

MATEMATIČKO PUTOVANJE – IRSKA

Sanja Janeš, Čabar



Slika 1. Položaj Irske, izvor:

<https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=27857>

Irska je država na istoimenom otoku, a obuhvaća više od $\frac{4}{5}$ njegove površine, tj. 70 273 km² (s okolnim otočićima). U nekim izvorima piše da zauzima $\frac{5}{6}$ otoka.

1. Odredite odstupanje u podacima te ga izrazite postotkom.
2. Na modelu kruga grafički prikažite udjele $\frac{4}{5}$ i $\frac{5}{6}$ te izračunajte njihovu razliku.
3. Kolika je površina cijeloga otoka na kojemu se nalazi Irska ako odaberemo podatak s udjelom $\frac{4}{5}$?
4. Odredite postotni iznos razlike udjela površine Irske.
5. Koliko je kilometara duga stranica kvadrata čija je površina jednaka površini razlike u podacima o udjelu države Irske u otoku Irska?

Glavni grad Irske je Dublin s 495 000 stanovnika u središnjem gradskom području, a na širem gradskom području živi čak $1.1 \cdot 10^6$ stanovnika.

6. Koliki je postotak stanovništva koje živi izvan središnjeg gradskog područja?
7. Prikažite kružnim grafikonom odnos broja stanovnika koji žive u središnjem i širem gradskom području.

Na mjestu današnjega Dublina postoje nalazi naselja iz 100. godine prije Krista. Sam Dublin su, prema povijesnim izvorima osnovali Vikinzi u IX. stoljeću i dali mu ime Dubh Linn, što znači *crni bazen*. Vikinzi su tim područjem vladali skoro dvjesto godina, sve dok ih irski kralj Brian Boru nije porazio 1014. godine.

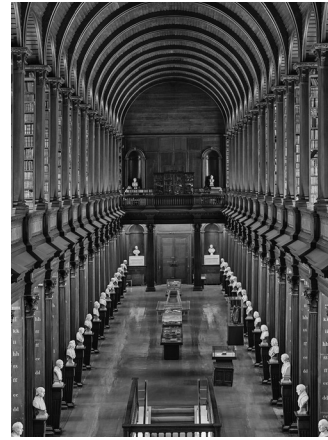
8. Godina osnutka Dublina je broj oblika $\overline{abc} + 1$, gdje je \overline{abc} broj koji je djeljiv brojem 15 i za čije znamenke vrijedi $a = 2b$.

U Dublinu se nalazi jedno od najstarijih europskih sveučilišta, Trinity College. Najimpresivniji dio Trinity Collega je njegova biblioteka. Ta bibliote-

ka sadrži primjerke svih knjiga koje se tiskaju u Irskoj i Velikoj Britaniji. Najstarija je Knjiga Kelsa, oslikani rukopis evanđelja na latinskome jeziku, nastao između 725. i 825. godine.

9. Rješenje jednadžbe $\frac{x-1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{2}{9}(45+x) - \frac{8}{45}$ otkrit će dvoznamenkasti završetak godine u XVI. stoljeću kad je osnovan Trinity College.

Matematički institut Hamilton na Trinity Collegeu, nazvan u čast matematičara Williama Rowana Hamiltona, jednog od utemeljitelja moderne linearne algebre, pokrenut je 2005. godine i ima za cilj poboljšati međunarodni status irske matematike, podići svijest javnosti o matematici i podržati lokalna matematička istraživanja kroz radionice, konferencije i program za posjetitelje.



Slika 2. Dio biblioteke Trinity Collegea,
https://a.1stdibscdn.com/archivesE/upload/a_148/37_15/undercurrent_gorner_trinity_1/Undercurrent_Gorner_Trinity_1-1.jpeg

10. Vrijednost brojevnog izraza $4^3 + 4^2 \left(\frac{4^2}{\sqrt{4}} + \sqrt{4} \right)^2 + 4^1 + 4^0$ predstavlja godinu u kojoj je na Trinity Collegeu počeo predavati matematiku Isaac Newton, jedan od najpoznatijih svjetskih matematičara i fizičara.

Stanovništvo Irske imalo je velike brojčane oscilacije. Stoljetne borbe između Iraca i Engleza, bolesti i osobito velika glad (*Great Famine*, 1845. – 1849.) izazvana nerodicom i gnjiljenjem krumpira koji je bio glavna prehrambena namirnica Iraca, doveli su do velike smrtnosti (oko milijun stanovnika umrlo je od gladi) i masovnog iseljivanja (iselilo se oko milijun stanovnika). Irsko je iseljništvo među najbrojnijima u svijetu, procjenjuje se da u SAD-u živi oko 13 000 000 stanovništva irskog podrijetla.

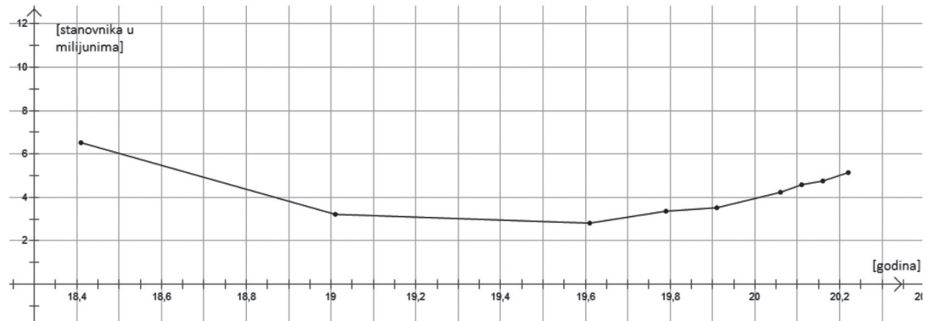
Kretanje broja stanovnika prikazano je na tri načina: tablično, grafikonom modeliranim pravokutnim koordinatnim sustavom u ravnini i *Excel* grafikonom.


1. način: U tablici su navedeni podatci o kretanju broja stanovnika od kraja 19. stoljeća do danas

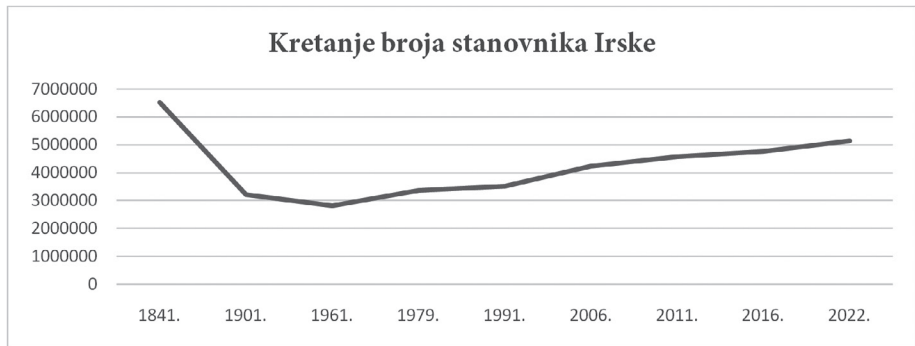
1841.	1901.	1961.	1979.	1991.	2006.	2011.	2016.	2022.
6 528 799	3 221 823	2 818 341	3 368 217	3 525 719	4 239 848	4 588 252	4 761 865	5 149 139

2. način: U pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini modeliran je prikaz kretanja broja stanovnika kroz navedene godine. Os ordinata translatarena je na položaj blizu prve navedene godine i na njoj je prikazan broj stanovnika u milijunima. Na osi apscisa prikazane su stotinke godina.





3. način: Podatci o kretanju broja stanovnika uneseni su u *Excel* koji ih sam prikazuje odabirom ikone .



11. Usporedite prikaze podataka. Obrazložite koji najbolje pokazuje kretanje broja stanovnika kroz navedene godine.

12. Koristeći podatke iz tablice izračunajte postotak pada broja stanovnika između 1841. i 1901. te porast između 1961. i 2022. godine. Tumačite podatke s obzirom na činjenicu da su oba razdoblja šezdesetgodišnja.

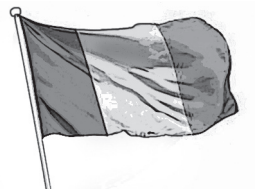


Slika 3. Grb Irske

Irsku simbolizira njezin grb, zastava i djetelina. Grb Irske je poseban jer na sebi ima prikazanu harfu zlatne boje sa srebrnim žicama na plavoj podlozi. Harfa je simbol Irske još iz 13. stoljeća, a prvi se put pojavila na kovanom novcu iz 1536. Danas se simbol harfe nalazi na svim važnim dokumentima te na kovanici eura.



Današnja zastava Irske sastoji se od tri sukladna vertikalna polja zelene, bijele i narančaste boje. Zelena boja predstavlja katolike, narančasta protestante, a bijela pomirbu i suživot između dviju najbrojnih vjera u Irskoj. Omjer duljine i širine zastave je 2 : 1.



13. Koliki je omjer duljine i širine pojedinog obojenog dijela zastave?



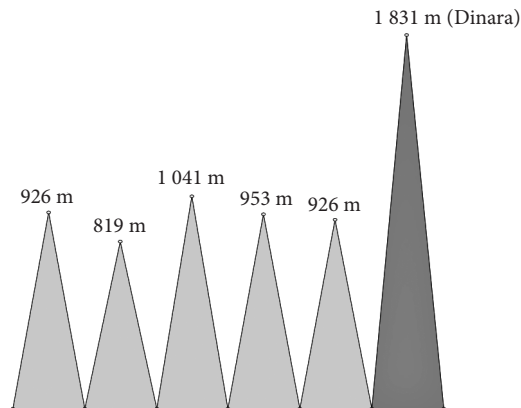
Slika 4. Irska zastava

14. Pokušajte konstruirati motiv trolisne djeteline u nekom digitalnom alatu ili koristeći geometrijski pribor i papir.



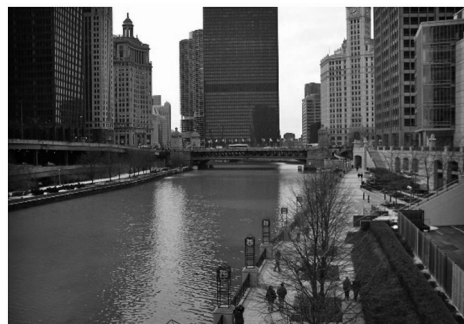
Irska je zemlja koju predstavlja zelena boja, a djetelina joj je zaštitni znak isto kao i njezina zastava i grb. Njezino je zelenilo postojano zahvaljujući vlažnoj i ne suviše hladnoj klimi. Tri četvrtine Irske su ravničarski predjeli, a na jugoistoku se proteže visočje.

Najviši vrh je Carrauntoohilom. Jednostavna infografika prikazuje usporedbu najviših kota Irskog gorja te najvišeg vrha Hrvatske, Dinare.



15. Koliko je posto Dinara viša od Carrauntoohila (1041 m)?

Zaštitnik Irske je sv. Patrik, važni katolički svetac i biskup. Prema predaji potjerao je sve zmije i ostale otrovne životinje iz Irske. Danas u Irskoj gotovo da nema guštera, zmija, gmazova, čak ni šišmiša. Pokušaji da se u Irskoj nastane te životinje više su puta propali. Dan svetog Patrika slavi se svake godine 17. ožujka u Irskoj i u svim zemljama gdje žive potomci Iraca.



Slika 5. Rijeka u Chicagu obojena u zeleno u čast proslave Dana sv. Patrika.





16. Sveti Patrik živio je 76 godina. Godina njegova rođenja broj je oblika \overline{abc} .

$$\text{Znamenke } a, b \text{ i } c \text{ su rješenje sustava } \begin{cases} a+c=8 \\ b-2a=2 \\ b-c=3 \end{cases} \text{ . Koja je godina njegova}$$

rođenja?

Irska je zemlja velikih književnika, ima čak četiri nobelovca za književnost.

Od znanstvenika matematičara ističe se William Rowan Hamilton. Bio je čudo od djeteta; u dvanaestoj godini proučavao djelo Isaaca Newtona *Matematički principi filozofije prirode*. Nakon diplome bio je profesor astronomije na Trinity College u Dublinu. Po njemu je nazvan krater na Mjesecu, Hamilton. Godine 1843. uveo je kvaternione, hiperkompleksne brojeve s četirima komponentama, za koje ne vrijedi komutativnost množenja i koji su se poslije pokazali temeljem kvantne mehanike.



Slika 6. Urezana jednačba kvaterniona na mostu Brougham, By JP, CC BY-SA 2.0,

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=12546726>

Sam Hamilton zabilježio je kako je 16. listopada bio u šetnji duž Kraljevskog kanala u Dublinu sa svojom suprugom kada je dobio ideju za rješenje u obliku jednačbe $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$.

Hamilton je zatim urezao ovu jednačbu na bok obližnjeg mosta Broom, koji je Hamilton nazvao Brougham Bridge.

Već prije spomenuti Isaac Newton nije bio Irac, ali je predavao na Trinity Collegeu u Dublinu.

Zapisao je da su njegova najveća otkrića nastala za vrijeme karantene u doba kuge.



Među prvim Newtonovim radovima bili su izvod binomno-ga poučka za cjelobrojne potencije. U nastavku je dio koji mogu razumjeti i osnovnoškolci.

Najjednostavniji primjer je kvadrat binoma, $(x + y)^2$ koji se uči već u osnovnoj školi. To promatramo kao potenciju baze $(x + y)$, eksponenta 2. To možemo poopćiti na bilo koji prirodni eksponent:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2. \text{ Binomni su koeficijenti } 1, 2, 1.$$

Sljedeći izgledaju ovako:

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3, \text{ binomni koeficijenti su } 1, 3, 3, 1.$$

$$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4, \text{ binomni koeficijenti su } 1, 4, 6, 4, 1.$$

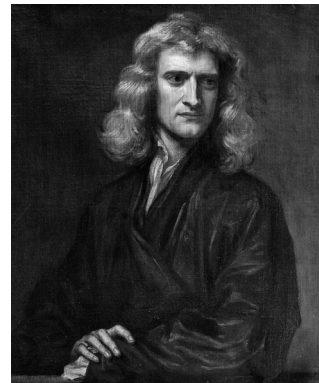
$$(x + y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5, \text{ binomni koeficijenti su } 1, 5, 10, 10, 5, 1.$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & & 1 & 1 & & & \\
 & & & 1 & 2 & 1 & & & \\
 & & 1 & 3 & 3 & 1 & & & \\
 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & \\
 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & & &
 \end{array}$$

Kada ispišemo binomne koeficijente, dobijemo trokutasti prikaz koji se naziva Pascalov trokut binomnih koeficijenata.

$(x + y)^0 = 1$	1
$(x + y)^1 = x + y$	1 1
$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$	1 2 1
$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$	1 3 3 1
$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$	1 4 6 4 1
$(x + y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$	1 5 10 10 5 1

17. Kakvu vezu uočavate među binomnim koeficijentima susjednih redova? Napišite članove prvog sljedećeg reda.



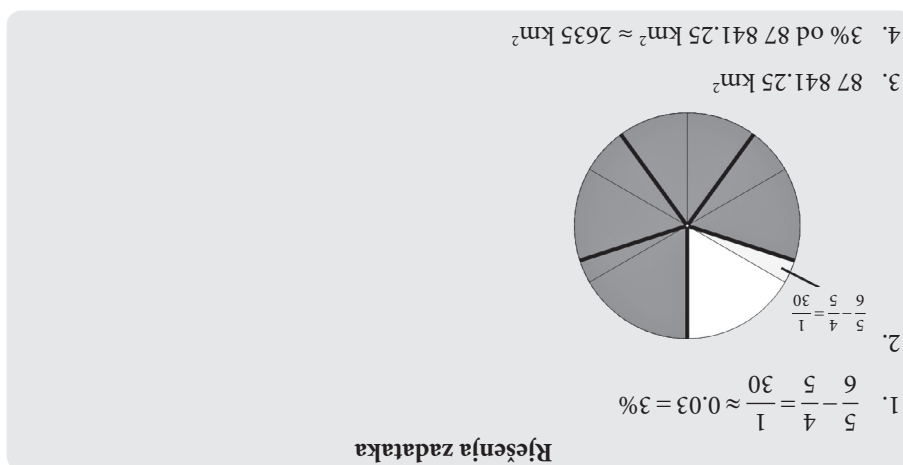
Slika 7. Isaac Newton, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Portrait_of_Sir_Isaac_Newton,_1689_\(brightened\).jpg?uselang=en#Licensing](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Portrait_of_Sir_Isaac_Newton,_1689_(brightened).jpg?uselang=en#Licensing)



18. Kakva veza postoji među zbrojevima binomnih koeficijenata u susjednim redovima?
19. Promatrajući i nadopunjujući Pascalov trokut i raspise binoma s prirodnim eksponentom, bez računanja i množenja binoma samog sa sobom raspišite čemu je jednako $(x + y)^7$.
20. Godina u kojoj je Newton napravio izvod Binomnog poučka za cjelobrojne potencije zapisana u bazi 2 izgleda ovako: $(1101000001)_2$. Odredite tu godinu zapisanu u bazi 10.

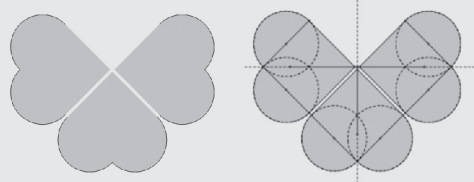
Izvori:

1. Irska. *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje*. Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2021. Pristupljeno 5. 8. 2023. <<http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=27857>>.
2. Trinity College Dublin - Wikipedija ([wikipedia.org](https://en.wikipedia.org))
3. Isaac Newton – Wikipedija ([wikipedia.org](https://en.wikipedia.org))
4. Binomni poučak Binomni poučak – Wikipedija ([wikipedia.org](https://en.wikipedia.org))
5. <https://element.hr/wp-content/uploads/2020/06/unutra-12714.pdf>
6. Dublin – Wikipedija ([wikipedia.org](https://en.wikipedia.org))
7. Irska zastava i grb - Irska i Smaragdni otok
8. <https://hr.wikipedia.org/wiki/Irska>
9. https://hr.wikipedia.org/wiki/Sveti_Patrik
10. https://hr.wikipedia.org/wiki/Dan_svetog_Patrika





5. $\sqrt{2635} \approx 51$ km
6. $\frac{1\ 100\ 000 - 495\ 000}{1\ 100\ 000} = 55\%$
7. Slika desno.
8. 841. godina
9. 1592. godina
10. 1669. godine
11. Prvi prikaz je tablica i iz nje možemo samo čitati podatke. Grafički prikaz u xOy vjerno prikazuje razdoblja te kretanje broja stanovnika. *Excel* grafičkon daje dobar pregled kretanja broja stanovnika, ali ne daje realan prikaz razdoblja.
12. Oba razdoblja su 60 godina. Od 1841. do 1901. pad je od $\frac{6\ 528\ 799 - 3\ 221\ 823}{6\ 528\ 799} = 51\%$. Od 1961. do 2022. godine rast je od $\frac{5\ 149\ 139 - 2\ 818\ 341}{2\ 818\ 341} \approx 83\%$.
13. 2 : 3



14.

15. $\frac{1831 - 1041}{1041} \approx 76\%$

16. Godina rođenja sv. Patrika je 385 godina.

17. Zbroj dva susjedna u istom redu daje broj u sljedećem redu.

18. Zbrojevi koeficijenta u redovima su: 1, 4, 8, 16, 32..., što su potencije broja dva.

19.

1								
1	1							
1	2	1						
1	3	3	1					
1	4	6	4	1				
1	5	10	10	5	1			
1	6	15	20	15	6	1		
1	7	21	35	35	21	7	1	
1	7	21	35	35	21	7	1	

20. 1665. godine.

$(x+y)^7 = x^7 + 7x^6y + 21x^5y^2 + 35x^4y^3 + 35x^3y^4 + 21x^2y^5 + 7xy^6 + y^7$



okruženje središta Dublina
 središte Dublina
 okruženje Dublina

