



Darko Žubrinić – matematika, glagoljica, planinarstvo

Željko Hanjš



Darko Žubrinić

Bio sam na četvrtoj godini studija na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu (PMF) i imao kolegij Teorija stabilnosti, a vježbe mi je držao Darko Žubrinić. Već iduće godine prešao je na Elektrotehnički fakultet (kasnije Fakultet elektrotehnike i računarstva – FER) u Zagrebu gdje je radio do umirovljenja 2023. Kasnije smo se često susretali na predavanjima i seminarima na postdiplomskom studiju. Rođen je 1956. u Zagrebu. Diplomirao je 1978. na Matematičkom odsjeku PMF-a Sveučilišta u Zagrebu s diplomskim radom *Pontryaginova teorija dualnosti za lokalno kompaktne Abelove grupe*, pod mentorstvom prof. dr. Pavla Papića. Magistrirao je 1980. s radom *Teorija upravljanja* pod vodstvom prof. dr. Mladena Alića.

Doktorirao je 1986. s disertacijom *Nerezonantne eliptične jednadžbe i njihova primjena na teoriju upravljanja* kod istog mentora. Kasnije se bavio eliptičnim rubnim problemima, kvalitativnim svojstvima kvazilinearnih eliptičkih problema (u suradnji s Mervanom Pašićem i Lukom Korkutom), fraktalnom analizom vektorskih polja (u suradnji s Vesnom Županović i drugim kolegama), fraktalnim zeta funkcijama (u suradnji s Michelom L. Lapidusom i Goranom Radunovićem). Godinama je bio član Državnog povjerenstva za matematička natjecanja, jedan od organizatora Balkanske matematičke olimpijade održane u Splitu 1989. (zajedno s profesorom Vinkom Bajrovićem), te jedan od voditelja hrvatske olimpijske ekipe na Međunarodnoj matematičkoj olimpijadi u Varšavi, Canberri i Havanu (zajedno s prof. dr. Urošem Milutinovićem, kao njegov pomoćnik), te na međunarodnim natjecanjima u Ateni i Nikoziji. Godine 1995. izdao je knjižicu *Matematički susreti* koja je namijenjena srednjoškolcima, natjecateljima iz matematike i to je bila prva knjižica iz biblioteke *Elementarna matematika* u kojoj je izdavačko poduzeće *Element* objavilo pedesetak izdanja. Koautor je dviju monografija na engleskom jeziku i 60-tak znanstvenih radova, kao i nekoliko studentskih priručnika. Iako, radi skromnosti, kaže da se glagoljicom bavi rekreativno, izdao je knjigu *Hrvatska glagoljica / Biti pismen biti svoj*. S profesorom Vladimirom Čepulićem, jedan je od utemeljitelja *Društva prijatelja glagoljice* (DPG) 1993. u Zagrebu, a trenutno je i predsjednik tog Društva. Godine 2010. objavio je (na hrvatskom i engleskom jeziku) monografiju o Vilimu Felleru, najvećem hrvatskom matematičaru u povijesti. Godine 1995. utemeljio je portal *Croatia – Its History, Culture, and Science*, koji je evidentiran u Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici (NSK) u Zagrebu. Pomoćnik je glavnog urednika g. Nenada Bacha (New York, SAD) na portalu CROWN www.croatia.org, također evidentiranog u NSK. Iako je odnedavno u mirovini, njegove aktivnosti nisu prestale. Član je Hrvatskog matematičkog društva, Matice hrvatske, Hrvatskog katoličkog društva prosvjetnih djelatnika, Hrvatsko-indijskog društva i još nekih drugih. Zamolili smo ga za kratak razgovor, da nam bar malo odškrine vrata svoje bogate riznice. Vrlo rado se odazvao pozivu.

Molim Vas, opišete neke vaše zanimljive događaje iz predškolskog, osnovnoškolskog i srednjoškolskog vremena. Kada ste se prvi put zainteresirali za matematiku?

Za matematiku sam se zainteresirao još u petom razredu osnovne škole, zahvaljujući mom dragom nastavniku Nenadu Breki. Jednom nam je za vrijeme nastave zadao sljedeći geometrijski zadatak: u ravnini samo pomoću ravnala i šestara konstruirati pravac okomit na dani pravac koji prolazi danom točkom. Vrlo brzo sam našao rješenje, iako mi tada još nije bilo jasno zašto je ono valjano. Bio sam mu zahvalan što je pričekao par sekundi nakon postavljanja zadatka, jer mi je to "otkriće" bilo jedno od estetskih poticaja prema geometriji, a onda i prema matematici općenito. Nadalje, pod ruke mi je došla knjiga Ivana Supeka *Od antičke filozofije do moderne nauke o atomima* iz tatine kućne biblioteke, zahvaljujući kojoj sam polako ulazio u svijet fizike, a time i matematike. U zagrebačkoj knjižnici Medveščak sam posezao za knjigama sa srodnim temama, pa mi je to pomoglo da shvatim da su zapravo svi školski predmeti međusobno povezani, te sam od prosječnog učenika postao više nego dobar. Imao sam divne nastavnike, a osobito me se dojmi-la Arijana Stiplošek koja mi je u 7. i 8. razredu predavala matematiku. Iz muzičkog (tj. glazbenog) odgoja sam imao Vladimira Tomerlina, poznatog glazbenog pedagoga i autora udžbenika. Moja mama Katarina me je kao učenika upisala u Dječji zbor RTV Zagreb, gdje je dirigent bio maestro Dinko Fio. Jedan od dječjih glasova koji prate poznatu pjesmu Arsena Dedića *Kad bi svi ljudi na svijetu* bio je i moj. Puno kasnije doznao sam da se u Antici (pa čak i u Srednjem vijeku) Muzika smatrala dijelom Matematike! Upisao sam 1971. Matematičku (XV.) gimnaziju u Zagrebu. Nikada roditeljima nisam najavljivao da idem na ispit, kako bi ih poštedio nepotrebnog žvicanja. Kada sam maturirao, diplomirao, magistrirao i doktorirao, to sam im obznanjivao tek nakon što sam to uspješno položio. U srednjoj školi sam, kao i u osnovnoj, imao divne profesore. Iz matematike su mi u osobito lijepom sjećanju ostali Mirjana Mrkonjić, Mirko Polonijo, Veronika Javor, ali i mnogi drugi. Jako sam zavolio biologiju, osobito genetiku, zahvaljujući dr. Borisu Vrtaru, vrlo posebnom predavaču. Razlog mog oduševljenja nije bila njegova titula, nego to da je on meni doista bio daleko najbolji predavač kojeg sam do tada imao. Osim toga, na gimnaziji je bio jedini srednjoškolski profesor s doktoratom znanosti, pa sam se (u sebi) pitao zašto takav stručnjak ne radi u nekom institutu ili na Sveučilištu. Postalo mi je to jasno tek nekoliko desetaka godina kasnije kada sam ime dr. Vrtara ugledao među suradnicima znamenite i uzorne (čak i za današnje pojmove) *Hrvatske enciklopedije* dr. Mate Ujevića, koja je izlazila u vrijeme Drugoga svjetskog rata. Atmosfera na gimnaziji je bila vrlo poticajna, ne samo radi izvrsnih profesora, nego i trajnog prijateljstva skovanog među nama učenicima u razredu.

Što Vas je potaklo na studij matematike? Koji su Vam profesori pomogli da nađete svoje područje kasnijeg znanstvenog istraživanja?

Za studij mi odluka nije baš bila tako lagana: elektrotehnika, matematika ili biologija? Na koncu sam se 1974. ipak odlučio za matematiku. Danas bih rekao da su mi u nalaženju područja kasnijih istraživanja pomogli doslovce svi profesori i asistenti koje sam imao. Ali ne samo oni, nego i divni kolege s kojima sam zajedno radio, učio i ulazio u nova područja. Ipak, osobito su mi bila zanimljiva i lijepo pripremljena predavanja profesora Krešimira Horvatića (Linearna algebra, a na zadnjoj godini studija i Algebarska topologija), Sibe Mardešića (Matematička analiza II, tj. metrički prostori, topologija, teorija Lebesgueove mjere i integrala) i Svetozara Kurepe (Funktionalna analiza). Od tadašnjih asistenata, najviše su mi se dopale iznimno poticajne vježbe i domaće zadaće Mirka Primca (Funktionalna analiza), a također i Dragutina Svrtana (Analiza II), Darka Veljana (Analiza I) i Saliha Suljagića (Teorija analitičkih funkcija). Tijekom druge godine studija zaposlio sam se kao prometnik na raskršćima rodnoga grada, te sam si od prve plaće kupio gitaru. Rekreativno sam se tijekom studija bavio sportom koji mi je, iskreno vjerujem, pomogao u izdržljivosti, ne samo tijekom studija, nego i inače u životu.

Postdiplomski studij, predavanja i seminari, su Vam zasigurno puno pomogli u tom traženju.

U početnom razdoblju bio sam tajnik Seminara iz teorije vjerojatnosti, a voditelji su bili Davor Butković i Nikola Sarapa. Paralelno sam pohađao i Seminar iz funkcionalne analize (voditelji Svetozar Kurepa, Hrvoje Kraljević i Branko Najman), nešto kasnije i Seminar za diferencijalne jednačbe (Ibrahim Aganović i Mladen Alić). Povremeno sam slušao i predavanja na Seminaru za topologiju (Sibe Mardešić). Održao sam na desetke seminarskih izlaganja, čime su se širile moje spoznaje, a neizbježna pitanja i diskusije voditelja seminara i kolega, uvijek dobronamjerna i zanimljiva, produbljivala su razumijevanje predmeta. Bio mi je osobito zanimljiv postdiplomski kolegij kod profesora Branka Najmana iz Teorije polugrupa, gdje sam kao ispit trebao u obliku seminara izložiti rezultate iz jedne američke doktorske disertacije.

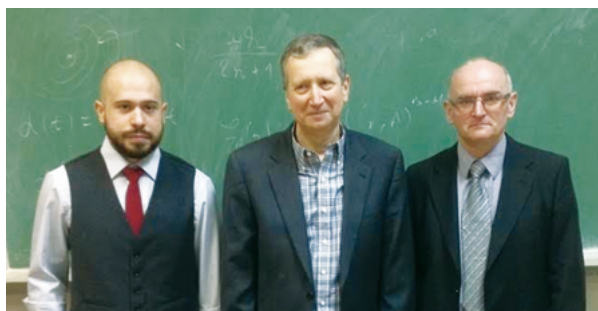
Imali ste neka, kraća ili dulja, znanstvena putovanja. Zasigurno su Vam sjećanja na njih još uvijek vrlo živa.

Najzanimljiviji mi je bio dvomjesečni boravak koncem 1981. u Trstu, na ICTP-u (International Center for Theoretical Physics), a tamo sam iz Zagreba oputovao s kolegom Lavoslavom Čaklovićem. Tema je bila *Varijacijske metode u nelinearnoj analizi*. Prvog mjeseca održavala su se uvodna predavanja u pojedine teme, a predavači su bili istaknuti stručnjaci: Djarjo G. de Figueiredo (Brazil), Antonio Ambrosetti (Italija), Henri Berestycki (Francuska) i drugi. Tijekom drugog mjeseca održana je znanstvena konferencija koja je bila na vrlo visokoj razini. ICTP je utemeljio pakistanski nobelovac Abdus Salam (fizičar), koji je u to vrijeme sve sudionike vrlo gostoljubivo primao u manjim grupama u svojoj sobi na kraći razgovor. To je jedini nobelovac kojega sam imao čast osobno sresti i s njime se rukovati. Danas ICTP nosi njegovo ime.

Za koja područja ste se opredijelili i koji su vaši najznačajniji rezultati? Kod istraživanja i pripremanja znanstvenih radova surađivali ste s mnogim matematičarima u Hrvatskoj, ali i u inozemstvu.

Dragocjeno mi je bilo iskustvo s profesorom Dragišom Mitrovićem, s kojim sam tijekom više godina pripremao knjigu *Fundamentals of Applied Functional Analysis*, objavljenu 1998. u Engleskoj. On je jedno vrijeme na početku karijere radio kao srednjoškolski profesor, pa je imao istančan osjećaj za poteškoće učenika i studenata. Bio je vrlo kritičan prema "bourbakističkom" načinu poučavanja matematike, tj. prema bezdušnom i formalnom izlaganju gradiva i pisanja priručnika za škole na svim razinama. Suradnja koju je potaknuo Mervan Pašić u proučavanju kvalitativnih svojstava običnih diferencijalnih jednačaba te kvazilinearnih eliptičkih problema, bila je iznimno plodonosna. Čini mi se da je bio prvi na ZPM (Zavod za primijenjenu matematiku) FER-a koji je inicirao timski rad kolega na Zavodu. Na početku, pozvao je mene i Luku Korkuta. Nešto kasnije pridružila nam se i Jadranka Kraljević. Početkom 2000-tih su se, opet na Pašićev poticaj, naši interesi usmjerili prema novom području – fraktalnim dimenzijama. Od njega smo doznali za temeljne monografije škotskog matematičara Kennetha Falconera (*Fractal Geometry*) i francuskog matematičara Claude Tricota (*Curves and Fractal Dimension*), koje su po mojem mišljenju i danas najbolji priručnici za matematičku teoriju fraktalnih dimenzija. Grupi se kasnije pridružio i, tada još mladi, Siniša Miličić. Nakon nekoliko godina sam na inicijativu kolegice Vesne Županović započeo suradnju s njom na temu fraktalne analize dinamičkih sustava. Naš prvi zajednički rad objavljen je u uglednom francuskom časopisu *Bulletin des sciences mathématiques*. U našem internom žargonu zvali smo ga ZuZu, od početnih slogova naših prezimena. Uskoro je kolegici Županović pristigla pismena zamolba uredništva međunarodnog leksikona predviđenog u pet knjiga, koji se zove *Encyclopedia of Mathematical Physics*. Zajedno smo napisali naručeni članak *Dimensions in Dynamics*, koji je objavljen u drugom svesku. Zanimljivo je da je taj prilog klasificiran u područje fizike, što nas je, naravno, posebno razveselilo. Kasnije nam se pridružio i Neven Elezović, s kojim imam jedan lijep zajednički rad (u našem žargonu smo ga zvali NeVeDa

– od Neven, Vesna i Darko). Nakon toga su došle mlade snage, Lana Horvat-Dmitrović, Maja Resman i Domagoj Vlah, koji su svi tijekom nekoliko godina doktorirali u području primjena fraktalnih dimenzija u dinamici. Dobili smo također zanimljive rezultate o klotoidama, tj. Eulerovim spiralama, koje se pojavljuju u nelinearnoj optici i problematici projektiranja autoputeva, tj. u građevinarstvu. Posebno mi je bila interesantna suradnja s profesorom Michelom Lapidusom (University of California, Riverside), do koje je došlo 2006. tijekom znanstvene konferencije u Cataniji (na otoku Siciliji) gdje sam imao čast održati jedno od plenarnih predavanja. Na moj poziv (i uz pristanak profesora Lapidusa) pridružio nam se, tada još mladi Goran Radunović, a kojemu smo bili i voditelji za doktorat. Tema zajedničkog rada bila je tzv. fraktalne zeta funkcije, iz kojeg je nastala naša knjiga *Fractal Zeta Functions and Fractal Drums*, u izdanju Springer Monographs in Mathematics, tiskana 2017. na skoro 700 str.



Goran Radunović, Michel Lapidus i Darko Žubrinić, 2015.

Glagoljicom ste se rano počeli baviti. Što je pobudilo Vaš interes za nju? Prošle godine je obilježena 30. godišnjica postojanja Društva prijatelja glagoljice. Kako je to počelo i kako se razvijalo? Jednom mjesečno se održava Tribina DPG-a.

Moj hobi – glagoljica, započeo je početkom 1990-ih, kao posljedica dugogodišnjeg planinarenja u organizaciji planinarskog društva *Vihor*, a osobito su mi poticajni bili Krešimir Micolčić i Želimir Kantura, s nadimkom “Krampus”. Taj hobi je već 1993., rezultirao objavljivanjem knjige *Biti pismen, biti svoj* (naslov mi je predložio upravo g. Kantura) u izdanju Hrvatskog književnog društva Sv. Ćirila i Metoda (Sv. Jeronima). Drugo izdanje objavljeno je 1996. pod naslovom *Hrvatska glagoljica*, u izdanju spomenutog izdavača i poduzeća *Element*. Godine 2023. obilježili smo tridesetu obljetnicu postojanja DPG-a koje je utemeljeno 22. veljače 1993. u prostorijama *Matice hrvatske*, a ideja za osnutkom Društva nastala je par godina ranije na ZPM-u FER-a, tijekom razgovora s prof. dr. Vladimirom Ćepulićem, koji je bio prvi predsjednik Društva, a ja tajnik. U početnom razdoblju je među nekim kolegama i prijateljima bilo čuđenja, ali su se tijekom vremena i oni navikli. Među vrlo značajnim članovima i podupirateljima rada Društva bili su prof. dr. Vatroslav Lopašić (fizičar) i prof. dr. Vladimir Muljević (elektrotehničar), obojica bivši dekani FER-a. U početnom razdoblju (čak i nešto prije osnutka DPG-a) su nam velikodušnu i profesionalnu pomoć pružali akademici Eduard Hercigonja, Milan Mihaljević, Stjepan Damjanović i Josip Bratulić, koji su često dolazili na FER, na njegov ZPM, te u dvoranu B4, gdje su se u večernjim satima održavale tribine. Zahvaljujući glagoljici naučio sam nešto novo i o matematici. Na primjer, zašto se brojevi “jedanaest”, “dvanaest”, . . . , “devetnaest” nazivaju upravo tako. Također sam od vlč. g. Nikole Radića s otoka Krka doznao za “ručno množenje”, zahvaljujući kojem je za poznavanje tablice množenje brojeva od 1 do 10 dovoljno znati napamet samo umnoške brojeva od 1 do 5. O tome smo objavili zajednički članak u časopisu *Matematika i škola (MIS)*, u vrijeme kad se još nismo niti osobno poznavali!

Redovito ste čitali Matematičko-fizički list (MFL) i priređivali članke, a imamo i nekoliko zajedničkih priloga.

Nas dvojica zajedno smo otkrili da je znameniti sovjetski matematičar Andrej Nikola-jevič Kolmogorov bio u Zagrebu 1965., gdje je održao pozvano predavanje, te smo o tome objavili u MFL-u kratki prilog. U MFL-u je objavljeno i nekoliko članaka o Williamu (Vilimu) Felleru, najistaknutijem hrvatskim matematičarem u povijesti, o kojem sam do sada objavio dvije knjige, te opsežan mrežni prikaz. Sadašnji glavni urednik MFL-a je uočio da je Feller objavio dva znanstvena matematička rada i u Zagrebu, 1934. i 1939. godine. Zahvalan sam mu i na tome što je prihvatio moj prijedlog da u MFL-u bude uvedena rubrika intervjua s hrvatskim matematičarima. Time je MFL dao bitan doprinos poznavanju njihova života i rada, jer oni sami govore o sebi. Osobito me veseli što su malo kasnije taj prijedlog prihvatili i fizičari. Zajedno s profesorom Zvonkom Benčićem s FER-a objavio sam članak o četrnaest profesionalnih matematičara koji su završili tehničke fakultete. Među najpoznatijima su akademici Danilo Blanuša, Josip Pečarić (koji su studirali elektrotehniku) i Vladimir Devidé (koji je studirao građevinu).



Darko Žubrinić i Željko Hanjš na Sljemenu s pogledom na Hrvatsko Zagorje, 2003.

Cijeli radni vijek proveli ste na fakultetu sa studentima. Molim Vas da uputite poruku srednjoškolicima, posebno maturantima koji bi htjeli upisati studij matematike, fizike ili elektrotehnike.

Rado se sjetim jednostavnog napatka za uspjeh u radu, koji sam čuo na predavanju akademika Sibe Mardešića: “Učini što možeš. . .”. Sviđa mi se i misao iz Biblije: “Tražite i naći ćete”. Oboje vrijedi ne samo u matematici, nego i inače u životu. Svejedno je što će mlada osoba studirati, jer iskustvo s MFL-om će sigurno koristiti. To sam mišljenje čuo i od mojih prijatelja i kolega koji su završili razne studije: elektrotehniku, računalstvo, biologiju, kemiju, medicinu, ekonomiju, pa čak i pravo. Jako mi se dopala misao Vjeko Martinka o značaju “profesionalne solidarnosti”: Ako u nekom koraku imaš problem, zamoli prijatelja (ili kolegu) za savjet i pomoć. Kroz razgovor se mnogo toga razjasni. Dobro je povremeno napraviti stanku (u obliku izleta ili nekog drugog hobija), kada se uključuje čak i podsvijest. Zahvalan sam mojem dragom kolegi i prijatelju, profesoru Vladimiru Volencu, s kojim sam zajedno propješačio na stotine kilometara po raznim planinama. Sjećam se njegovog omiljenog matematičko-planinarskog izraza: “. . . idemo sada na vrh ovog brda *po gradijentu*”, tj. okomito na izohipse, drugim riječima – najstrmijim usponom. Na jednom od izleta bio sam nagrađen nevjerovatnim prizorom, vrlo malo poznatim čak i među planinarima – s vrha planine sam, zamislite, ugledao dugu u punom krugu!