpha - x)}{d_b} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Taj iznos δ može biti kako pozitivan tako i negativan. Zamislimo, da se točka E (sl. 1) kreće po krugu ekscentričnosti. Ishodni položaj neka je za $x = 0$. U tome položaju je $\lambda_1 = 0$, a

$$\lambda_2 = \frac{e \sin \alpha}{d_b}, \text{ dakle i } \delta = \frac{e \sin \alpha}{d_b}.$$

Kad E dođe na pravac CB, onda je:

$$\delta = \frac{e \sin \alpha}{d_a}$$

Kod daljnjeg kretanja točke E u smjeru kazala na satu po krugu ekscentričnosti postaje $(\alpha - x)$ negativno, dakle i λ_2 negativno, dok za točku E_2 postaje $\lambda_2 = -\lambda_1$ t. j. $\delta = 0$ itd.

Nastaje pitanje, kada je δ razmjerno *najveći* dotično *najmanji* t. j. kada funkcija (3) ima svoj maksimum dotično minimum. Ako želimo doći do položaja točke E za te ekstreme, moramo diferencirati izraz (3) po promjenljivici x i staviti tu derivaciju jednakom ništici. Dobivamo:

$$\frac{e \cos x}{d_a} - \frac{e \cos (\alpha - x)}{d_b} = 0$$

$$\frac{\cos x}{d_a} = \frac{\cos (\alpha - x)}{d_b}$$

U poligonskim vlacima su većinom vizure CA i CB približno jednako dugačke. Kod ispitivanja, koje slijedi, također je zbog jednostavnosti uzeto približno $d_a = d_b$. Onda je naime nakon viziranja na prvu točku već durbin ugođen (poništena paralaksa) i za viziranje na drugu točku, pa se eliminira upliv eventualnog pomicanja vizurnog pravca uslijed fokusiranja (poništavanja paralakse). Ako dakle uzmemo $d_a = d_b$, dobivamo:

$$\cos x = \cos (\alpha - x)$$

$$x_1 = \frac{\alpha}{2}; \quad x_2 = \frac{\alpha}{2} + 180^0$$

Kada točka E leži ne simetrali kuta α i to unutar samog kuta, onda nastupa maksimum u znaku $+$, a kad je E na drugoj strani te simetrale, onda nastupa minimum u znaku minus.

Ispitivanje ekscentričnosti bi bilo najbolje provesti uz okolnosti, uz koje je najlakše pogrješke uočiti t. j. kada su pogrješke same po sebi najveće. Iz izraza (3) možemo zaključiti, da je to kod što manjih iznosa d_a i d_b. Pitanje je još, koji kut α je za takovo ispitivanje najbolji?

Uvrstimo u izraz (3) za x dobivenu vrijednost $\frac{\alpha}{2}$, za koju uz inače jednake okolnosti izlazi najveća pogrješka izmjerenog kuta, pa zamislimo, da je α promjenljivo i diferencirajmo tako dobiven izraz (3) po α i stavimo ga jednakim ništici odnosno potražimo, za koji α takav izraz postizava najveću vrijednost (maksimum). Dobivamo:

$$\frac{\frac{1}{2} e \cos \frac{\alpha}{2}}{d_a} + \frac{\frac{1}{2} e \cos \frac{\alpha}{2}}{d_b} = 0.$$

Uz već učinjenu pretpostavku $d_a = d_b$ imamo dalje:

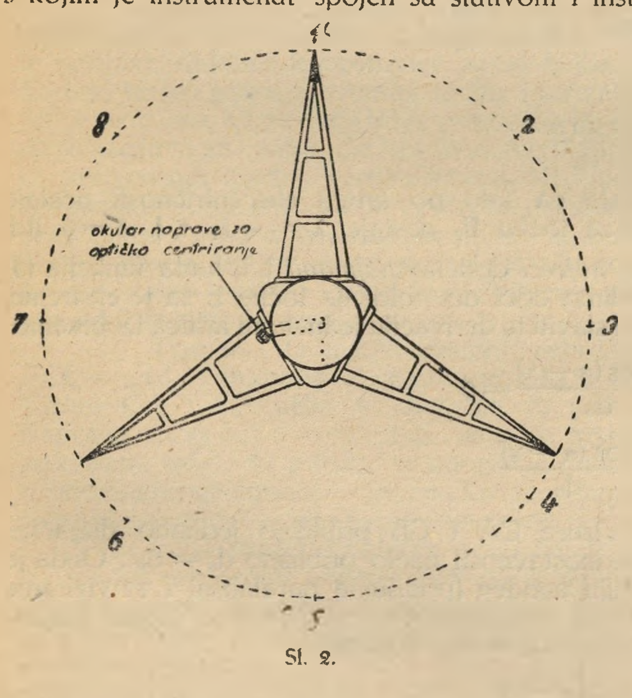
$$\cos \frac{\alpha}{2} = 0$$

$$\alpha = 180^0$$

Iz svega dosadašnjeg izlazi, da bi ispitivanje trebalo izvesti: 1.) sa što kraćim i po mogućnosti jednako dugačkim vizurama i 2.) sa ispruženim kutom α.

Ispitivanje konkretne naprave proveo sam u dvorištu zgrade Poljoprivredno-šumarskog fakulteta u Zagrebu na trgu Maršala Tita br. 3. Na sredini dvorišta iskopao sam malu jamicu i u njoj označio točku. Uzeo sam čavlić (ekserić) sa glavicom širokom 2 mm. Tim čavlićem sam probušio komadićak bijelog crtaćeg papira (hartije) i zabio čavlić u spomenutu jamicu. Glavica eksera se je time dobro isticala na bijeloj pozadini papira. Tako je dobivena točka, na koju je instrumenat opetovano centriran. Ta točka C izabrana je između dviju zgrada (glavne i dvorišne). Potonje su zgrade međusobno razmaknute za 13,30 m, a točka C od prve zgrade 6,61 m, dok od druge 6,69 m. Na stijenama tih zgrada sam u visini instrumentovog horizonta označio točke A i B tako, da je kut ACB od prilike bio ispružen. Točke cilja A i B označio sam ekserićima sasvim sitnih glava (promjera 1 mm) i to opet tako, da je kao pozadina svake glave čavlića bio bijeli karton, da se poveća točnost viziranja.

Instrumenat sam optički centrirao u točki C i izmjerio kut BCA. Kod toga je položaj naprave za optičko centriranje bio uglavnom kao u sl. 2. Zatim sam otkočio središnji vijak, s kojim je instrumenat spojen sa stativom i instrumenat na stativu zaokrenuo za 45^0 i ponovno pokušao centrirati ovako zaokrenut instrumenat. Ali kod toga me je začudila činjenica, da uopće uz isti položaj stativa ne mogu izvršiti optičko centriranje. Stoga sam instrumenat vratio približno u prijašnji položaj, učvrstio ga za stativ i zaokrenuo za 45^0 čitav stativ zajedno sa instrumentom tako, da je ona noga stativa, koja je u sl. 2 na točki 1, došla uglavnom u smjer točke 2, pa sam sa čitavim stativom u tom položaju izvršio novo grubo a sa samim instrumentom fino optičko centriranje i zatim izmjeru kuta BCA.



Sl. 2.

Nakon toga sam opet zaokrenuo čitav stativ sa instrumentom za dalnjih 45^0 t. j. tako, da je noga stativa, koja je u slici 2 uz točku 1, došla uglavnom uz točku 3 itd. Dakle kut BCA je opažan u svemu u 8 raznih položaja instrumenta, koji su uzastopno razmaknuti za po 45^0. Pritome moram naglasiti, da je zaokretanje uvijek bilo samo približno t. j. od oka za cca 45^0. Kod točnijih ispitivanja trebalo bi preciznije izvršiti takovo simetričko zaokretanje čitavog instrumenta oko točke C. Uzeo sam 8 po krugu simetrički raspoređenih položaja, ali dobro bi bilo uzeti više takovih položaja, kako bi se onda iz sviju opažanja mogao što točnije dobiti iznos i detaljan položaj ekscentričnosti dotično kososti naprave za optičko centriranje.

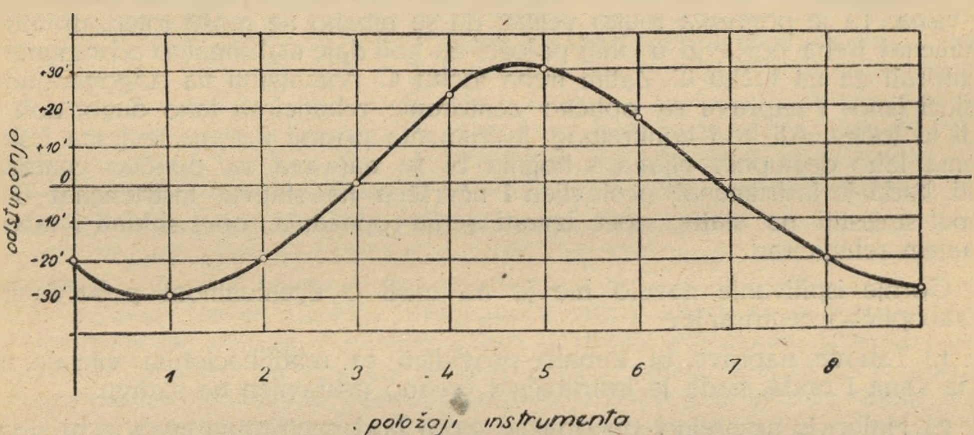
Tablica I. daje rezultate od sviju 8 opažanja istoga kuta BCA. Za svaki položaj odnosno centriranje instrumenta (i stativa) kut BCA je opažan u jednom girusu (dva položaja durbina).

Tablica I.

Položaj instrumenta	Kut BCA	Odstupanja od aritm. sredine +	Odstupanja od aritm. sredine —	Opaska
1	179° 15′ 59″,4		28′ 21″,5	
2	179 24 46,1		19 34,8	
3	179 44 55,1	0′ 34″,2		
4	180 07 31,4	23 10,5		
5	180 14 15,4	29 54,5		
6	180 01 06,4	16 45,5		
7	179 41 56,3		2 24,6	
8	179 24 17,3		20 03,6	
Sredina	179 44 20,9			

U konkretnom slučaju upadaju u oči vrlo velike razlike između pojedinih opažanja istoga kuta.

Najvjerojatniji kut dobio bi se aritmetičkom sredinom iz sviju simetrički raspoređenih izmjera istoga kuta. Ta sredina je u našem slučaju 179° 44′ 20″,9. Takovu sredinu bi dobili to točnije, što točnije bi položaji instrumenta bili simetrički raspoređeni u krugu oko točke centriranja C.

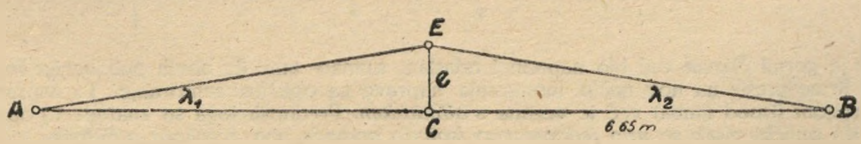


Sl. 3.

Treći i četvrti stupac u tablici I daju numerički odstupanja pojedinih opažanja za kut BCA od aritmetičke sredine iz sviju 8 opažanja, a sl. 3. grafički. Najveće + odstupanje je tik ispred položaja 5 instrumenta i iznosi oko 31′.

Iz sl. 4, a u vezi formule (3) izlazi:

$$\lambda = \frac{\delta}{2} = \frac{31'}{2} = 15{,}5'.$$



Sl. 4.

Široko, istinsko masovno stvaranje mogućnosti za ispoljavanje lične preduzimljivosti, za takmičenje i smele poduhvate pojavljuju se tek sada jer posle vekovnog rada za drugog prvi put se pruža mogućnost da se radi za sebe.

(Lenjin)

Odatle možemo izračunati naš iznos ekscentričnosti dotično polumjer kruga ekscentričnosti kod naše naprave za centriranje i upotrebljene visine instrumenta:

$$e = 6{,}65\,\mathrm{m}\,\frac{\lambda'}{\varrho'} = \frac{6{,}65\,\mathrm{m}\,.\,15{,}5'}{3438'} = 0{,}02\,998\,\mathrm{m} \doteq 3\,\mathrm{cm}.$$

Dakle kod konkretne naprave za optičko centriranje ekscentričnost iznosi oko 3 cm. Kod toliko velike ekscentričnosti je i razumljivo, zašto se je morao instrumenat zajedno sa stativom okretati oko točke C i uvijek centrirati. Kad ekscentričnost ne bi bila taka velika, dostajalo bi okretanje samo instrumenta (a ne stativa).

Mogli bi sada još dalje ispitati sastav iznosa e t. j. kolik dio σ otpada po formuli (1) na ekscentričnost same naprave za optičko centriranje, a kolik dio i sin ε na kosost optičkog viska odnosno kolik je σ a kolik ε. To razlučivanje bi se moglo postići tako, da se serije oko točke C simetrički raspoređenih opažanja istog ispruženog kuta izvrše sa *raznim* visinama instrumenta. Kod gornje naše serije je visina naprave za optičko centriranje iznad terenske točke C bila 1,42 m, a visina vodoravne instrumentove osi I = 1,61 m.

Ekscentričnost od cca 3 cm ima se naravno najviše pripisati kososti (nagnutosti) optičkog viska. Ta je pogreška toliko velika, da se nikako ne može tolerirati. Mora se ispraviti. Instrumenat treba postaviti u onaj položaj za koji daje maksimalno odstupanje u traženom kutu i centrirati ga na točku C. Zatim treba točku C pomaknuti na odgovarajuću stranu za odgovarajući iznos i napravu za optičko centriranje rektificirati tako dugo, dok njen kružić ne pogodi tu točku. Ali kod konkretnog instrumenta postoji u tome izvjesna teškoća. Instrumenat nema lako dostupnih vijaka, s kojima bi se naprava za optičko centriranje mogla rektificirati, kada je instrumenat postavljen i učvršćen na stativu. Instrumenat bi se morao skidati, opet smjestiti na stativ, opet izvesti serija opažanja, opet skidati i tako postupnim približavanjem rektificirati.

Gornje ispitivanje navelo me je na misli o eventualnom poboljšanju ovakovih naprava za optičko centriranje:

1.) Takove naprave bi trebalo providjeti sa rektifikacionim vijcima, koji bi bili dostupni iz vana i onda, kada je instrumenat uredno postavljen na stativu.

2.) Malko je nespretno, da opažač mora kod centriranja svakog prigibati glavu do posebnog malog okulara ispod limba. Trebalo bi napravu *konstruirati tako* da se marka za centriranje eventualno vidi u vidnom polju instrumentovog durbina ili uz poseban preklop u vidnom polju mikroskopa za očitavanje limbusnih podjeljenja.

Na kraju spominjem, da ispitivanje naprave za optičko centriranje, koja je vezana uz limbusni krug, možemo izvesti i na drugi način, nego što je gore prikazano t. j. tako, da najprije instrumenat običnim viskom što bolje centriramo, zatim — pazeći budno, da se instrumenat ne pomakne — centralni zavrtanj (vijak) sa viskom izvijemo i na njegovo mjesto uvijemo šuplji središni zavrtanj, koji služi kod optičkog centriranja. Poređenje centriranja optičkog i običnog viska daje pogrješku prvoga. Ali time optički visak postaje drugorazredan u poređenju sa običnim, a baš je težnja optičkog centriranja u tome, da se premaši centriranje običnim viskom naročito kod kratkih vizura.

* * *

Kad je gornji članak već bio napisan i odaslan, saznao sam (iz novih publikacija švicarskih tvrtki Wild i Kern), da su te firme prešle na nov način montiranja naprave za optičko centriranje. Ta naprava više nije vezana sa vodoravnim krugom (ispod limba) već je vezana *s alhidadom.* Prednosti toga su znatne: 1.) opservator se ne mora toliko prigibati i 2.) optički visak se *vrlo jednostavno ispituje pomoću oba položaja alhidade.*