



# Utjecaj korištenja programskog jezika Logo na razumijevanje osnovnih pojmoveva o mnogokutima

Kristina Juričić, Žana Žanko, Monika Mladenović

Prirodoslovno-matematički fakultet

Sveučilište u Splitu

Ruđera Boškovića 33

[{kjuricic,zana.zanko,monika.mladenovic}@pmfst.hr](mailto:{kjuricic,zana.zanko,monika.mladenovic}@pmfst.hr)

## Sažetak

Programski jezik Logo jedan je od prvih programskih jezika za poučavanje djece nastao još 1966., a primarno je služio za učenje geometrije. Logo se temelji na ideji kornjačine grafike, koja je i danas još uvijek itekako prisutna u razvijanju računalnog razmišljanja i za početno učenje programiranja. Jasno je da je u vrijeme nastajanja Loga ideja osobnog računala bila tek ideja iz znanstvene fantastike, pa i samog računarstva kao samostalne znanstvene discipline. Unatoč tome, vizionarski pogled Seymoura Paperta postavio je temelje računalnog razmišljanja i poučavanja programiranja od najranije dobi koji su danas sveprisutni. Kako je Papert bio primarno matematičar, s predmetom zanimanja za poučavanje matematike, tako je Logo zapravo nastao u svrhu poučavanje geometrije i olakšavanja djeci savladavanja osnovnih pojmoveva iz područja geometrije kao što su mnogokuti. Ipak, nema puno istraživanja koja se bave istraživanjem utjecaja Loga na razumijevanje osnovnih pojmoveva geometrije. Cilj ovog rada je istražiti utjecaj korištenja programskog jezika Logo u poučavanju geometrije koja se obrađuje u osmim razredima osnovne škole, s naglaskom na osnovne pojmove o mnogokutima, identificirati učestale pogreške pri učenju mnogokuta te ocijeniti učinkovitost Logo programa u poticanju interaktivnog učenja geometrije. U ovom istraživanju koristile su se kvalitativne i kvantitativne metode kako bi se pružio sveobuhvatan uvid u ovu temu. Istraživanje je pokazalo da primjena kornjačine grafike u programskom jeziku Logo u poučavanju osnovnih pojmoveva o mnogokutima rezultira boljim razumijevanjem pojmoveva mnogokuta kod učenika te potiče interaktivno učenje geometrije.

**Ključne riječi:** Logo programska jezik, kornjačina grafika, mnogokuti, kvazi-eksperiment.

## 1 Uvod

Programski jezik Logo jedan je od prvih programskih jezika za poučavanje djece, nastao još 1966. godine, a osmislili su ga Seymour Papert, Wallace Feurzeig, Daniel Bobrow, i Cynthia Solomon. Temelji se na dva osnovna teorijska okvira: konstruktivizmu Piageta i prvim istraživanjima Marvina Minskyja o umjetnoj inteligenciji na MIT-u (Solomon i sur., 2020). Iz „Piagetovog konstruktivizma“ preuzet je pogled na učenje kao rekonstrukciju, a ne prijenos znanja, s

naglaskom na aktivnom učenju, konstruiranju novog znanja temeljenog na postojećem te samousmjerrenom učenju. Iz ranih istraživanja o umjetnoj inteligenciji preuzeta je ideja o inteligenciji, pa su se i Minskyjeva istraživanja na MIT-u (Minsky, 1986) usmjeravala na razumijevanje i simulaciju ljudskog mišljenja putem računala. Slijedom toga su aspekti umjetne inteligencije integrirani u obrazovanje, temeljem čega je stvoren Logo kao alat koji omogućava djeci ne samo da koriste računala, nego i da razumiju logiku i strukturu programiranja.

Logo je svakako i rezultat rada Seymoura Paperta, Piagetovog učenika, i njegove ideje o programskom okruženju za učenje geometrije korištenjem prirodnih mehanizama učenja djece - otkrivanjem (Papert, 1980). Papert je uveo osnovni entitet kornjače (engl. turtle) kojom se upravlja u mikrosvijetu skupom naredbi *Turtle talk*, a koji omogućuje učenicima da upravljaju kornjačom, kao konkretnim objektom, pri crtanjima različitih geometrijskih likova kao što su različiti mnogokuti. Ovakav način učenja temelji se na konstruktivizmu, a ideja je da potiče svjesno i namjerno korištenje strategija rješavanja problema. U početku je kornjaču predstavljao mali robot u obliku kornjače, a napretkom računalnih sustava kornjača je prešla u programske jezike Logo koji se zbog nje naziva kornjačinom grafikom. Ovakav pristup pruža učenicima model učenja koji je drugačiji od tradicionalnog pristupa u školi te ih potiče na kreativno i aktivno sudjelovanje u učenju. Cilj prvih iskustava učenika u Logo okruženju nije samo učenje formalnih pravila, već razvijanje uvida u način kretanja u prostoru i prevođenje tih uvida u programe za kornjaču. Osim matematičkih znanja, učenici stječu i općenitu matematičku pismenost koja je ključna za njihov daljnji intelektualni razvoj (Papert, 1980).

Učenje i poučavanje geometrije u osnovnoj školi uvelike je određeno geometrijskim sadržajima i geometrijskim zadacima predstavljenima u udžbenicima koje učitelji koriste za matematičko obrazovanje (Meelissen i sur., 2012; Stein i sur., 2007). Zadaci mogu biti zatvoreni sa samo jednim točnim rješenjem ili, alternativno, otvoreni s više rješenja i tumačenja (Bahar i Maker, 2015). Problemski zadaci također mogu biti poznati te se pozivati na dobro uhodane rutine (rutinski problemi) ili, alternativno, zahtijevati od učenika otkrivanje koje se činjenice, vještine i postupci mogu kombinirati za rješavanje problema koji im je kao takav nepoznat (nerutinski problemi) (Carlson i Bloom, 2005; Schoenfeld, 1983). Većina udžbenika sadrži uglavnom zatvorene i rutinske probleme i samo nekoliko otvorenih ili nerutinskih problema (van Zanten i van den Heuvel-Panhuizen, 2018).

Osnovni cilj ovoga rada je utvrditi utjecaj korištenja programskog jezika Logo u poučavanju osnovnih koncepta o mnogokutima i razlike u postignućima učenika u odnosu na tradicionalno učenje i poučavanje ovog nastavnog sadržaja.

## 2 Geometrija i poučavanje

Prema kurikulumu nastavnog predmeta Matematika, matematička pismenost smatra se vitalnom za razvijanje životnih vještina, primjenu matematičkih

metoda, kontinuirano obrazovanje, prihvatanje novih tehnologija i ostvarivanje vlastitih potencijala. Proces učenja i poučavanja matematike podstiče kreativnost, točnost, organiziranost, apstraktno razmišljanje i kritičko promišljanje. Ove sposobnosti su ključne za prepoznavanje i rješavanje problema u svakodnevnom životu i širem društvenom kontekstu (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019). Stoga se matematika poučava na svim razinama obrazovanja (Riastuti i sur., 2017), a geometrija je njezin važan dio (Jablonski i Ludwig, 2023; Serin, 2018). Geometrija je vjerojatno najstarija grana matematike čije se podrijetlo može pronaći u širokom rasponu kultura i civilizacija (Jones, 2000; 2002), a s obzirom na to da je ilustrativna, pruža mogućnost učenja iz stvarnosti (Jablonski i Ludwig, 2023). Susrećemo je još u ranom djetinjstvu kroz igru s raznim oblicima, uočavajući pritom njihova očita svojstva i gledajući u kakvom su međusobnom odnosu te neformalno učeći prepoznavati krugove, kvadrate i trokute te razumjeti riječi poput vodoravno, okomito i usporedno (French, 2004). Daljnje geometrijsko obrazovanje ima cilj naučiti učenike razumjeti, objasniti i predvidjeti geometrijske pojave, prostorno razmišljati te urediti i organizirati prostorne situacije, uključujući prikaze dvodimenzionalne i trodimenzionalne stvarnosti (Gravemeijer i sur., 2016). Pri učenju i poučavanju geometrije treba primijeniti određeni način rada i razmišljanja, tzv. geometrijsko razmišljanje, koje se odnosi na različite mentalne procese kao što su prostorna orientacija, prepoznavanje oblika i (meta)kognitivne strategije. (Jablonski i Ludwig, 2023). Učenicima su potrebne posebne vještine za rješavanje geometrijskih problema koje nazivamo geometrijskim vještinama. One im pomažu u boljem razumijevanju poučavanih koncepta, a uključuju vještine vizualizacije, opisivanja, crtanja, logike, primjene (Bhattacharyya, 2021; Maier, 2001), kritičkog razmišljanja, intuicije, perspektive, rješavanja problema, pretpostavljanja, deduktivnog rasuđivanja, argumentiranja i dokazivanja. Za njihov učinkovitiji razvoj nužna je primjena različitih metoda poučavanja (Serin, 2018). Geometrijske vještine usko su povezane s prostornom inteligencijom učenika (Riastuti i sur., 2017). I kreativnost je značajan prediktor uspješnosti učenika u rješavanju svih vrsta geometrijskih problema (Schoevers i sur., 2022).

Geometrija privlači naša vizualna, estetska i intuitivna osjetila što rezultira time da često zaokuplja interes i onih učenika koji smatraju da su druga područja matematike, kao što su brojevi i algebra, izvor zbumjenosti i neuspjeha, a ne uzbuđenja i kreativnosti. Dobro poučavanje geometrije može omogućiti većem broju učenika da budu uspješniji (Jones, 2002). Osim toga, geometrijski prikazi mogu se koristiti kao pomoć učenicima u razumijevanju i drugih područja matematike (npr.

razlomci, množenje u aritmetici, odnosi između grafova funkcija, grafički prikazi podataka u statistici), ali i drugih kurikularnih područja (npr. prirodoslovje, geografija, umjetnost, projektiranje, tehnologija) ili života općenito (moralni, društveni i kulturni razvoj učenika učinkovito ostvaren kroz geometriju) (Baykul, 2005; Clements, 2003; Jones, 2002; Serin, 2018). Geometrija se poučava tisućama godina unatrag sve do današnjih dana obilježenih računalnom revolucijom i dostupnom umjetnom inteligencijom (Silva, 2024). Posljednjih godina i desetljeća utjecaj novih dostignuća i izuma utječe i na matematičko obrazovanje, posebno na područje geometrije, te se postavlja pitanje kako ga spojiti s novim trendovima i inovacijama (Jablonski & Ludwig, 2023). Budući da vizualne slike, osobito one kojima se može manipulirati na zaslonu računala, pozivaju učenike da promatraju i pretpostavljaju generalizacije (Jones, 2002), jedan od mogućih odgovora mogao bi se odnositi na primjenu programiranja koje uključuje grafičke prikaze u poučavanju geometrije u svrhu vizualizacije geometrijskih koncepta i njihova boljeg razumijevanja.

## 2.1 Logo u poučavanju geometrije

Programski jezik Logo, odnosno mikrosvijet kornjačine grafike koju on predstavlja, može se koristiti za pristup poučavanju geometrije uz pomoć računala za što je primarno i napravljen (Papert, 1980). Kornjača, osnovni objekt u ovom mikrosvijetu, može omogućiti učenicima lakše razumijevanje geometrijskih koncepta putem dinamičnih aktivnosti. Tijekom korištenja osnovnih Logo naredbi za crtanje različitih likova učenici aktivno sudjeluju u interakciji s geometrijskim konceptima, stvarajući geometrijske oblike kao što su kvadrati i trokuti.

Ovaj pristup može potaknuti prirodne mehanizme učenja otkrivanjem za razumijevanje geometrije i matematičkih strategija kroz svjesno korištenje programske tehnike. Kornjačina grafika također uvodi učenike u osnovne koncepte iz geometrije, gdje se oblici definiraju intrinzično, bez vanjskih referenci kao što su koordinatne osi.

Kroz programiranje kornjače, učenici se upoznaju s konceptima varijabli i simboličkog imenovanja na intuitivan način, pridonoseći njihovom razumijevanju moćnih matematičkih ideja. Osim stjecanja matematičkih vještina, učenici razvijaju opću matematičku pismenost koja potiče njihov daljnji intelektualni razvoj.

Kornjačina geometrija ne samo da nudi alternativni model učenja geometrije već potiče učenike na kreativno i aktivno sudjelovanje u procesu učenja, što pruža temelj za daljnji razvoj matematičkog razmišljanja (Papert, 1980).

## 3 Metodologija istraživanja

Predmet ovoga istraživanja je utjecaj korištenja programskog jezika Logo u poučavanju geometrije koja se obrađuje u osmim razredima osnovne škole (13 – 14 godina) u BiH s fokusom na mnogokute. Cilj je istražiti učinkovitost primjene Logo programa u poučavanju mnogokuta učenika osmih razreda osnovne škole kako bi se utvrdilo može li korištenje kornjačine grafike u poučavanju poboljšati razumijevanje geometrijskih koncepta.

Sukladno cilju istraživanja postavljena su sljedeća istraživačka pitanja:

1. Utječe li primjena Logo programa na usvajanje koncepta mnogokuta?
2. Koje su učestale pogreške pri učenju mnogokuta kod učenika?

### 3.1 Sudionici

Sudionici u ovom istraživanju bili su učenici dva osma razreda osnovne škole (13 – 14 godina) u BiH. S obzirom na to da su sudjelovala dva različita razreda tako su i podijeljeni u dvije skupine, jednu kontrolnu ( $n=15$ ) u kojoj se poučavanje odvijalo isključivo na tradicionalni način i drugu eksperimentalnu ( $n=17$ ) u kojoj se u poučavanju koristio programski jezik Logo. Od ukupno 32 učenika u kontrolnoj skupini bilo je 8 djevojčica i 7 dječaka, a u eksperimentalnoj 9 djevojčica i 8 dječaka.

### 3.2 Postupak

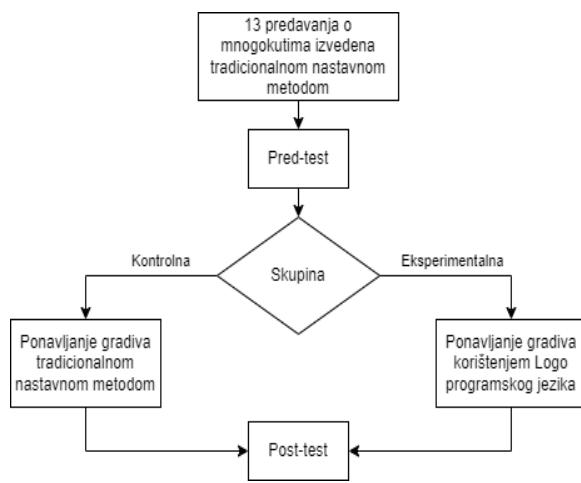
Istraživanje je provedeno kao kvazi-eksperiment tijekom redovne nastave iz predmeta Matematika prema redovnom Nastavnom planu i programu. Nakon što su učenici obradili temu tradicionalnim pristupom u trajanju od 13 sati svi učenici su pristupili pisanju preliminarnog ispita znanja (PIZ) u trajanju od 20 minuta. Nakon toga se tijekom jednog tjedna na nastavi radilo usustavljanje gradiva pri čemu je kontrolna skupina koristila tradicionalni pristup rješavanju zadataka primjenom matematičkih formula i geometrijskog pribora za crtanje. U eksperimentalnoj skupini usustavljanje se obavilo korištenjem Logo programske jezike od strane učiteljice pri čemu sadržaji povezani s matematičkim formulama i izračunima. Učenici nisu programirali već je učiteljica koristila ideju kornjačine grafike za ponavljanje osnovnih pojmljiva o mnogokutima a učiteljica je nakon analize zadatka provodila programe u Logu kao dokaz. S obzirom na to učenici nisu bili prethodno upoznati s Logo programskim jezikom, korištene su osnovne naredbe; za kretanje naprijed određeni broj koraka (npr. forward 50), okret ulijevo za zadani broj stupnjeva,

(npr. left 90), okret udesno za određeni broj stupnjeva, natrag određeni broj koraka (npr. back 50), ponavljanje (npr. repeat 3) i crtanje kružnice za zadani radijus (npr. circle 20). Slika 1 prikazuje primjere zadataka.

SAT	POJAM	PRIMJER ZADATKA
1	- Veličina unutarnjeg i vanjskog kuta pravilnog mnogokuta - Zbroj veličina svih unutarnjih i vanjskih kutova mnogokuta - Zbroj veličina unutarnjeg i vanjskog kuta mnogokuta - Konveksnost mnogokuta	REPEAT 3 [FORWARD 50 RIGHT 360/3] 
2	- Ukupan broj dijagonala mnogokuta - Broj dijagonala iz jednog vrha mnogokuta - Veličine kutova karakterističnog trokuta pravilnog mnogokuta - Upisana i opisana kružnica pravilnog mnogokuta	 
3	Zadaci za samostalan rad	 

Slika 1. Primjer zadataka u ponavljanju gradiva u Logu

Nakon jednog tjedna učenici su ponovno pisali završni ispit znanja (ZIZ) koji je bio isti kao i PIZ, s jednom razlikom u eksperimentalnoj skupini, gdje su učenici imali dodatni podzadatak koji se odnosio na Logo programske jezik. Primjer ponavljanja gradiva korištenjem Loga prikazan je na Slici 1. Slika 2 prikazuje načrt istraživanja.



Slika 2. Načrt istraživanja

Oba ispita znanja provedena su bez ocjenjivanja učenika a u svrhu formativnog vrednovanja.

### 3.3 Instrumenti

U istraživanju su korišteni preliminarni (PIZ) i završni ispit znanja (ZIZ). Razlika između ispita znanja je u jednom dodatnom zadatu u eksperimentalnoj skupini, a koji se odnosi na Logo. PIZ je proveden nakon nastavne cjeline u kojoj se obrađuju mnogokuti u redovnoj nastavi. Tablica 1 prikazuje

metrijske karakteristike ispita znanja istih zadataka u oba testa.

	PIZ	ZIZ
n	32	32
AS*	14.66	17.91
AS (postotak)	43.76%	53.46%
Mod	9	7
Medijan	12	14.75
SD**	8.23	9.61
Minimum	4	5.5
Maksimum	33	33.5
Maksimalan broj bodova	33.5	33.5
Broj čestica	14	14
Cronbach $\alpha$	0.87	0.91
Shapiro-Wilk	0.011	0.003

\*AS - Aritmetička sredina

\*\*SD – standardna devijacija

Tablica 1. Metrijske karakteristike testova

Iz Tablice 1 vidljivo je da prema Cronbach  $\alpha$  koeficijentima PIZ spada u visoko pouzdane a ZIZ u vrlo visoko pouzdane testove što ukazuje na visoku internu konzistentnost mjernih instrumenata. S obzirom na to da prema Shapiro-Wilk testu nema normalne razdiobe ni u jednom ispitnu znanja ( $p<0.05$ ), u obradi podataka primjenit će se neparametrijski testovi i to: Mann-Whitney U test za usporedbu rezultata između skupina, te Wilcoxonov test za usporedbu između preliminarnih i završnih ispita znanja. U prilogu su prikazani svi zajednički zadaci.

## 4 Rezultati

### 4.1 Utvrđivanje ujednačenosti skupina

Svi učenici su nakon 13 sati obrade predviđene nastavne cjeline pisali preliminarni ispit znanja na temu mnogokuta, tijekom čega nije bilo razlike u poučavanju. Kako bi utvrdili jesu li eksperimentalna i kontrolna skupina ujednačene u znanju prije tretmana, korišten je Mann-Whitney U test. Rezultati su pokazali da nije bilo statistički značajne razlike između skupina ( $U=104.0$ ,  $p=0.39$ ). Tablica 2 prikazuje deskriptivnu statistiku za PIZ.

	n	AS	Medijan	Mod	Raspom
svi	32	14.66	12.00	9	4 - 33
K	15	12.70	12.00	9	4 - 27
E	17	16.38	12.50	7.5	4 - 33

Tablica 2. Deskriptivna statistika za PIZ

Iako je eksperimentalna skupina postigla nešto bolji rezultat prema aritmetičkoj sredini on nije statistički značajan što potkrjepljuju i ostali pokazatelji (medijan i mod).

Temeljem rezultata možemo zaključiti da su skupine bile ujednačene u znanju.

#### **4.2 Usporedba ukupnih rezultata ispita**

Za utvrđivanje razlika na završnom ispitu znanja također je korišten Mann-Whitney U test. Rezultati su pokazali da nema statistički značajne razlike ( $U=79.5$ ,  $p=0.069$ ).

#### **4.3 Usporedba rezultata između preliminarnog i završnog ispita znanja unutar kontrolne skupine**

Za usporedbu rezultata učenika između preliminarnog i završnog testa korišten je Wilcoxonov test koji je pokazao da nema statistički značajnih razlika ( $Z=-1.682$ ,  $p=0.093$ ) u ukupnim rezultatima učenika. Učenici jesu ostvarili nešto bolji rezultat na završnom ispitu znanja ( $AS=14.133$ ) u odnosu na preliminarni ( $AS=12.7$ ), ali ne statistički značajan. Za daljnju analizu proveden je isti test za svaki zadatak da se utvrdi postoji li razlika u rezultatima po zadatku. Tablica 3 prikazuje rezultate Wilcoxonovog testa po zadacima.

<b>ZIP-PIP</b>	<b><i>z</i></b>	<b><i>p</i></b>
Z1	-1.3	0.19
Z2	-0.7	0.48
Z3	-0.3	0.75
Z3.1	-1	0.32
Z3.2	-1	0.32
Z3.3	0	1.00
Z3.4	-1	0.32
Z3.5	-0.4	0.65
Z3.6	-1	0.32
Z4	-1	0.32
Z5	-1.3	0.21
Z5.1	-1.3	0.18
Z5.2	-1	0.33
Z5.3	0	1.00
Z5.4	-1.2	0.22
Z6	-0.6	0.56

Tablica 3. Rezultati Wilcoxonovog testa po zadacima za kontrolnu skupinu

Iz rezultata prikazanih u Tablici 3 vidljivo je da su učenici nakon tri sata utvrđivanja i ponavljanja gradiva ostali na istoj razini znanja kao i prije ponavljanja.

#### **4.4 Usporedba rezultata između preliminarnog i završnog ispita znanja unutar eksperimentalne skupine**

Za usporedbu rezultata učenika između preliminarnog i završnog ispita znanja također je korišten Wilcoxonov test. Rezultati testa pokazali su da pri usporedbi preliminarnog i završnog ispita znanja postoji statistički značajna razlika ( $Z=-3.352$ ,  $p=0.001$ ) u ukupnim rezultatima učenika eksperimentalne skupine. Učenici su ostvarili statistički značajno bolji rezultat na završnom ispitu znanja ( $AS=21.234$ ) u odnosu na preliminarni ( $AS=16.382$ ). Za daljnju analizu proveden je isti test za svaki zadatak da se utvrdi postoje li i razlike u rezultatima po zadatku. Tablica 4 prikazuje rezultate Wilcoxonovog testa po zadacima za eksperimentalnu skupinu.

<b>ZIP-PIP</b>	<b><i>z</i></b>	<b><i>p</i></b>
Z1	-1.018	0.31
<b>Z2</b>	<b>-2.889</b>	<b>0.00</b>
Z3	-1.693	0.09
Z3.1	0	1.00
Z3.2	0	1.00
<b>Z3.3</b>	<b>-2</b>	<b>0.05</b>
Z3.4	-1.838	0.07
Z3.5	-1	0.32
Z3.6	-1.512	0.13
<b>Z4</b>	<b>-2.449</b>	<b>0.01</b>
<b>Z5</b>	<b>-2.177</b>	<b>0.03</b>
Z5.1	-0.791	0.43
<b>Z5.2</b>	<b>-1.994</b>	<b>0.05</b>
<b>Z5.3</b>	<b>-2.121</b>	<b>0.03</b>
Z5.4	-1.452	0.15
<b>Z6</b>	<b>-2.271</b>	<b>0.02</b>

Tablica 4. Rezultati Wilcoxonovog testa po zadacima za eksperimentalnu skupinu

Prema rezultatima prikazanim u Tablici 4 vidljivo je da su učenici nakon tri sata utvrđivanja i ponavljanja gradiva uz korištenje programskog jezika Logo ostvarili statistički značajno bolji rezultat na završnom ispitu znanja u odnosu na preliminarni, ali i ostvarili značajno bolji rezultat u zadacima vezanim uz pojmove unutarnjih i vanjskih kutova (Z2, Z3.3, Z4, Z5), broju dijagonala mnogokuta (Z5, Z5.2), te kutovima karakterističnih trokuta mnogokuta (Z5.3 i Z6). Svi zadaci prikazani su u prilogu. Iako učenici nisu konkretno obrađivali dijagonale mnogokuta u Logu, vizualizacija mnogokuta im je osvijestila i vizualizirala i druge pojmove pored samih unutarnjih i vanjskih kutova mnogokuta.

## 4.5 Učestale pogreške učenika pri učenju mnogokuta

Analizom odgovora na zadatke u ispitima te komentara učenika tijekom ponavljanja gradiva uočene su sjedeće učestale i zajedničke pogreške učenika:

1. Identifikacija mnogokuta
  - a. Trokut nije mnogokut.
  - b. Nepravilni mnogokuti nisu mnogokuti.
2. Veličine unutarnjeg i vanjskog kuta kod svakog mnogokuta su jednakе.
3. Veličina unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta je  $180^\circ$ .
4. Veličina vanjskog kuta pravilnog mnogokuta je  $360^\circ$ .
5. Zbroj veličina svih unutarnjih kutova kod svakog mnogokuta je  $180^\circ$ .
6. Zbroj veličina svih unutarnjih kutova kod svakog mnogokuta je  $360^\circ$ .
7. Zbroj veličina svih vanjskih i zbroj veličina svih unutarnjih kutova kod svakog pravilnog mnogokuta je jednak.
8. Ukupan broj dijagonala mnogokuta dobije se kada se iz svakog vrha mnogokuta povuče po jedna dijagonala.

Jedna od uočenih miskoncepcija ima neku dodirnu točku s pojmom trokuta. Vjerljivi razlog je što je učenicima trokut od prije poznat pojam te su već naučili činjenicu da je zbroj veličina unutarnjih kutova  $180^\circ$ . Kad trokut treba smjestiti u kontekst mnogokuta može doći do miskoncepcija uzrokovanih predznanjem učenika. Da bi se navedene miskoncepcije smanjile potrebno je pri poučavanju koncepata mnogokuta naglasiti da je trokut mnogokut i da sve što vrijedi za ostale mnogokute vrijedi i za trokut pa je za svaki mnogokut koji ima  $n$  kutova zbroj njegovih unutarnjih kutova  $(n-2) \cdot 180^\circ$ .

## 4.6 Opažanja tijekom nastave pri korištenju Loga

Učiteljica u eksperimentalnoj skupini je uočila pozitivnu promjenu u stavovima učenika prema nastavi o mnogokutima. Tijekom prvih 13 sati kad se primjenjivao tradicionalni pristup u poučavanju o mnogokutima kod učenika je zamijećen umor, nezainteresiranost i frustracija. Uvođenje Loga u nastavu donijelo je osvježenje tijekom ponavljanja gradiva što je pozitivno utjecalo na motivaciju učenika, a nastava se preoblikovala u kombinaciju matematičkog izračuna, ali s praktičnom i vizualnom primjenom. Učenici su aktivno sudjelovali u nastavi, postavljali pitanja te samostalno ili u paru rješavali zadatke uz raspravu. Pitanja i komentari učenika

pokazali su želju za samostalnim rješavanjem zadatka te provjerom rješenja u Logu. S obzirom na to da nisu radili za računalom, zadatke bi dobili, i nakon promišljanja o rješenju, dobili bi priliku na učiteljičinom računalu testirati svoje rješenje što su rado primjenjivali. Ovakav pristup potiče razmišljanje jer ukoliko učenici odmah kodiraju svoja rješenja, proces razmišljanja se umanjuje jer učenici imaju tendenciju programirati po principu pokušaja i pogreške. Pristup „razmišljaj dvaput kodiraj jednom“ pokazao se učinkovitim (Bailey, 2005). Ono što je također uočeno je da su se učenici koji su inače pasivni na nastavi i imaju lošije ocjene aktivirali. Suprotno tome, učiteljica u kontrolnoj skupini nije primijetila nikakve promjene u ponašanju učenika tijekom istog perioda. Pasivni učenici su ostali takvi, a pitanja postavljana za vrijeme nastave bila su usmjerena na postupke rješavanja zadataka i pitanja hoće li takvi zadaci biti u ispitu znanja.

## 5 Ograničenja istraživanja

U ovom istraživanju postoji nekoliko ograničenja koja su mogla utjecati na ukupni rezultat. Jedno od ograničenja je uzorak koji se u ovom istraživanju sastoji od dva razreda učenika s ukupno 32 učenika i dvije učiteljice od kojih je svaka predavala samo kontrolnoj ili samo eksperimentalnoj skupini, što je moglo utjecati na vanjsku valjanost. Dodatno, prvi autor je jedna od dvije učiteljice što je kao sudionici istraživanja moglo nesvesno prouzrokovati pristranost te dodatnu motivaciju u nastavi. Ograničenje je i trajanje tretmana od samo tri sata.

Unatoč navedenim ograničenima istraživanja rezultati mogu biti početna točka budućih istraživanja na istu temu koja bi provjerila ovakve rezultate.

## 6 Zaključak

Iako su od samih početaka učenja i poučavanja programiranja, a time i računalnog razmišljanja, programiranje i matematika usko vezani, utjecaj učenja programiranja na usvajanje matematičkih pojmove nije dokazan (Laurent i sur., 2022) ali nema ni puno istraživanja na tu temu.

Ovo istraživanje imalo je cilj ispitati utjecaj korištenja programskog jezika Logo u poučavanju geometrije koja se obrađuje u osmim razredima osnovne škole, s posebnim naglaskom na razumijevanje mnogokuta. Kroz provedbu istraživanja i analizu rezultata možemo izvući sljedeće zaključke: a) primjena Logo programa u poučavanju mnogokuta pokazala se kao učinkovita metoda za poboljšanje razumijevanja geometrijskih koncepata kod učenika. Rezultati istraživanja sugeriraju da je korištenje kornjačine grafike kroz programske jezike Logo

potaknulo interaktivno učenje geometrije i omogućilo učenicima lakše svladavanje osnovnih pojma o mnogokutima; b) analizom rezultata istraživanja uočene su učestale pogreške učenika pri učenju mnogokuta, kao što su nedovoljno razumijevanje pojma mnogokuta, nepravilnosti u izračunavanju veličina unutarnjih i vanjskih kutova te netočno shvaćanje pojma dijagonala mnogokuta; c) korištenje programskog jezika Logo pokazalo se kao motivirajući i učinkovit pristup u poučavanju geometrije. Učenici su aktivno sudjelovali u nastavi, postavljali pitanja i samostalno rješavali zadatke, što je rezultiralo boljim razumijevanjem geometrijskih koncepta.

Unatoč tome što se Logo u današnje vrijeme smatra programskim jezikom koji je pomalo zastario, njegov utjecaj je i danas poprilično prisutan, a ideja na kojoj je nastao je i dalje poprilično moćna. Prije svega, većina blokovskih programskih jezika su temeljeni upravo na Logu, odnosno na Papertovoj ideji iz koje je nastao. U današnje vrijeme uz veliki broj novih programskih jezika dizajniranih za mlađe učenike, teško je izabrati onaj pravi. Ipak, previše se toga temelji na zabavi i igri te korištenje takvih programskih jezika u nastavi često bude samo sebi svrha. Tijekom poučavanja treba staviti naglasak prvo na rješavanje problema, pa onda na programiranje, što se u ovom istraživanju i napravilo. Iako učenici nisu programirali, bili su aktivni u rješavanju problema i dobili su novi pogled na geometriju.

Iako je istraživanje identificiralo pozitivne učinke korištenja Logo programa u poučavanju geometrije, važno je istaknuti nekoliko ograničenja istraživanja, kao što su mali uzorak, ograničeno trajanje tretmana te potencijalna pristrandost sudionika.

U cjelini, rezultati ovog istraživanja pružaju korisne uvide u primjenu Logo programa u poučavanju geometrije i sugeriraju potrebu za dalnjim istraživanjem kako bi se potvrdili dobiveni rezultati i razvile još bolje metode poučavanja geometrije.

## Literatura

- Bahar, A., & Maker, J. C. (2015). Cognitive Backgrounds of Problem Solving: A Comparison of Open-ended vs. Closed Mathematics Problems. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 1531–1546.
- Bailey, M. W. (2005). IronCode: Think-Twice, Code-Once Programming. *SIGCSE '05*, 181–185. <https://doi.org/10.1145/1047344.1047412>
- Baykul, Y. (2005). *Lköğretimde Matematik Öğretimi*. Pegema Yayıncılık.

- Bhattacharyya, S. (2021). The Study of Basic Assumptions in Solid Geometry. *International Journal of Multidisciplinary Research Review*, 03(11), 1282–1285.
- Carlson, M. P., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 45–75.
- Clements, D. (2003). *Teaching and learning geometry* (pp. 151–178).
- French, D. (2004). *Teaching and Learning Geometry: Issues and methods in mathematical education*. Continuum International Publishing Group.
- Gravemeijer, K., Figueiredo, N., Feijis, E., Galen, F. van, Keijzer, R., & Munk, F. (2016). *Measurement and Geometry in Upper Primary School*. Brill. <https://doi.org/10.1007/978-94-6300-746-7>
- Jablonski, S., & Ludwig, M. (2023). Teaching and Learning of Geometry—A Literature Review on Current Developments in Theory and Practice. *Education Sciences*, 13(7). <https://doi.org/10.3390/educsci13070682>
- Jones, K. (2000). Critical issues in the design of the school geometry curriculum. In *Readings in Mathematics Education* (pp. 75–90). University of Auckland.
- Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. In *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice* (pp. 121–).
- Laurent, M., Crisci, R., Bressoux, P., Chaachoua, H., Nurra, C., De Vries, E., & Tchounikine, P. (2022). Impact of programming on primary mathematics learning. *Learning and Instruction*, 82, 101667. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2022.101667>
- Maier, P. (2001). *How To Make Solid Geometry Solid?* <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:167215443>
- Meelissen, M., Netten, A., Drent, M., Punter, R., Droop, M., & Verhoeven, L. (2012). *PIRLS- en TIMSS-2011. Trends in achievement in reading, mathematics and science*.

- Ministarstvo znanosti i obrazovanja. (2019). *Kurikulumi nastavnih predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije i Matematika za srednje strukovne škole na razini 4.2.*
- Minsky, M. (1986). *The Society of Mind*. New York: Simon & Schuster.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. Basic Book, Inc.
- Riastuti, N., Mardiyana, & Pramudya, I. (2017). Analysis of students geometry skills viewed from spatial intelligence. *AIP Conference Proceedings*, 1913, 020024.
- Schoenfeld, A. H. (1983). The Wild, Wild, Wild, Wild, Wild World of Problem Solving (A Review of Sorts). *For the Learning of Mathematics*, 3(3), 40–47. JSTOR.
- Schoevers, E. M., Kroesbergen, E. H., Moerbeek, M., & Leseman, P. P. M. (2022). The relation between creativity and students' performance on different types of geometrical problems in elementary education. *ZDM – Mathematics Education*, 54(1), 133–147. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01315-5>
- Serin, H. (2018). Perspectives on the Teaching of Geometry: Teaching and Learning Methods. *Journal of Education and Training*, 5, 1. <https://doi.org/10.5296/jet.v5i1.12115>
- Silva, J. (2024). *Geometry teaching from Babylon to the computer era*. <https://doi.org/10.54499/UIDB/00324/2020>
- Solomon, C., Harvey, B., Kahn, K., Lieberman, H., Miller, M. L., Minsky, M., Papert, A., & Silverman, B. (2020). History of Logo. *Proceedings of the ACM on Programming Languages*, 4(HOPL), 1–66. <https://doi.org/10.1145/3386329>
- Stein, M., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influence student learning. In *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* (pp. 319–369).
- van Zanten, M., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2018). Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks. *ZDM*, 50(5), 827–838. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0973-x>

## The impact of using Logo programming language on understanding basic concepts of polygons

### Abstract

The Logo programming language is one of the first programming languages designed for children, originating in 1966 primarily for teaching geometry. The logo is based on the concept of turtle graphics, which remains prevalent today in developing computational thinking and for initial programming education. It is clear that at the time of Logo's inception, the idea of personal computers was still in the realm of science fiction, as was computer science as an independent discipline. However, Seymour Papert's visionary outlook laid the foundation for computational thinking and programming education from an early age, which is ubiquitous today. As Papert was primarily a mathematician with a focus on mathematics education, Logo was developed specifically for teaching geometry and facilitating children's understanding of basic geometric concepts such as polygons. Nevertheless, there is limited research on the impact of Logo on the understanding of basic geometric concepts. This study aims to investigate the influence of using the Logo programming language in teaching geometry to eighth graders, with a focus on fundamental polygon concepts, identify common errors in learning polygons, and assess the effectiveness of the Logo program in promoting interactive geometry learning. This research utilized both qualitative and quantitative methods to provide a comprehensive insight into this topic. The study showed that the implementation of turtle graphics in the Logo programming language for teaching basic polygon concepts results in a better understanding of polygon concepts among students and encourages interactive geometry learning.

**Keywords:** programming language Logo, turtle graphics, polygons, quasi-experiment

## Privitak

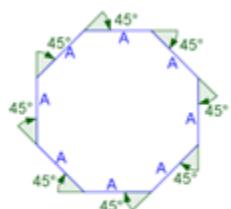
### Zadatak 1 – Z1

1. Što je, a što nije od navedenog mnogokut?

GEOMETRIJSKI OBLIK	DA/NE	OBIJASNI
		
		
		
		
		
		
		

### Zadatak 2 – Z2

2. Promotri pravilni mnogokut na slici i dopuni:



Prostor za izračun:

Mnogokut na slici ima  $n =$  \_\_\_\_ i poznatu veličinu \_\_\_\_\_ kuta.

Svaki unutarnji kut je veličine \_\_\_\_ °. (odgovor se priznaje ako napišeš postupak u prostor za izračun)

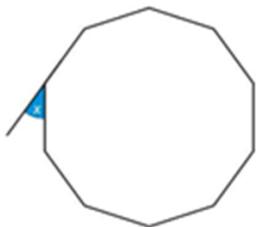
### Zadatak 3 – Z3 (svaki stupac je podzadatak, Z3.1, Z3.2, Z3.3, Z3.4, Z3.5)

3. Ispuni podatke o zadanim pravilnim mnogokutima.

MNOGOKUT	NAZIV	n	VELIČINA VANJSKOG KUTA	VELIČINA UNUTARNJEG KUTA	ZBROJ VELIČINA SVIH VANJSKIH KUTOVA	ZBROJ VELIČINA SVIH UNUTARNJIH KUTOVA
						
						
						

### Zadatak 4 – Z4

4. Kolika je veličina vanjskog kuta  $x$  pravilnog mnogokuta prikazanog na slici.  
U prostor za izračun izračunaj (opisi) kako si izračunao/la vanjski kut ?



Prostor za izračun:

- a.  $10^\circ$
- b.  $36^\circ$
- c.  $144^\circ$
- d.  $180^\circ$
- e.  $360^\circ$

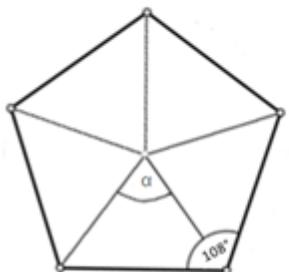
### Zadatak 5 – Z5 (svaki stupac je podzadatak, Z5.1, Z5.2, Z5.3, Z5.4)

5. Ispuni podatke o zadanim mnogokutima.

MNOGOKUT	UKUPAN BROJ DIJAGONALA MNOGOKUTA	BROJ DIJAGONALA IZ JEDNOG VRHA MNOGOKUTA	JE LI MNOGOKUT KONVEKSAN? DA/NE	BROJ KARAKTERISTIČNIH TROKUTA

### Zadatak 6 – Z6

6. Odredi kutove karakterističnog trokuta.



Prostor za izračun:

- a.  $\alpha = 144^\circ, \beta = 108^\circ, \beta = 108^\circ$
- b.  $\alpha = 108^\circ, \beta = 108^\circ, \beta = 108^\circ$
- c.  $\alpha = 54^\circ, \beta = 54^\circ, \beta = 54^\circ$
- d.  $\alpha = 72^\circ, \beta = 54^\circ, \beta = 54^\circ$
- e.  $\alpha = 72^\circ, \beta = 108^\circ, \beta = 108^\circ$