

Izračunajte vrijednosti nepoznanica x , y i z ako vrijedi

$$x + y = 52,$$

$$y + z = 49,$$

$$x + z = 37.$$

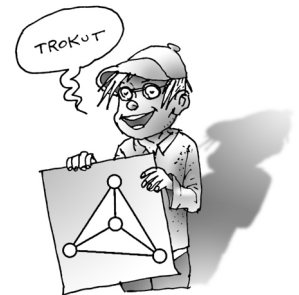
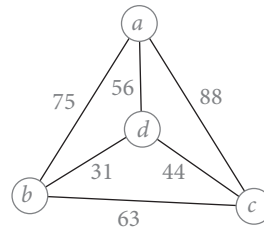
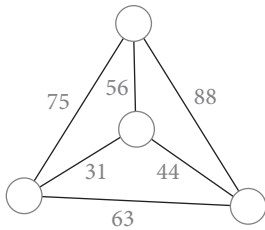
Rješenje. Rješavajući ovaj sustav dobivaju se vrijednosti $x = 20$, $y = 32$ i $z = 17$.

U nastavku članka razmotrit ćemo slične probleme i vizualizaciju.

2. Rješavanje aritmogona

Promotrimo sljedeći primjer:

Primjer 1. Zadan je aritmogon sa sljedećim podatcima (vidi sliku lijevo). U kružice treba upisati četiri broja tako da zbroj brojeva iz kružića bude jednak vrijednosti napisanoj na dužini koja ih spaja.



Rješenje. Označimo nepoznate brojeve s a , b , c i d (vidi sliku desno).

Uočimo da su zbrojevi vrijednosti na jednoj dužini i njoj nasuprot, tj. dviju nesusjednih dužina svi jednaki 119. Dakle, dobivamo sljedeći sustav linearnih jednačnji:

$$a + b = 75,$$

$$a + c = 88,$$

$$a + d = 56,$$

$$b + c = 63,$$

$$b + d = 31,$$

$$c + d = 44.$$

Ako zbrojimo sve ove jednačnje, dobit ćemo $3 \cdot (a + b + c + d) = 357$, odnosno $a + b + c + d = 119$.

Taj broj već smo uočili na drugi način. Ako od prve oduzmемо drugu jednačnju, dobit ćemo

$$(a + b) - (a + c) = 75 - 88,$$

odnosno $b - c = -13$.



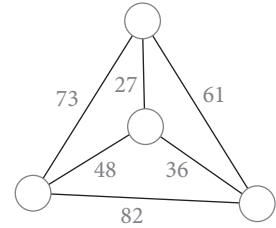
Pribojimo li ovoj jednadžbi četvrtu jednadžbu, dobit ćemo $b - c + b + c = -13 + 63$, odnosno $2b = 50$ ili $b = 25$.

Uvrstimo li $b = 25$ u četvrtu jednadžbu, dobit ćemo da je $c = 38$, iz prve $a = 50$ te iz pete $d = 6$.

Provjera daje da je $a + b + c + d = 50 + 25 + 38 + 6 = 119$.

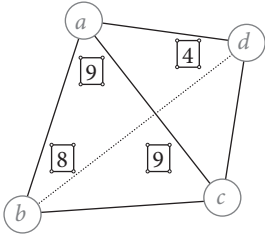
Zadatak 2. Riješite sljedeći aritmogon.

Rješenje: 26, 47, 35, 1



3. Rješavanje aritmoedra

Aritmoedar je tetraedar kojemu svakoj strani/plohi pridružujemo vrijednost koja je jednaka zbroju vrijednosti nepoznatih brojeva a , b , c i d u vrhovima te strane i koje treba izračunati.



Primjer 2. Zadan je aritmoedar s vrijednostima ploha 8, 9, 9, 4 (vidi sliku lijevo). Odredimo vrijednosti vrhova tetraedra.

Rješenje. Za zadani aritmoedar vrijedi da je

$$\begin{aligned} a + b + c &= 8, \\ a + b + d &= 9, \\ a + c + d &= 4, \\ b + c + d &= 9. \end{aligned}$$

Zbrojimo li ove jednadžbe, dobivamo $3 \cdot (a + b + c + d) = 30$, odnosno $a + b + c + d = 10$.

Ako od druge jednadžbe oduzmemo četvrtu, dobivamo da je $a - c = 0$, odnosno $c = a$.

Ako od četvrte jednadžbe oduzmemo treću, dobivamo $b - a = 5$, odnosno $b = 5 + a$.

Uvrstimo li $c = a$ i $b = 5 + a$ u prvu jednadžbu, dobivamo $a + 5 + a + a = 8$, odnosno $a = 1$.

Odavde je $c = 1$. Ako uvrstimo $a = 1$ i $c = 1$ u treću jednadžbu, dobivamo

$$1 + 1 + d = 4,$$

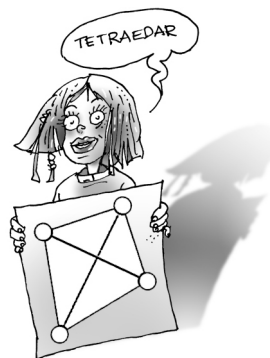
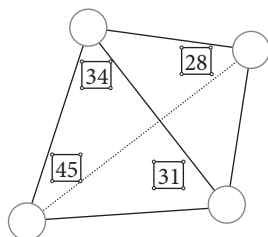
odnosno $d = 2$. I na kraju, uvrstimo li vrijednosti za a i c u prvu jednadžbu, dobivamo da je $b = 6$.

Dakle, rješenje su brojevi 1, 6, 1, 2.



Za vježbu riješite sljedeći aritmoedar.

Zadatak 3. Riješite sljedeći aritmoedar.

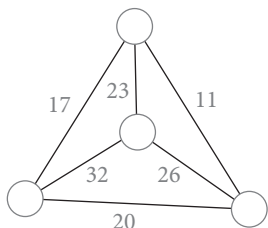


Rješenje: $a + b + c + d = 46$; $a = 15$, $b = 18$, $c = 12$, $d = 1$.

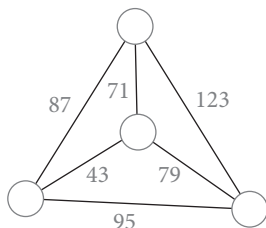
4. Zadatci

Evo nekoliko zadataka za vježbanje.

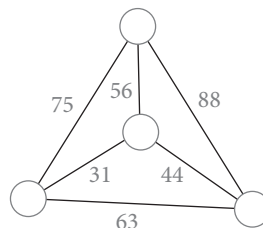
1. Riješite sljedeće aritmogone zadane na slikama a), b) i c):



a)

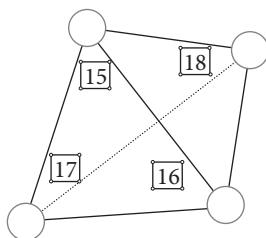


b)

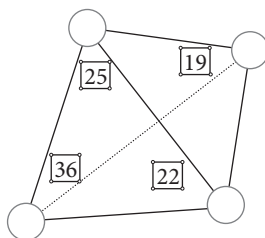


c)

2. Riješite sljedeće aritmoedre zadane na slikama a) i b):



a)



b)

Napomena. Jednom knjigom iz Matkine biblioteke nagradit ćemo onoga tko pošalje rješenje zadatka.

