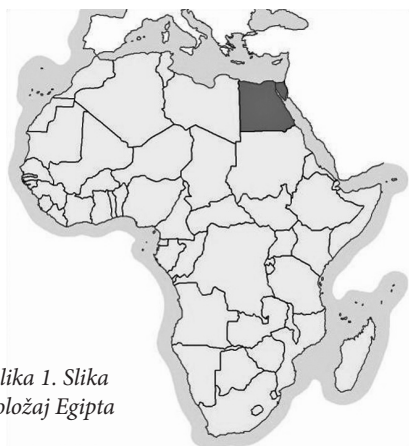


**MATEMATIČKO PUTOVANJE – EGIPAT**

Sanja Janeš, Čabar



Slika 1. Slika položaj Egipta

Egipat je drevna država o kojoj većina učenika dosta zna i prije polaska u školu jer Egipat ima povijest bogatu poznatim građevinama kao što su piramide ili sfinge... Danas je on Arapska Republika koja se proteže na dva kontinenta, Afriku i Aziju.

Egipat leži između Sredozemnog mora na sjeveru, Palestine na sjeveroistoku, Crvenog mora na istoku, Sudana na jugu i Libije na zapadu.

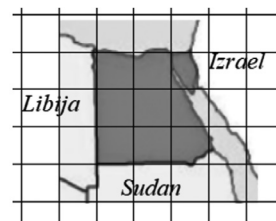
1. Duljine kopnenih granica sa susjednim državama navedene su u tablici. Odredite postotni udio kopnene granice s Egiptom za svaku od četiri susjedne zemlje.



zemlja	Izrael	Palestina	Sudan	Libija
duljina granice	255 km	11 km	1 273 km	1 115 km

2. Duljina granice s Libijom iznosi 1 115 km. Odredite približnu površinu Egipta koristeći kvadratnu mrežu i podatak o duljini kopnene granice s Libijom.

Dio površine Egipta koji pripada Africi iznosi $951\,206\text{ km}^2$, a Aziji $59\,202\text{ km}^2$. Prikažite kružnim dijagramom omjer površina Egipta koje pripadaju Africi odnosno Aziji.



Slika 2. Prikaz površine Egipta u kvadratnoj mreži

3. Koristeći podatke iz prethodnih zadataka izračunajte koliki je postotak pogreške u izračunu površine Egipta iz drugog zadatka.

Egipat je pustinjska zemlja jer je 90 % zemlje pustinja. Jedina rijeka sa stalnim tokom je poznata rijeka Nil čiji je tok kroz Egipat dug 1 532 km. Nil je žila kucavica Egipta pa su se svi veći gradovi i stare civilizacije koncentrirali oko njega. Nil je nastao od dva velika pritoka, Bijelog Nila i Plavog Nila. Izvor Bijelog Nila, jezero Victoria, otkrio je John Hanning Speke tek u 19. stoljeću. Ekspedicija *Bijeli Nil*, koju je vodio Južnoafrikanac Hendri Coetsee, bila je prva koja je uspjela otploviti cijelu dužinu Nila. Krenuli su s izvora Nila u Ugandi i sigurno stigli na Sredozemlje 4 mjeseca i 2 tjedna kasnije.



4. Riješite jednadžbu $-\frac{4}{3} + \frac{1}{2} \left\{ x - \left[\frac{2}{3}x - 3(x - 0.2) + 7 \right] - 1 \right\} + 0.5 = 3334 \frac{13}{15}$ i

otkrit ćete koje se godine dogodila ekspedicija *Bijeli Nil*.

Geolog Pasquale Scaturro i njegov partner, kajakist i dokumentarist Gordon Brown, postali su prvi koji otplovili Plavi Nil, od jezera Tana u Etiopiji do plaža Aleksandrije na Sredozemlju 2004.

5. Rješenje (x, y) sustava jednadžbi, $\begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{y+1}{5} = 10 \\ 2(x-9) - (20+y) = 14 \end{cases}$ otkriva dan x

mjesec y kad su Pasquale Scaturro i Gordon Brown doplovili Plavim Nilom do Sredozemlja.

6. Kolika je približna ukupna duljina rijeke Nil ako približno 23 % njenog toka prolazi Egiptom?

Prema popisu stanovništva iz 2017. u Egiptu živi 94 798 827 stanovnika. Gotovo ih 98 % živi uz Nil i u njegovoj delti, a to područje čini samo 5.5 % ukupnog teritorija Egipta.

7. Koliko stanovnika živi na teritoriju Egipta izvan porječja i delte Nila?

Od 1960. do 1970 Egipat je uz novčanu pomoć gradio i sagradio Asuansku branu. Duljina brane je 3 830 m, od čega 520 m između obala rijeke. Njezinom izgradnjom stvoreno je Naserovo jezero duljine skoro 600 km, a prosječne širine 10 km. Površina jezera veća je od 6 200 km² i maksimalne dubine 182 m. Jezero se većim dijelom nalazi u Egiptu (5 250 km²) i taj se dio naziva jezero Nasser, a manji dio nalazi se u Sudanu (970 km²) pod imenom jezero Nubia.

8. Visina Asuanske brane neparni je troznamenkasti broj kojemu su sve znamenke jednake. Djeljiv je brojem tri, ali ne i brojem devet. Kolika je visina Asuanske brane?

9. Odredite postotni udio pripadnosti akumulacijskog jezera Egiptu i Sudanu.



Slika 3. Satelitska snimka Asuanske brane, NASA

Najveći i ujedno glavni grad Egipta je Kairo s 9 153 135 stanovnika, međutim u njegovom širem području (tzv. Veliki Kairo) ima 20 236 476 stanovnika, što ga čini najvećim u Africi. Ostali su veći gradovi u Egiptu Aleksandrija s 5 039 975 stanovnika, Giza s 4 146 340 stanovnika, Šubra el-Hejma

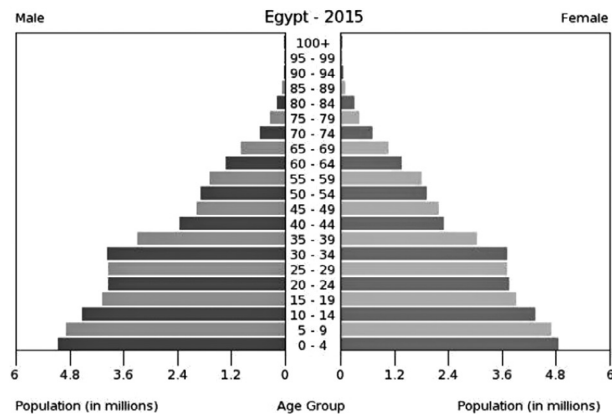


s 1 165 914 stanovnika, Port Said s 751 073 stanovnika te Suez s 660 592 stanovnika.

10. Nacrtajte kružni dijagram relativne frekvencije koji prikazuje udio stanovnika najvećih egipatskih gradova u odnosu na ukupan broj stanovnika Egipta.

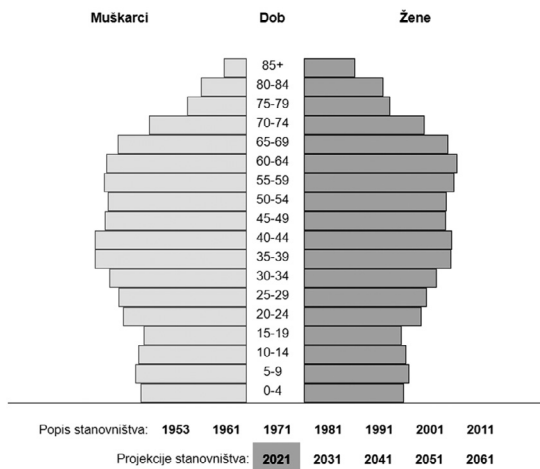
11. Ako je procijenjeni broj stanovnika 2017. godine bio 94 798 827 stanovnika, odredite koliki postotak stanovništva Egipta živi u Velikom Kairu.

Broj stanovnika Egipta u stalnom je porastu. Velik je broj mladih i djece. Kako izgleda struktura stanovništva Egipta prikazuje dijagram, tzv. dobno-spolna *piramida* stanovništva.



Slika 4. Dobno-spolna piramida Egipta

<https://geografija.unizd.hr/Portals/6/nastavnici/Robert%20Loncaric/9.%20Egipat.pdf>



Slika 5. Dobno-spolna piramida stanovništva Hrvatske u 2021. godini

<https://web.dzs.hr/app/rss/piramida-stanovnistva.html>



12. Usporedite dobno-spolnu piramidu Egipta i Hrvatske (2021. godine). Što zapažate?

Egipat je važno prometno središte najviše zbog vlasništva nad Sueskim kanalom koji je umjetno prokopan. Spaja Crveno i Sredozemno more, a razdvaja afrički i azijski kontinent. Sueski kanal najbliža je pomorska veza između zapadne i istočne Zemljine hemisfere. Prvi pokušaji gradnje takvog kanala sežu u 6. stoljeće prije Krista. Danas Egipat planira izgradnju još jednog kanala, usporednog s postojećim.



Slika 6. Sueski kanal

13. Duljina Sueskog kanala u kilometrima je $1 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1}$.
14. Sueski kanal pušten je u promet u 19. stoljeću. Dvoznamenkasti završetak godine trokratnik je devetog po veličini prostog broja. Koje godine je pušten u promet Sueski kanal?

Kako smo na početku rekli, s Egiptom smo se upoznali jako rano zahvaljujući njegovoj bogatoj povijesti. Velikoj većini ljudi prva su asocijacija na Egipat piramide u Gizi, građene između 2620. pr. Kr. i 2500. pr. Kr. Zanimljivost je i da u doba izgradnje piramida Egipćani još nisu poznavali kotač. Piramide su zapravo grobnice triju faraona pa ih po njima i nazivaju Keopsova, Kefrenova i Mikonova.



Slika 7. Piramide u Gizi, Ricardo Liberato
- All Gizah Pyramids

Najveća je i najstarija Keopsova piramida. Procjenjuje se da je bila izgrađena u 26. stoljeću pr. Kr.

15. Odredite koliko je stoljeća približno stara Keopsova piramida.

Kut strana piramide u odnosu na osnovicu iznosi $51^\circ 52'$, a svaka je strana pažljivo i točno orijentirana prema jednoj od četiriju strana svijeta. Vodoravni presjek građevine u bilo kojem dijelu kvadratnog je oblika, a duljina brida osnovice iznosi 229 metara. Kada je bila izgrađena, piramida je bila visoka 146.5 m, ali se tijekom godina smanjila na 138.5 m zato što je površina piramide bila prekrivena vrlo glatkim, gotovo neprimjetnim vapnencem koji je s godinama nestajao zbog oštre saharske klime. Vapnenac je piramidi davao karakterističnu sjajnu bijelu boju.

16. Izračunajte približno oplošje i volumen Keopsove piramide s današnjom visinom. Rješenja zaokružite na stotinke i zapišite u znanstvenome zapisu.



17. Za koliko se posto snizila Keopsova piramida pod utjecajem oštre saharske klime?



Slika 8. RASHID, kamen iz Rosette
<https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=51851>

Egipatski hijeroglifi dešifrirani su s natpisa kamene ploče iz Rosette. Hijeroglifsko pismo spada u skupinu slikovnih pisama, a tekstovi su bili pisani na papirusu ili klesani u kamenu. Nakon što su Egipćani postali kršćani, Rimljani su uništili sve njihove natpise i dokumente jer su smatrali da su poganski, pa su tako hijeroglifi zaboravljeni. Kad se Egipat islamizirao, službeno pismo postalo je arapsko.

Značenje hijeroglifa odgonetnuo je Francuz Jean-Francois Champollion uspoređujući hijeroglifsko, demotsko i grčko pismo na ploči iz Rosette, a 1824. godine napisao je knjigu u kojoj je objavio rezultate svoga rada.

18. Koordinate sjecišta pravaca $m... y = x - 8$ i $n... y = -\frac{1}{5}x + 10$ predstavljaju dan (x) i mjesec (y) otkrića kamene ploče iz Rosette.

19. Odredite godinu otkrića kamene ploče iz Rosette koja je redni broj oblika $abcc$. Otkriće se dogodilo u 18. stoljeću, a vrijedi $a + b = c - 1$.

20. Godina dešifriranja hijeroglifa je u 19. stoljeću, a dvoznamenkasti završetak godine rješenje je jednadžbe $(x + 1)^2 - (2x + 1) = x(x - 10) + 220$.

Naravno, u hijeroglifskom pismu postojali su i prikazi za brojke. Pogledajte tablicu.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩ ∩∩	∩∩∩ ∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩	∩∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩
100	200	1 000	1 110	2 000	2 100	3 000	1 000 000	2 000 000
⊙	⊙⊙	⊙ ⊙	⊙ ⊙∩	⊙ ⊙	⊙ ⊙	⊙ ⊙	⊙ ⊙	⊙ ⊙


Slika 9. Kako su stari narodi zapisivali brojeve



Za broj 10 koristio se znak koji je označavao potkovu jer je svaka potkova na sebi imala 10 rupica. Za broj 100 koristio se znak koji je označavao mjerno uže od 100 lakata duljine. Broj 1 000 prikazan je lotosovim cvijetom koji je „u tisućama” prekrivao močvare oko Nila. Broj 10 000 savijenim prstom, a broj 100 000 guštericom kojih se poslije poplava Nila „u stotinama tisuća” moglo naći po muljevitim obalama. Za broj 1 000 000 korišten je znak koji prikazuje čovjeka ruku raširenih prema nebu koji kao da govori: „Toliko je zvijezda na nebu” ili „Toliki je bog”.

21. Zapišite godinu 2023. koristeći hijeroglifne znakove iz tablice.

Zanimljivo je kako su stari Egipćani zapisivali razlomke.

Njihove metode zapisivanja nisu im dopuštale da pišu jednostavne razlomke kao što su $\frac{3}{5}$ ili $\frac{15}{33}$ zato što su svi razlomci morali biti prikazani brojnikom 1. Ako to nije bilo moguće, onda se razlomak morao zapisati kao zbroj više razlomaka s brojnikom 1. Iznimka je u tome bio razlomak $\frac{2}{3}$. Razlomci su zapisivani tako da je iznad nazivnika stavljen hijeroglif koji je označavao „otvorena usta” . Pojednostavljeno, razlomke s jedinicom u brojniku pišemo kosom crtom iza koje slijedi nazivnik, npr. $\frac{1}{2}$ zapisujemo kao $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ kao $\frac{1}{4}$, dok se iznimka, $\frac{2}{3}$, piše $\frac{2}{3}$.


Evo nekoliko primjera koji objašnjavaju ova pravila:

- Razlomak $\frac{3}{4}$ pisar je mogao zapisati kao $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$, tj. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. ili $\frac{3}{4} \frac{1}{6}$, tj. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$. Uvijek se koristi kraća verzija.
- Razlomak $\frac{7}{12}$ mogao se zapisati kao $\frac{1}{2} \frac{1}{12}$, ili $\frac{3}{4} \frac{1}{4}$. Pisar bi koristio $\frac{1}{2} \frac{1}{12}$ jer mora koristiti veći jedinični razlomak, $\frac{1}{2}$ koji je veći od $\frac{1}{3}$.
- Razlomak $\frac{9}{10}$ nije se mogao zapisati kao $\frac{1}{2} \frac{1}{5} \frac{1}{5}$ zato što se jedan jedinični razlomak može koristiti samo jednom u prikazu. Zato bi se $\frac{9}{10}$ pisao kao $\frac{1}{3} \frac{1}{5} \frac{1}{30}$.
- Prijašnji primjer pokazuje kako su razlomci u zbroju pisani u padajućem redoslijedu: $\frac{1}{3} > \frac{1}{5} > \frac{1}{30}$.

22. Pokušajte otkriti način zapisivanja razlomka $\frac{5}{8}$. Pokušajte ga prikazati i slikovno, hijeroglifski.

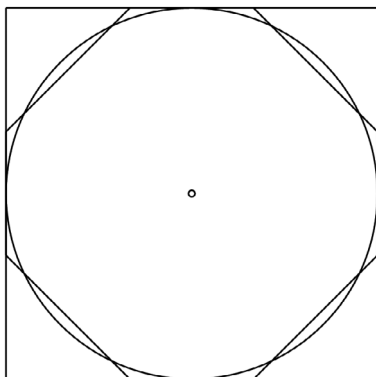
Stari Egipćani bili su veliki graditelji pa su morali znati baratati mnogim matematičkim pojmovima i izračunima. Jedan od njih je kvadratura odnosno površina kruga.

Proučimo kako su oni određivali kvadraturu kruga odnosno kako je te kao proces. U procesu su kvadrat u koji je upisan krug i osmerokut koji je bio aproksimacija površine kruga.

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$


Slika 10. Srdić, B. Kako su računali stari Egipćani?, <http://e.math.hr/old/egipat/index.html>





Povezujemo krug s kvadratom:

- Neka je, na primjer, promjer kruga 9, dakle, opišite mu kvadrat stranice duljine 9
- podijelite svaku stranicu kvadrata na trećine
- formirajte osmerokut kao na slici
- površina dobivenog osmerokuta približno je jednaka površini kruga
- površina osmerokuta jednaka je površini kvadrata umanjena za četiri sukladna pravokutna trokuta s katetama duljine trećine stranice kvadrata

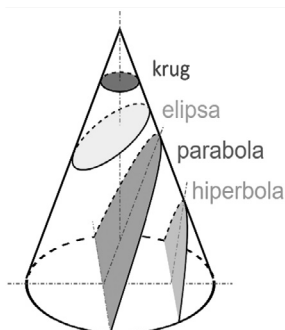
$p_8 = 9^2 - 4 \cdot \frac{3 \cdot 3}{2} = 63$, a površina toga kruga s polumjerom 4.5 iznosi $p = r^2 \pi \approx 4.5^2 \cdot 3.14 = 63.585$. Znači da je odstupanje jednako $|63.585 - 63| = 0.585$

23. Odredite površinu kruga polumjera 6 cm pomoću formule i na „egipatski” način. Izračunajte postotak odstupanja u različitim načinima izračuna.

U drevnom Egiptu živjela je jedna od prvih matematičarki, Hypatia. Rođena je 370. godine, a živjela je i radila u Aleksandriji. Zapisi govore da je bila kći Theona, profesora matematike na Sveučilištu u Aleksandriji. Bila je vrlo vješta govornica i znala je jednostavnim jezikom objasniti prirodne i znanstvene zakone. Napisala je kritiku djela *Apolonijeve konike*, podijelivši koniku/stožac ravninama u različite dijelove. Takav koncept doveo je do ideje o hiperbolama, parabolama i elipsama. Krug je bio već poznati koncept.



Hipatija



Slika 12. Čunjosječnice, By Magister_Mathematicae - Own work based on: Secciones cónicas.svg, CC BY-SA 3.0

Hipatija je bila prva žena koja je imala tako snažan utjecaj na ranu matematiku. U vrijeme kada je živjela kršćanstvo je dominiralo nad ostalim religijama. Cyril, vođa kršćana, i Orest, civilni guverner, bili su suparnici. Hipatija je navodno izgubila život jer je bila Orestova prijateljica. Iako joj je život završio tragično, njeni su radovi sačuvani. Kasnije su se Descartes, Newton i Leibniz nadovezali na njezin rad. Hipatija je ostvarila velik uspjeh za ženu toga vremena, a filozofi je smatraju ženom velikoga znanja i izvrsnom učiteljicom.

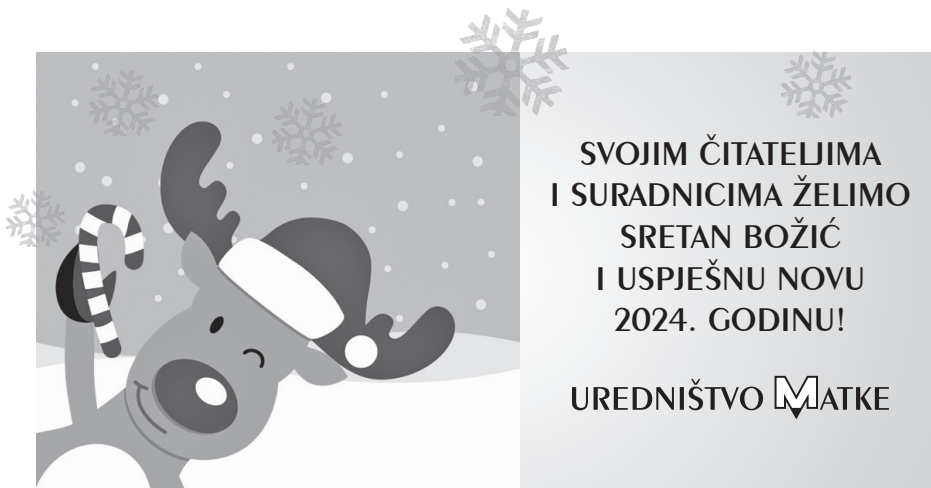
24. Godinu smrti Hipatije otkrit ćete ako riješite ovu računsku zagonetku: Ako neki broj umanjimo za deset, dobivenu



razliku umanjimo pet puta, dobiveni količnik umanjimo devet puta, dobiveni količnik umanjimo za devet, dobijemo razliku nula. Početni broj godina je Hipatijine smrti.

Izvori:

1. Egipat. *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje*. Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2021. (30. 10. 2023.)
<http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=17157>
2. <https://hr.wikipedia.org/wiki/Nil>
3. https://hr.wikipedia.org/wiki/Asuanska_brama
4. https://hr.wikipedia.org/wiki/Piramide_u_Gizi
5. https://hr.wikipedia.org/wiki/Keopsova_piramida
6. https://hr.wikipedia.org/wiki/Kamen_iz_Rosette
7. <https://element.hr/wp-content/uploads/2021/04/unutra-11497-1.pdf>
8. Srđić, B. Kako su računali stari Egipćani?
<http://e.math.hr/old/egipat/index.html>
9. <https://geografija.unizd.hr/Portals/6/nastavnici/Robert%20Loncaric/9.%20Egipat.pdf>
10. <https://web.dzs.hr/app/rss/piramida-stanovnistva.html>
11. Rašid. *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje*. Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2021. (31. 10. 2023.)
<http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=51851>
12. <http://e.math.hr/zene/zene.html>
13. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Conic_Sections.svg





Rješenja zadataka

1.

zemlja	Izrael	Palestina	Sudan	Libija
dužina granice	255 km	11 km	1 273 km	1 115 km
	9.6 %	0.4 %	48 %	42 %

2. Može se, na primjer, aproksimirati površinom osam kvadrata sa stranicom dužine 1 115 : 3 = 372 km, dakle $p \approx 8 \cdot 372^2 \approx 1\,107\,072 \text{ km}^2$.

$$3. \left| \frac{(951\,206 + 59202) - 1\,107\,072}{(951\,206 + 59202)} \right| \approx 0.096 = 9.6 \%$$

4. $x = 2004$, 2004. godine

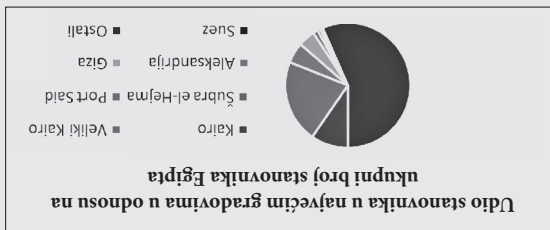
5. 28. travnja

6. Približno 6660 km.

7. $94\,798\,827 \cdot 0.02 \approx 1\,895\,977$

8. 111 m

9. Približno 84 % Egipat, 16 % Sudan



11. Približno 21 %

12. Hrvatska ima jako malo mladog, radno sposobnog stanovništva u odnosu na Egipat. Dugoročno to mlado stanovništvo u Egipatu će stvarati nove brojne generacije, a u Hrvatskoj je taj potencijal malen.

13. 193.3 km

14. 1869. godine

15. 26 prije Krista i 20 nakon Krista, 46 stoljeća

16. $O_p = 1.35 \cdot 10^5 \text{ m}^2$, $V = 1.06 \cdot 10^4 \text{ m}^3$

17. 5.5 %

18. (15. 7), 15. srpnja.

19. 1799. godine

20. 1822. godine

21. 2023.

22. $\frac{8}{5}$ ili $\frac{1}{2}$ ili (crtež desno)

23. Na egipatski način 112, pomoću današnje formule približno 113, odstupanje 0.8 %

24. 415. godine

