



# MATEMAGICAR

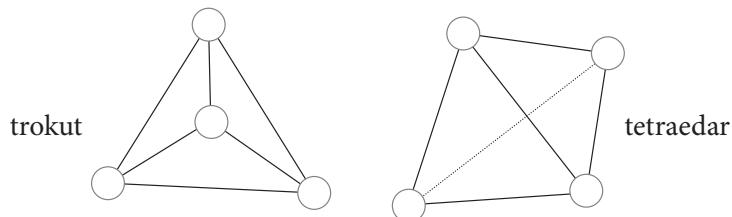
## ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՑՆԵՐ

Petar Mladinić, Zagreb

### ARITMOGON I ARITMOEDAR

**U**ovom čemu tekstu razmotriti i ilustrirati kako lako i uspješno možemo vizualizirati numeričke/aritmetičke probleme.

Suvremeni Matemagičari smislili su način kako „spojiti“ crteže mnogokuta (poligona) i tijela s rješavanjem sustava linearnih jednadžbi, tj. kako na drukčiji način prikazati uobičajene matematičke pojmove i postupke. Ovdje čemo uporabiti crteže trokuta i tetraedra (vidi sliku).

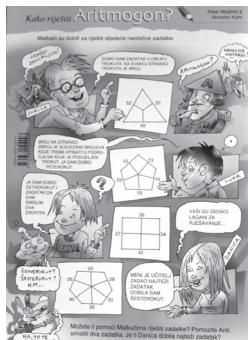


*Aritmogon* je poligon (mnogokut) koji se podijeli na određeni broj mnogokuta. U ovom članku trokut se dijeli na 3 unutarnja trokuta.

*Aritmoedar* je poliedar (tijelo) koji se ne dijeli na druge poliedre, nego se uporabljuje njegov prikaz takav kakav jest.



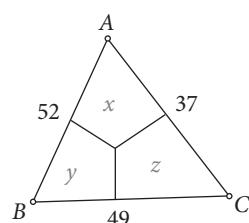
### 1. Uvod



U Matki 117 objavljen je strip-zadatak *Kako riješiti aritmogon*, a u Matki 118 napisano je rješenje zadatka iz strip-a. Na stranicama 124.-127. objašnjeno je kako se rješavaju takvi aritmogoni.

Ilustrirajmo jednim zadatkom problem aritmogona.

**Zadatak 1.** Za trokut  $ABC$  zadane su redom duljine stranica 52, 49 i 37. Trokut je podijeljen na 3 četverokuta nepoznatih površina  $x$ ,  $y$  i  $z$  (vidi sliku).



Izračunajte vrijednosti nepoznanica  $x$ ,  $y$  i  $z$  ako vrijedi

$$x + y = 52,$$

$$y + z = 49,$$

$$x + z = 37.$$

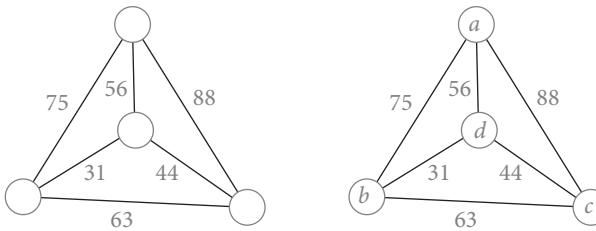
**Rješenje.** Rješavajući ovaj sustav dobivaju se vrijednosti  $x = 20$ ,  $y = 32$  i  $z = 17$ .

U nastavku članka razmotrit ćemo slične probleme i vizualizaciju.

## 2. Rješavanje aritmogona

Promotrimo sljedeći primjer:

**Primjer 1.** Zadan je aritmogon sa sljedećim podatcima (vidi sliku lijevo). U kružiće treba upisati četiri broja tako da zbroj brojeva iz kružića bude jednak vrijednosti napisanoj na dužini koja ih spaja.



**Rješenje.** Označimo nepoznate brojeve s  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  (vidi sliku desno).

Uočimo da su zbrojevi vrijednosti na jednoj dužini i njoj nasuprot, tj. dvoju nesusjednih dužina svi jednaki 119. Dakle, dobivamo sljedeći sustav linearnih jednadžbi:

$$a + b = 75,$$

$$a + c = 88,$$

$$a + d = 56,$$

$$b + c = 63,$$

$$b + d = 31,$$

$$c + d = 44.$$

Ako zbrojimo sve ove jednadžbe, dobit ćemo  $3 \cdot (a + b + c + d) = 357$ , odnosno  $a + b + c + d = 119$ .

Taj broj već smo uočili na drugi način. Ako od prve oduzmemo drugu jednadžbu, dobit ćemo

$$(a + b) - (a + c) = 75 - 88,$$

odnosno  $b - c = -13$ .



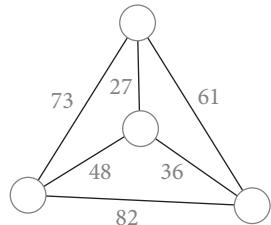


Pribrojimo li ovoj jednadžbi četvrtu jednadžbu, dobit ćemo  $b - c + b + c = -13 + 63$ , odnosno  $2b = 50$  ili  $b = 25$ .

Uvrstimo li  $b = 25$  u četvrtu jednadžbu, dobit ćemo da je  $c = 38$ , iz prve  $a = 50$  te iz pете  $d = 6$ .

Provjera daje da je  $a + b + c + d = 50 + 25 + 38 + 6 = 119$ .

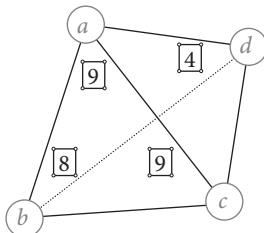
**Zadatak 2.** Riješite sljedeći aritmogon.



**Rješenje:** 26, 47, 35, 1

### 3. Rješavanje aritmoedra

Aritmoedar je tetraedar kojemu svakoj strani/plohi pridružujemo vrijednost koja je jednaka zbroju vrijednosti nepoznatih brojeva  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  u vrhovima te strane i koje treba izračunati.



**Primjer 2.** Zadan je aritmoedar s vrijednostima ploha 8, 9, 9, 4 (vidi sliku lijevo). Odredimo vrijednosti vrhova tetraedra.

**Rješenje.** Za zadani aritmoedar vrijedi da je

$$a + b + c = 8,$$

$$a + b + d = 9,$$

$$a + c + d = 4,$$

$$b + c + d = 9.$$

Zbrojimo li ove jednadžbe, dobivamo  $3 \cdot (a + b + c + d) = 30$ , odnosno  $a + b + c + d = 10$ .

Ako od druge jednadžbe oduzmemos četvrtu, dobivamo da je  $a - c = 0$ , odnosno  $c = a$ .

Ako od četvrte jednadžbe oduzmemos treću, dobivamo  $b - a = 5$ , odnosno  $b = 5 + a$ .

Uvrstimo li  $c = a$  i  $b = 5 + a$  u prvu jednadžbu, dobivamo  $a + 5 + a + a = 8$ , odnosno  $a = 1$ .

Odavde je  $c = 1$ . Ako uvrstimo  $a = 1$  i  $c = 1$  u treću jednadžbu, dobivamo

$$1 + 1 + d = 4,$$

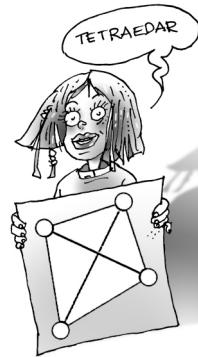
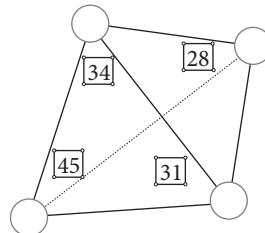
odnosno  $d = 2$ . I na kraju, uvrstimo li vrijednosti za  $a$  i  $c$  u prvu jednadžbu, dobivamo da je  $b = 6$ .

Dakle, rješenje su brojevi 1, 6, 1, 2.



Za vježbu riješite sljedeći aritmoedar.

**Zadatak 3.** Riješite sljedeći aritmoedar.

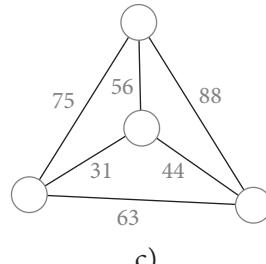
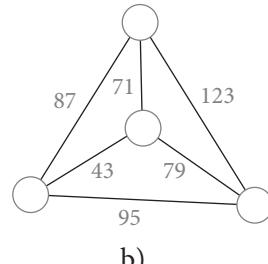
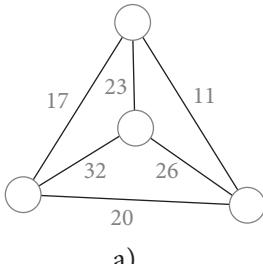


**Rješenje:**  $a + b + c + d = 46$ ;  $a = 15$ ,  $b = 18$ ,  $c = 12$ ,  $d = 1$ .

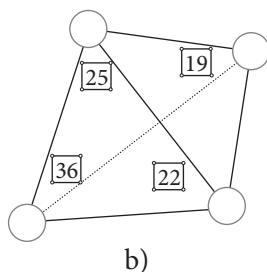
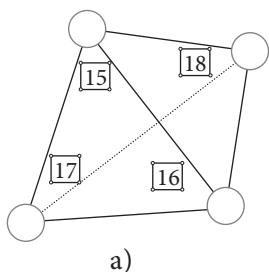
#### 4. Zadatci

Evo nekoliko zadataka za vježbanje.

1. Riješite sljedeće aritmogone zadane na slikama a), b) i c):



2. Riješite sljedeće aritmoedre zadane na slikama a) i b):



**Napomena.** Jednom knjigom iz Matkine biblioteke nagradit ćemo onoga tko pošalje rješenje zadatka.

