

Astronomske tablice (efemeride) u *Zadarskom kalendaru svetog Krševana* (1322)

DRAGAN ROŠA

*Zvezdarnica Zagreb – Zagrebački astronomski savez, Zagreb, Hrvatska /
Zagreb Astronomical Observatory, Zagreb, Croatia
drosa@zvezdarnica.hr*

MAKSIM KLARIN

*Zvezdarnica Zagreb – Zagrebački astronomski savez, Zagreb, Hrvatska /
Zagreb Astronomical Observatory, Zagreb, Croatia
mklarin@yahoo.com*

MARIJANA BORIĆ

*Hrvatska akademija znanosti i umjetnosti, Zagreb, Hrvatska /
Croatian Academy of Sciences and Arts, Zagreb, Croatia
mboric@hazu.hr*

DAMIR HRŽINA

*Zvezdarnica Zagreb – Zagrebački astronomski savez, Zagreb, Hrvatska /
Zagreb Astronomical Observatory, Zagreb, Croatia
dhrzina@zvezdarnica.hr*

UDK 050.9(497.5Zadar)
521(497.5)(091)
133.52

Izvorni znanstveni članak /
Original scientific paper

Primljeno / Received: 26. 1. 2024.

Prihvaćeno / Accepted: 12. 3. 2024.

[https://doi.org/10.52685/pihfb.50.1\(99\).1](https://doi.org/10.52685/pihfb.50.1(99).1)

Sažetak

Rukopis koji zovemo *Zadarski kalendar svetog Krševana* najstariji je poznati astronomski tekst nastao na hrvatskim područjima tijekom srednjega vijeka. Prvi je pisani dokument u Hrvata koji donosi efemeride Sunca i Mjeseca, i prvi tekst u Hrvata u kojem se koriste arapski brojevi, što je rani primjer njihove primjene jer su se u tom razdoblju tek postupno uvodili u zapadnoeuropsku praksu. Rukopis je nastao u skriptoriju benediktinskog samostana sv. Krševana 1322. godine, a danas se čuva u

Bodleian Library u Oxfordu. Kalendar donosi astronomske, komputske, efemeridne, liturgijske, astrološke, alkemijske i povijesne podatke. Polazeći od dosadašnjih rezultata istraživanja *Zadarskog kalendar svetog Krševana*, u ovom se radu prikazuju njegovi raznoliki sadržaji i tumače u kontekstu razvitka znanosti i vremena u kojem su nastali. Osobita se pažnja posvećuje obradi efemeridnih podataka koje kalendar donosi jer njihova analiza daje egzaktan odgovor na ključna pitanja i nedoumice u vezi s mjestom i vremenom nastanka ovog vrijednog kalendara. U odnosu na dosadašnja istraživanja, proširena je obrada efemeridnih podataka koji su vezani uz položaj Sunca na nebeskoj sferi. Na temelju tih novih analiza ne samo da je moguće saznati točnu geografsku širinu mjesta za koje se efemeride odnose, već možemo i prosuditi točnost efemeridnih podataka i provjeriti autentičnost razdoblja njihova nastanka.

Ključne riječi: Zadarski kalendar iz benediktinskog samostana svetog Krševana, astronomske efemeride, povijest astronomije, komputus, astrologija, arapski brojevi

1. Uvod

Rukopis naziva *Zadarski kalendar svetog Krševana*, premda vrijedan dokument hrvatske i europske srednjovjekovne baštine, bio je nepoznat hrvatskoj znanstvenoj zajednici sve do druge polovice dvadesetog stoljeća. Radi se o cjelovitom tekstu u kojem sadržajno razlikujemo dva dijela, od kojih je jedan astronomskog karaktera s efemeridnim podacima uklopljen u drugi, liturgijski dio. To je najstariji sačuvani pisani tekst u Hrvata koji donosi efemeride Sunca i Mjeseca i ujedno najstariji trag uporabe arapskih brojki. Jedan od razloga kasnog upoznavanja ovog rukopisa zasigurno počiva na činjenici da je svega dvanaest godina nakon njegova nastanka odnesen iz Zadra.¹ S redovnikom, koji ga je napisao rukopis dospijeva u benediktinski samostan sv. Andrije u Avignonu, zatim u samostan Saint Michel u Normandiji, a potom u Englesku u benediktinski samostan u Dorchesteru.² Kroz stoljeća mijenjali su se vlasnici rukopisa, a 1667. godine njegov tadašnji vlasnik, engleski antikvar Elias Ashmole (1617 – 1692) poklanja ga zajedno sa svojom bogatom zbirkom knjiga i rukopisa Bodleianskoj Knjižnici (Bodleian Library) u Oxfordu, gdje se čuva i danas uvezan unutar kodeksa pod oznakom Ms. ASHMOLE 360 (VIII). Zadarski rukopis pisan je na latinskom jeziku, osim posljednjeg lista na kojem su dodani manji tekstovi na starofrancuskom jeziku. Smatra se da rukopis

¹ Josip Balabanić, Josip Kolanović, »Analitički prikaz rukopisa«, u: Josip Balabanić, Josip Kolanović (ur.), *Zadarski kalendar iz benediktinskog samostana svetog Krševana (1322.) / The Zadar Calendar from the Benedictine Abbey of St. Chrysogonus (1322.)* (Zadar: Sveučilište u Zadru – Hrvatski državni arhiv, 2018), pp. 42–46.

² Josip Balabanić, Josip Kolanović, »Analitički prikaz rukopisa«, pp. 44–46.

vjerojatno nije fragment nekog izvorno većeg, možda izgubljenog djela, nego je cjelovit i samostalan tekst, koji je sačuvan u cjelini.³ Sadrži deset listova pergamene, veličine 19,5 x 13,5 centimetara, a paginacija ovog rukopisa teče od fol. 151r do 160v.⁴ Pretpostavlja se da uvez i paginacija potječu od Eliasa Ashmolea koji ga je zajedno s još sedam rukopisa sličnog sadržaja uvezao u kodeks i paginirao kao cjelinu. *Zadarski kalendar* premda opsegom nevelik sadržajno je bogat raznolikim tumačenjima i preciznim astronomskim podacima sistematiziranima i oblikovanima u tablice načinjene za razdoblje od 76 godina, završno s 1369. godinom. U cjelini rukopisa tematski razlikujemo liturgijske i astronomske sadržaje i dijelove, dok u popratnim bilješkama od kojih su neke naknadno dodane rukopisu nalazimo i kratke tekstove prirodoslovno-medicinskog, astrološko-alkemijskog i povijesnog sadržaja.

2. Dosadašnja istraživanja zadarskog kalendara

Prvi pisani trag o rukopisu pojavljuje se 1845. godine u analitičko kritičkom katalogu oxfordskih rukopisa koji je priredio William Henry Black.⁵ Black ne opisuje rukopis već samo neodređeno navodi da je napisan »rukou rimskog notara«, vjerojatno potaknut činjenicom da se u kalendaru navodi slavljenje blagdana svete Anastazije (Stošije), koja se inače prema liturgiji slavi u Rimu na Božić, pa se njegova atribucija rukopisa može shvatiti ne samo kao nešto napisano u Rimu, već i šire u područjima pod jurisdikcijom i utjecajem rimske liturgije.⁶ Tek 1950-ih nizozemski franjevac S. J. P. Van Dijk razotkriva da se radi o komputsko astronomskom kalendaru nastalom u skriptoriju samostana sv. Krševana u Zadru.⁷ Kao godinu nastanka kalendara naveo je 1292. ili 1293. Naime godina 1292. u kalendaru je navedena kao prva godina Metonova ciklusa i Kalipusova perioda pa je vođen tim podatkom pretpostavio da je kalendar rađen za tu godinu. Međutim 1292. godina bila je prijestupna a veljača u kalendaru ima 28 dana pa je možda iz tog razloga naveo i godinu 1293. (prvu koja nije bila prijestupna). To su bila tek početna i nepotpuna istraživanja i zaključci, koja su kasnije preuzimali i neki drugi istraživači.

³ Josip Balabanić, Josip Kolanović, »Analitički prikaz rukopisa«, p. 36.

⁴ Ibid.

⁵ William H. Black, *A Descriptive, Analytical and Critical Catalogue of the Manuscripts Bequeathed Into the University of Oxford by Elias Ashmole* (Oxford: University Press, 1845), p. 275.

⁶ Josip Balabanić, Josip Kolanović, »Analitički prikaz rukopisa«, pp. 38.

⁷ S. J. P. Van Dijk, *Handlist of the Latin Liturgical Manuscripts in the Bodleian Library*, vol. III, Calendars. Computistic, (Oxford, s. a., additum 1958), pp. 173.

Od hrvatskih autora prvi je kalendar istraživao povjesničar umjetnosti i teolog Marijan Grgić.⁸ Zatim su razmatrano iz aspekta astronomske navigacije o rukopisu pisali Ivo Hekman⁹ i Maksim Klarin¹⁰ posebno obrađujući efemeridni dio rukopisa, dok je povjesničar znanosti Žarko Dadić rukopis istraživao u kontekstu razvitka egzaktnih znanosti u Hrvata. Budući da je rukopis zanimljiv i s aspekta astronomske navigacije, krajem devedesetih godina prošlog stoljeća za rukopis se zainteresirala i zadarska Udruga kapetana i poručnika trgovačke mornarice. Ugovorom s Hrvatskim državnim arhivom, kao jedan od vrijednijih artefakata planiranog pomorskog muzeja, otkupljena je kvalitetna preslika izvornog dokumenta i izrađena transkripcija svih tekstova i tablica, a zahvaljujući Sveučilištu u Zadru i Hrvatskom državnom arhivu godine 2018. izdana je opsežna, dvojezična monografija naslova *Zadarski kalendar iz benediktinskog samostana svetog Krševana (1322.) / The Zadar Calendar from the Benedictine Abbey of St. Chrysogonus (1322.)*, kojoj su urednici povjesničar znanosti i biolog Josip Balabanić i povjesničar i arhivist Josip Kolanović.¹¹ Monografija sadrži uz rezultate detaljnih istraživanja preslike rukopisa, opis rukopisa, paleografske značajke, raspravu o mjesto nastanka rukopisa i put do njegova otkrića, te transkripciju rukopisa popraćenu analizom sadržaja, a naznačava preostala otvorena pitanja i kojim bi smjerom trebala krenuti daljnja istraživanja koja bi upotpunila jasniju sliku o ovom vrijednom rukopisu.¹² U

⁸ Marijan Grgić, »Dva nepoznata svetomarijanska rukopisa u Budimpešti«, *Radovi Instituta JAZU u Zadru* 13–14 (1967), pp. 127–229.

⁹ Ivo Hekman, »Kratak povijesni pregled razvitka deklinacija Sunca, naročitim osvrtom na nedavno pronađene zadarske astronomske tablice iz XIII. stoljeća«, *Zbornik Više pomorske škole u Kotoru*, sv. 1, (Kotor: Viša pomorska škola u Kotoru, 1974), pp. 189–197; Ivo Hekman, *Povijest pomorske navigacije* (Rijeka – Zadar: Fakultet za pomorstvo i saobraćaj, 1990).

¹⁰ Maksim Klarin, »Nautička obrada efemeridskog dijela kalendara Sv. Krševana – prilog...«, *Radovi Filozofskog fakulteta u Zadru* 39(26) (2001), pp. 123–147.

¹¹ Josip Balabanić, Josip Kolanović (ur.), *Zadarski kalendar iz benediktinskog samostana svetog Krševana (1322.) / The Zadar Calendar from the Benedictine Abbey of St. Chrysogonus (1322.)*, (Zadar: Sveučilište u Zadru – Hrvatski državni arhiv, 2018). Monografija sadrži preslike cijelog izvornog rukopisa, opis rukopisa, paleografske značajke, raspravu o mjesto nastanka rukopisa i put do njegova otkrića, te transkripciju rukopisa popraćenu analizom sadržaja. Priloženi su i članci: »Povijesni razvitak astronomskih tablica« (Ivo Hekman), »Astronomske tablice u Zadarskom kalendaru sv. Krševana« (Maksim Klarin) u kojima se detaljno opisuju komputsko-astronomske elementi i analiziraju efemeridni podaci i članak »Zašto su u Zadarski kalendar sv. Krševana mogli ući i mnogi astrološki, te alkemijsko-magijski elementi« (Josip Balabanić).

¹² Monografiji u drugom dijelu priloženi su i članci: Ivo Herman, »Povijesni razvitak astronomskih tablica«, pp. 174–185; Maksim Klarin, »Astronomske tablice u Zadarskom kalendaru sv. Krševana«, pp. 186–251, u kojima se detaljno opisuju komputsko-astronomske elementi i analiziraju efemeridni podaci te članak Josipa Balabanića, »Zašto su u Zadarski kalendar sv. Krševana mogli ući i mnogi astrološki, te alkemijsko-magijski elementi«, pp. 252–283.

odnosu na dosadašnja istraživanja, nakana je ovog rada produbiti saznanja u vezi s astronomskim dijelom kalendara, obradom efemeridnih podataka koji su vezani uz položaj Sunca na nebeskoj sferi i tako dati prilog razumijevanju nastanka tog dijela rukopisa u kontekstu razvitka znanosti i prijenosa znanja. Nove analize efemeridnih podataka u ovom radu su preciznije, omogućuju prosudbu točnosti astronomskih podataka u rukopisu i provjeru autentičnosti razdoblja njihova nastanka te daju točnu geografsku širinu mjesta za koje su efemeride izrađene. Ti su uvidi važni ne samo kao doprinos boljem upoznavanju i razumijevanju slojevite strukture ovog rukopisa i kronologije nastanka astronomskih dijelova rukopisa, već i upotpunjuju sliku zadarske kulturne sredine koncem 14. stoljeća, te svjedoče o prisutnosti dva istovremena procesa prijenosa znanja koji se odražavaju u zadarskoj sredini onoga vremena. Prvi je prijenos utjecaja i znanja iz arapske tradicije u zapadnoeuropsku, a drugi između europskih centara i periferije. U vezi s ovim drugim, zadarski rukopis je pisani trag, kojim su se načinima prenosila i širila znanja tijekom srednjovjekovlja i ujedno svjedočanstvo kako je ponekad taj proces tekao o oba smjera, a ne samo isključivo iz centara prema periferiji.

3. Mjesto i određenje Zadarskog rukopisa u kontekstu razvitka i prijenosa znanja

Pokušavajući odrediti predloške prema kojima bi *Zadarski rukopis* mogao biti pisan, dosadašnji istraživači ovog rukopisa usporedili su ga s nekoliko sačuvanih liturgijskih i astronomskih kalendara nastalih u Europi u razdoblju 13. i 14. stoljeća. Tražeći sličnosti i razlike, detaljnom usporedbom srodnih kalendara pokazali su da postoje sukladnosti i određene ali ne i znatne sličnosti među kalendarima, što je uputilo na zaključak da su sastavljači kalendara možda crpili iz istih izvora, ali nam ti izvori za sada nisu poznati.¹³

Razmatrajući *Zadarski kalendar* u sklopu razvitka hrvatske kalendarske tradicije, treba istaknuti kako je on, premda nije najstariji sačuvani kalendar na našim područjima, zbog astronomskog sadržaja kojeg donosi, vrijedan dokument o znanjima koja su u tom razdoblju posjedovali učeni Hrvati. Potrebe prakticiranja vjere, svakodnevni život kao i potrebe navigacije i otkrića nepoznatih područja bile su poticaj za usvajanje novih i razvijanje astronomskih znanja.

Računanje vremena i izrada različitih vrsta kalendara ima u Hrvata dugu i raznoliku tradiciju koja započinje znatno prije nastanka *Zadarskog kalendara*. Početci sustavnog praćenja i računanja vremena u Hrvata zadiru u daleku

¹³ Josip Balabanić, Josip Kolanović, »Analitički prikaz rukopisa«, pp.64–68.

povijest prije doseljenja u novu domovinu.¹⁴ Najstariji sačuvani kalendari posebno su dragocjeni jer odražavaju prva egzaktna znanja koja su usvojili Hrvati nakon primanja kršćanstva. Vladanje znanjima iz astronomije bilo je zapadnom civilizacijskom kršćanskom krugu, time i Hrvatima, veoma važno za izradu Uskrasnih tablica. U srednjem vijeku postupak izrade kalendara i komputski račun¹⁵ potreban za određivanje pojedinih nadnevaka pomičnih blagdana poznavali su samo rijetki sastavljači, najčešće pripadnici crkvenih redova s dobrim poznavanjem astronomije. Smatra se da su dvorski uredi hrvatskih vladara vrlo rano poznavali komputski račun i posjedovali priručnike za proračunavanje datuma Uskrsa. Prvi komputski tekst kod Hrvata nalazi se u našoj najstarijoj pisanoj knjizi u *Splitskom evanđelistaru* iz 8. stoljeća. Također se smatra da su najstariji sačuvani komputski tekstovi na području Hrvatske nastali u zapadnoj Europi i zatim doneseni u Hrvatsku, da bi od XI. stoljeća bili pisani u skriptorijima i radionicama u Hrvatskoj.¹⁶ Tijekom srednjeg vijeka u Hrvatskoj nastalo je više rukopisa u kojima su primjenjivane različite metode

¹⁴ Žarko Dadić, *Egzakte znanosti hrvatskoga srednjovjekovlja* (Zagreb: Globus, 1991), pp 7–14.

¹⁵ Općenito govoreći komputski račun ili komputus (lat. *computare* – sračunavati), postupak je ili algoritam za određivanje nadnevka blagdana i kalendara u cjelini. Njegova izrada tražila je znatno više od pukog poznavanja aritmetike i oslanjala se na poznavanje astronomskih ciklusa. Naime bilo je potrebno poznavati niz faktora da bi se moglo točno izračunati kada središte Sunčeve ploče prolazi kroz točku proljetne ravnodnevnicke, odnosno sjecište nebeskog ekvatora i ravnine ekliptike, a potom kad će se nakon toga dana Mjesec naći u mijeni uštapa. Ravnajući se prema katoličkom kalendaru Uskrs pada prve nedjelje nakon prvog proljetnog uštapa. Budući da za datum početka proljeća uzimamo 21. ožujka, Uskrs može biti unutar intervala od 35 dana, počevši od 22. ožujka do 25. travnja. Kalendar razdjeljuje vrijeme kroz godinu na manje vremenske jedinice od godine, na mjesece, tjedne i dane, te se unutar te podjele prema nadnevku Uskrsa određuju i navode točni nadnevci ostalih pomičnih crkvenih blagdana za svaku pojedinu godinu. Općenito u komputskim se rukopisima računaju nadnevci pomičnih blagdana i daju korekcije unutar kalendara u svezi s podjelom i strukturom vremena. Pojedini elementi komputskog računa ne znače neku vremensku jedinicu, nego služe da se pomoću njih provjere osnovni njegovi dijelovi, najčešće sama godina. U zapadnoeuropskoj praksi korišteno je više različitih pomoćnih elemenata komputusa, a u hrvatskim srednjovjekovnim tekstovima javljaju se najčešće epakte, te ponekad indikcije i konkurente.

¹⁶ Premda su u prvo vrijeme nakon primanja kršćanstva korišteni komputski tekstovi koje su načinili strani autori, u kasnijim stoljećima hrvatski su sastavljači prenosili komputska znanja izvan naših granica. Tako je račun komputusa prema zapadnoeuropskoj tradiciji posredstvom hrvatskog dominikanca Benjamina iz Splita dospio u Rusiju. Benjamin je imao velikog utjecaja u kulturnom krugu arhiepiskopa Genadija koji je u 15. stoljeću djelovao u Novgorodu. Stoga se Benjamin koji se pored ostalog istaknuo radom na kalendaru smatra prvim humanistom na Ruskom tlu i značajnim posrednikom između zapadnoeuropske i bizantske tradicije.

za računanje kalendara.¹⁷ Svjedoče o društvenom, gospodarskom, kulturnom i intelektualnom potencijalu Hrvata u to doba.¹⁸

Među nekolicinom sačuvanih kalendara iz hrvatske srednjovjekovne kalendarske tradicije, *Zadarski kalendar* ima istaknuto mjesto jer je prvi sačuvani pisani tekst u Hrvata koji donosi efemeride Sunca i Mjeseca i prvi sačuvani trag uporabe arapskih brojki u vrijeme kada se tek uvode u zapadnoeuropsku tradiciju.

Sadrži složene astronomske tablice s obiljem astronomskih, komputskih, efemeridnih i astroloških podataka i tumačenja, u skladu sa znanstvenom tradicijom i uzusima onoga vremena kada se astrologija razvijala usporedno s razvojem astronomije i smatrala znanošću.¹⁹ Sadržaj astronomskog dijela kalendara strukturiran je u sedam rubrika koje se može razdijeliti tematski na: stoljetni kalendar s komputskim podacima (*Quatuor cycli primationis Lune, Aureus numerus i Littere feriale*) i efemeride (*Altitudo Solis in meridie, Numerus horarum diei, Declinatio Solis omni die i Gradus Solis in quolibet die*). Izloženi komputski podaci u *Zadarskom kalendaru* bili su potrebni za račun stoljetnog kalendara. Zasnovani su na tri astronomska ciklusa: Kalipusovom periodu, Metonovu ciklusu i solarnom ciklusu. Kalipusov period sadrži četiri Metonova ciklusa i traje 76 godina, a predstavlja period u kojem se ponavljaju mjesečne faze s najmanjim odstupanjima. Metonov ciklus traje 19 godina, a u tom se

¹⁷ Iz srednjovjekovnog perioda sačuvana je nekolicina takvih djela, kao *Osorski evanđelistar* iz 1081/82, te *II. Novljanski brevijar* i *Mavrov brevijar* iz 15. stoljeća. Odražavaju astronomska znanja i promišljanja toga doba. Uz korištenje komputskog računa, astronomska su znanja u crkvenim knjigama prisutna na implicitan način, primjenjivana da bi služila liturgijskim potrebama kao primarnoj namjeni, a pritom je komputski račun uvijek bio od izuzetne važnosti. Komputus se u različitim oblicima pojavljivao u srednjovjekovnim kodeksima. Često je bio prezentiran u vidu tablica, ponekad i kružnog oblika. Javlja se i u drugim oblicima zapisa, ponekad i u tekstovima koji su donosili napjeve. Takav je primjer sadržan i u *Osorskom brevijaru* iz IX. stoljeća (čuva se u: Biblioteca apostolica Vaticana; Borg.Lat 339). On ne sadrži komputske tablice ali na implicitan način uključuje naviještanje blagdana. *Osorski brevijar* sadrži beneventanski napjev bogojavlanskog navještaja pomičnih blagdana. Napjevom *Annuntianus caritatem* prigodom Epifanije (6. 1. 1081) naviješta se nadnevak Uskrša 1081. godine. Za razliku od *Osorskog brevijara*, *Mavrov brevijar* i *II. Novljanski brevijar* sadrže različite komputske tablice iz kojih se konstruirao godišnji kalendar.

¹⁸ Primjer toga je i *Misal po zakonu rimskog dvora*, hrvatski prvotisak iz 1483, samo 28 godina nakon Guttembergove Biblije. Tiskan na hrvatskom jeziku i glagoljicom. To je prvi misal u Europi koji nije tiskan latinicom i latinskim jezikom.

¹⁹ Opširnije razvitku astrologije u: Ivana Skuhala Karasman, *U potrazi za znanjem o budućem*, (Zagreb: Institut za filozofiju, 2013); Marijana Borić, »Prelazak astrologije iz sfere znanosti u domenu pučke literature u tekstovima hrvatskih autora 18. i 19. stoljeća«, *Obnovljeni Život: časopis za filozofiju i religijske znanosti* 75/2 (2020), pp. 179–195.

razdoblju usklađuju Mjesečeve mijene s kretanjima Sunca, odnosno Mjesečeve mijene padaju u iste datume kalendara. Solarni ciklus traje 28 godina, a u tom s vremenskom razdoblju dani u tjednu usklađuju s datumima. Na temelju tih ciklusa računaju se temeljni podaci komputskog računa koje *Zadarski kalendar* donosi u tablicama: redni brojevi godina u Metonovu devetnaestogodišnjem ciklusu Mjesečevih lunacija (zlatni brojevi) te ferijalna i dominikalna slova za određivanje dana u tjednu. Tablice u rubrici *Quatuor cycli primationis Lune* donose podatke za Mjesečeva kašnjenja prema Metonovim ciklusima u Kalipusovu periodu. Dio tablica efemeridnog sadržaja daje precizne podatke o deklinacijama Sunca za svaki dan u godini (u stupcu pod oznakom *Declinatio Solis omni die*). Iz toga slijede podaci o meridijanskim visinama Sunca (stupac *Altitudo Solis in meridie*), o trajanjima dnevnog svjetla (stupac *Numerus horarum diei*) i dnevnih izmjena Sunčeve ekliptičke duljine u rubrici *Gradus Solis in quolibet die* iz kojih se vidi da su autori efemerida bili u stanju registrirati i najsitnije promjene u brzinama prividnog kretanja Sunca tijekom godine, kao što su razlike između dnevnih promjena Sunčeve ekliptičke duljine u blizini perihela i afela, što upućuje na visoku razinu astronomskih znanja, te ukazuje i na visoku preciznost mjernih instrumenata.²⁰ Kalendarske tablice ukazuju na vještine i znanja koja su posjedovali srednjovjekovni sastavljači kalendara. Jer premda se organizacija i podjela kalendara uvelike oslanja na religijsku tradiciju i potrebe svakodnevnog prakticiranja vjere, sama izrada kalendara koja uključuje raznovrsne izračune pojedinih nadnevaka i ciklusa, temelji se ponajprije na poznavanju astronomije i motrenju nebeskog svoda.

Upravo iz jedinstvenosti i univerzalnosti astronomskih ciklusa na kojima se temelji izračun, u sveukupnom povijesnom razvoju kalendara pronalazimo sličnosti, dok su različiti utjecaji religija, civilizacijski i znanstveni dosezi bili ponekad od presudnog značenja u metodama izrade i načinu oblikovanju funkcionalnog i prihvatljivog kalendara. Primjere komputskih tablica, komputska tumačenja i kalendar pronalazimo i nekim našim sačuvanim glagoljskim liturgijskim rukopisima, brevijarima i misalima iz razdoblja kasnog srednjeg vijeka, a svjedoče o važnosti koja se pridavala astronomiji i komputusu.²¹ Ti su kalendar kao i *Zadarski kalendar* u svom liturgijskom dijelu sadržavali popise mučenika, svetaca i apostola, poredanih prema danima u godini i uz njih pripadajuće komputske i *Uskrsne tablice* za određivanje pomičnih blagdana.²²

²⁰ Maksim Klarin, »Astronomske tablice u Zadarskom kalendaru sv. Krševana«, pp.186–251.

²¹ Komputuse sadrže najstarija crkvena rukopisna knjiga dovršena 1408, pisana glagoljicom, koja se čuva u Arhivu HAZU, dok je prvi tiskani glagoljski kalendar otisnut u *Misalu po zakonu rimskog dvora* iz 1483. godine.

²² Marijana Borić, »Doprinos franjevacu kalendarskoj tradiciji u Hrvata«, u: *Zbornik ra-*

Zadarski kalendar pored navedenog liturgijskog i astronomske sadržaja donosi i astrološke sadržaje. Sadrži kraće tekstove i tumačenja astrološke naravi te astrološke podatke sistematizirane unutar astroloških krugova i tablica, uz koje idu upute za nalaženje Sunca i Mjeseca u zodijaku i objašnjenja značajki utjecaja pojedinih astroloških znakova. Slične astrološke priloge nalazimo i u mlađim rukopisnim i kasnije tiskanim kalendarima jer je astrologija i nakon pojave kršćanstva opstala i nastavila se razvijati.²³ U srednjovjekovnoj tradiciji smatralo se da gibanja planeta utječu na događanja u zemaljskom području, premda mnoga takva razmišljanja nisu bila povezana sa stvarnošću. Potaknuto utjecajima iz arapske znanstvene tradicije, nakon 12. stoljeća postupno se uvodio empirijski pristup u istraživanja, a rezultati istraživanja oblikuju se i dokazuju matematičkim principima, što se odražava i na samu astrologiju. U razdoblju koje je neposredno prethodilo nastanku *Zadarskog kalendara* o njoj su afirmativno promišljali čak i veliki kršćanski mislioci kao Albert Veliki. Pridavao je važnost astrologiji u kontekstu razumijevanja prirode, smatrajući da povezuje matematiku i filozofiju prirode te omogućuje razumijevanje Stvoritelja i stvorenog. U tom ozračju astrologija kao disciplina koncem srednjeg vijeka nalazi novu ulogu i doživljava procvat.²⁴

Promišljajući o široj kulturno-povijesnoj vrijednosti *Zadarskog kalendara* potrebno ga je još razmotriti i iz aspekta prijenosa znanja tijekom srednjega vijeka. Detaljnom analizom, Josip Balabanić i Josip Kolanović utvrdili su itinerarij kojim je *Zadarski kalendar* načinjen 1322. godine (u koji su upisane astronomske tablice s efemeridnim podacima preuzete iz nekog starijeg kalendara vjerojatno iz 1293) dospio iz Zadra u Oxford.²⁵ Navode uz argumente da je rukopis načinio neki redovnik benediktinac, autor naknadno upisane bilješke (1334; fol. 151r), koji je dva puta otišao iz svoga zadarskog samostana i neko vrijeme živio u benediktinskoj opatiji Saint Andre u Avignonu (prvi puta od nepoznate godine do 1327. i zatim ponovno od nepoznate godine do

dova sa znanstvenog skupa »Fra Emerik Pavić i franjevci u kontinentalnoj Hrvatskoj«, knjiga 12 (Zagreb: Hrvatski studiji sveučilišta u Zagrebu, 2014), pp. 337–354.

²³ Marijana Borić, »Pavao Ritter Vitezović i njegov utjecaj na tradiciju hrvatskih kalendara«, u: *Zbornik radova sa znanstvenog skupa »Pavao Ritter Vitezović i njegovo doba (1652–1713)«* (Zagreb: Hrvatski studiji sveučilišta u Zagrebu, 2016), pp. 279–299.

²⁴ Promjene koje nastupaju u shvaćanju astrologije u Europi nakon 12. stoljeća vidljive su usporedbom gledišta koja su u svezi s astrologijom zastupali Izidor iz Seville i Albert Veliki, istaknuti kršćanski mislioci čiji su stavovi odražavali temeljne karakteristike svoje epohe. Dok je Izidor iz Seville (6.–7. st.) odbacivao svaku divinaciju koja se ne izvodi neposredno iz Biblije, nasuprot tome Albert Veliki (13. st.) ju je smatrao značajnom za razumijevanje prirode, smatrajući da povezuje matematiku i filozofiju prirode te omogućuje razumijevanje Stvoritelja i stvorenog.

²⁵ Josip Balabanić, Josip Kolanović, »Analitički prikaz rukopisa«, pp. 40–46.

1334. kada je upisao tu bilješku). On je sa sobom nosio i taj rukopis. Time je Avignon bio prvo mjesto boravka rukopisa izvan Zadra. Pretpostavljajući da je mjesto polaska i vraćanja dotičnog redovnika bio Zadar, Balabanić i Kolanović su zaključili da je rukopis iz Zadra odnesen poslije 1334. godine. Kao drugo i treće mjesto boravka tog rukopisa izvan Zadra prihvatili su liturgijski fundiranu pretpostavku Marijana Grgića, da je najprije to bio samostan Saint-Michel u Normandiji, Francuska, a zatim kao četvrta postaja benediktinski samostan u Dorchesteru u Engleskoj odakle je nakon reforme Henrika VIII. dospio u knjižnicu dorcersterskaog kaptola te se odatle otkupom našao među zbirkama Eliasa Ashnolea. *Zadarski kalendar* svjedoči ne samo o prijenosu znanja između europskih znanstvenih središta i periferije, već i kao pisano svjedočanstvo da su plodonosni utjecaji iz islamske znanosti, koja se u tom razdoblju razvijala i na prostoru arapske Španjolske i prenosila u zapadnoeuropsku znanost, postupno dopirali i do naših krajeva.²⁶

Potvrdu tome već na prvi pogled nalazimo u tablicama *Zadarskog kalendara*, budući da su u njemu astronomski numerički podaci zapisani arapskim brojkama. Prema sadašnjim saznanjima ovaj rukopis se smatra najstarijim sačuvanim tekstom s dosljednom i vrlo ranom uporabom arapskih brojki što je bila rijetkost i u europskim krugovima.²⁷ Arapskim brojkama ispunjene su u kalendaru rubrike: »Četiri mjesečeva ciklusa«, »Meridijanske visine Sunca za svaki dan u godini«, »Dnevne deklinacije Sunca«, »Duljina trajanja dana i noći« te »Položaj Sunca u zodijaku«. Postavlja se pitanje kojim su se načinima u tom razdoblju širila znanja? Iz kulturnih središta arapske Španjolske, Toleda i Córdoba dospijevali su do samostana u Kataloniji a zatim i dalje po Europi (rukopisi prevedenih i novih arapskih djela), a dospjeli su onamo posredstvom putnika i trgovaca koji su putovali između Córdoba i Barcelone, te su tim putem u 10. i 11. stoljeću ostvareni prvi dodiri zapadne Europe s islamskom filozo-

²⁶ Nakon što su Arapi u 8. stoljeću osvojili južne dijelove Europe: velik dio Pirinejskog poluotoka, Iberskog poluotoka i Siciliju, tamo prenose razvijenu islamsku kulturu, znanost i filozofiju. Do konca srednjega vijeka na tom prostoru koegzistiraju tri vjere i kulture: kršćanska, islamska (maurska) i židovska, koje će usprkos rekonkvisti, sukobima i ratovima u međusobnoj interakciji razvijati znanost i filozofiju koja će presudno utjecati na daljnji razvitak znanosti u Europi. Opširnije o prijenosu znanja iz islamske u zapadnoeuropsku znanost i utjecaju prijevoda arapskih djela na razvitak znanosti u Europi vidi u: Marijana Borić, Ivana Skuhala Karasman, *Herman Dalmatin*, Biblioteka hrvatski velikani (Vinkovci: Privlačica, 2022), osobito pp. 19–41.

²⁷ Arapski eruditi su odlično poznavali starogrčku, rimsku i istočnjačku znanstvenu i filozofsku tradiciju. Kršćanski učenjaci težili su što bolje upoznati znanstvenu i filozofsku tradiciju islama, kao i židovski mislioci koji su bili dobri poznavatelji arapskog jezika i kulture, a isticali su se u području astronomije, osobito u konstrukciji astronomskih sprava.

fijom i znanošću. Hrvati su već u 10. stoljeću, za vladavine kralja Tomislava uspostavili političke veze s arapskom Španjolskom koja je u tom razdoblju imala ulogu mosta između Istoka i Zapada, ali nije poznato je li to već u tom ranom razdoblju imalo izravnog utjecaja na hrvatsku kulturu u zemlji.²⁸ *Zadarski kalendar* osim uporabe arapskih brojeva, također i svojim sadržajem potvrđuje proces prijenosa znanja iz islamske tradicije u zapadnoeuropsku-kršćansku tradiciju, jer astronomski dio rukopisa koji donosi efemeride nije izvorni tekst već je vjerojatno nastao kompiliranjem astronomskih tablica iz 13. stoljeća nastalih na području arapske Španjolske. Pretpostavku da je astronomski dio *Zadarskog kalendara* pisan prema glasovitim *Alfonsovim tablicama*, prvi je detaljnije istraživao Maksim Klarin.²⁹

U svom radu »Astronomske tablice u Zadarskom kalendaru sv. Krševana« Klarin ističe utjecaj islamske znanosti na razvitak znanosti u Europi i tumači kontinuitet razvitka astronomskih tablica relevantnih za razvoj astronomije u srednjovjekovnoj Europi: od onih najvećeg arapskog astronoma Sirijca Al Batanija (Albategnius), koji je koncem 9. stoljeća izračunao kretanje Mjeseca i planeta i korigirao *Ptolemejeve tablice*, preko glasovitih *Toledskih tablica* (Toledo, 1080) i iz njih razvijениh i usavršenih *Alfonsovih tablica* (*Tabulae Alfonsianae*), za izračunavanje položaja Sunca, Mjeseca i planeta prema toledskom meridijanu, nastalih pod pokroviteljstvom kralja Alfonsa X, godine 1248, združenim snagama islamskih, kršćanskih i židovskih učenjaka u Astronomskoj akademiji u Toledu. Obradujući astronomske podatke iz *Zadarskog kalendara* Klarin je izračunao da su tablice sadržane u *Zadarskom kalendaru* načinjene za geografsku širinu 37°30' na kojoj se nalazi glavni grad Kastilje, Sevilla. S obzirom na tu činjenicu, kao i na vrijeme kad su podaci u *Zadarskom kalendaru* nastali istaknuo je kako se može zaključiti da su u astronomskom dijelu *Kalendaru sv. Krševana* zastupljeni podaci iz najvažnijega srednjovjekovnog dokumenta te vrste, *Alfonsovih astronomskih tablica*.³⁰

Uvažavajući i oslanjajući se na radove prethodnih istraživača *Zadarskog kalendara*, u nastavku ovoga rada, izložiti će se nova i do sada najdetaljnija istraživanja efemeridnih podataka iz kalendara s ciljem da se suvremenim metodama daju precizniji proračuni koji bi upotpunili postojeća znanja o *Zadarskom kalendaru*.

²⁸ Žarko Dadić, *Na razmeđu civilizacija*, pp. 95–96.

²⁹ Maksim Klarin, »Astronomske tablice u Zadarskom kalendaru sv. Krševana«, pp. 186–251.

³⁰ *Ibid.*, pp. 248–250.

4. *Astronomski podaci u kalendaru svetog Krševana*

4.1. *Kalendarski podaci*

U kalendaru sv. Krševana nalazimo dvije skupine podataka, onu potrebnu za izradu kalendara i efemeridne podatke. Navedeni kalendarski podaci omogućuju izradu kalendara u dužem razdoblju.³¹ Radi se o julijanskom kalendaru koji je bio u upotrebi do gregorijanske reforme. U julijanskom kalendaru obična godina sadržava 365 dana dok svaka četvrta godina ima jedan dan više (prijestupna godina), koji se dodaje veljači. Prosječno trajanje godine u julijanskom kalendaru iznosi $(365+365+365+366)/4 = 365,25$ dana. Tropska godina, koja odgovara vremenu između dvaju uzastopnih prolaza Sunca proljetnom točkom, traje približno 365,2422 dana. Razlika od 0,0078 dana, za koliko je otprilike kalendarska godina duža od tropske, vremenom se nagomilavala. Za oko 128 godina poprimala je iznos od jednog dana. Zbog toga je tijekom godina proljetni ekvinocij padao u sve ranije datume. Na Prvom Nicejskom saboru (Niceja je današnji Iznik u Turskoj) održanom 325. godine, na kojem je nazočio veliki broj biskupa iz čitave kršćanske Crkve, donesena je odluka da se za datum proljetnog ekvinocija uvijek uzima 21. ožujka i to radi računanja Uskrsa. Na istom saboru za datum Uskrsa odabrana je prva nedjelja nakon punog Mjeseca po isteku proljetnog ekvinocija.³²

Do 1582. godine u kojoj je provedena gregorijanska reforma kalendara, razlika tropske i kalendarske godine narasla je na 10 dana. Proljetni ekvinocij u to doba nastupao je 11. ožujka po julijanskom kalendaru. Gregorijanskom reformom »preskočeno« je 10 dana. Nakon datuma 4. listopada slijedio je 15. listopada. Nadalje, uvedeno je da svaka četvrta godina bude prijestupna, osim godina koje su djeljive sa 100, a nisu djeljive s 400.

³¹ Ibid., pp. 188–194.

³² Crkveni način određivanja datuma Uskrsa u osnovi se temelji na luni-solarnom kalendaru. Datum nastupanja punog Mjeseca određen je relativno jednostavnim algoritmom i definiran je kao četrnaesti dan kalendarskog lunarnog mjeseca u kojem pada Uskrs. Zbog toga se tako određeni datumi nastupanja punog Mjeseca mogu razlikovati od onih koje nalazimo egzaktним astronomskim izračunima i iskazujemo u svjetskom vremenu. Nastupanje proljetnog ekvinocija astronomski je također egzaktно definirano i može se zbiti različitim datuma (19, 20, ili 21. ožujka), dok se kod računanja Uskrsa uzima uvijek isti datum 21. ožujka. Zato definicija da Uskrs pada u prvu nedjelju nakon punog Mjeseca i početka proljeća nije u skladu s egzaktним astronomskim podacima.

4.2. Efemeridni podaci

U kalendaru sv. Krševana za svaki dan u godini (po julijanskom kalendaru) tabelirani su sljedeći efemeridni podaci:

Visina Sunčeve kulminacije – najveća visina nad horizontom koju dostiže Sunce tijekom dana. U tom trenutku Sunce prolazi mjesnim meridijanom.

Trajanje dnevnog svjetla – vrijeme koje protekne od izlaska do zalaska Sunca.

Sunčeva deklinacija – Sunčeva kutna udaljenost od nebeskog ekvatora mjereno prema sjevernom nebeskom polu (kada je pozitivna) ili prema južnom nebeskom polu kada je negativna. U razdoblju od proljetnog do jesenskog ekvinocija je pozitivnog iznosa a u preostalom dijelu godine je negativna. Kut između ravnine ekvatora i ravnine ekliptike iznosi oko $23,44^\circ$ (u današnje vrijeme) pa deklinacija za solsticija poprima apsolutni iznos oko $23,44^\circ$ dok je za ekvinocija jednaka nuli. Ekvinocijske točke su u sjecištima nebeskog ekvatora i ekliptike.

Položaj Sunca u znaku zodijaka – ekliptika je podijeljena na 12 znakova zodijaka od po 30° . Položaj Sunca na ekliptici određen je znakom zodijaka i kutnim stupnjevima mjereno od početka znaka zodijaka. Danas ne upotrebljavamo takav sustav već definiramo Sunčevu ekliptičku duljinu (λ) kao kutnu udaljenost od proljetne točke (poprima iznos $0^\circ \leq \lambda < 360^\circ$) i brojimo je u smjeru prividnog godišnjeg Sunčeva gibanja. Međutim, lako je pretvoriti podatke o položaju Sunca u zodijaku u Sunčevu ekliptičku duljinu kada znamo kojoj ekliptičkoj duljini pripada početak određenog znak zodijaka (tablica 1).

Na slici 1 je prikazan isječak s efemeridnim podacima (visina Sunčeve kulminacije u kutnim stupnjevima i minutama, trajanje dnevnog svjetla u satima i minutama, Sunčeva deklinacija u kutnim stupnjevima i minutama, položaj Sunca u znaku zodijaka u kutnim stupnjevima i minutama).³³ Upotrebljavane arapske brojke općenito se ne razlikuju od onih koje koristimo danas. Značajna razlika je kod broja 4 koji izgleda kao polovina osmice (ima smisla!), broja 5 i broja 7 (slika 2). Neki od podataka sadrže greške do kojih je vjerojatno došlo pri upisu u tablice. Ispravci grešaka ispisani su na desnoj margini izvornih tablica. U obradi smo upotrijebili ispravljene podatke a svega za još nekoliko dodatnih podataka smo uvidjeli da predstavljaju greške upisa.

³³ Preuzeto iz preslike izvornog rukopisa *Zadarskog kalendara svetog Krševana* objavljenog u monografiji *Zadarski kalendar iz benediktinskog samostana svetog Krševana (1322.)*, slika 12, /156v, p. 25.

Tablica 1. Znakovi zodijaka i pripadajuća Sunčeva ekliptička duljina (λ)

simbol	naziv	Sunčeva ekliptička duljina
γ	Ovan (Aries)	$0^\circ \leq \lambda < 30^\circ$
τ	Bik (Taurus)	$30^\circ \leq \lambda < 60^\circ$
II	Blizanci (Gemini)	$60^\circ \leq \lambda < 90^\circ$
♋	Rak (Cancer)	$90^\circ \leq \lambda < 120^\circ$
♌	Lav (Leo)	$120^\circ \leq \lambda < 150^\circ$
♍	Djevica (Virgo)	$150^\circ \leq \lambda < 180^\circ$
♎	Vaga (Libra)	$180^\circ \leq \lambda < 210^\circ$
♏	Škorpion (Scorpius)	$210^\circ \leq \lambda < 240^\circ$
♐	Strijelac (Sagittarius)	$240^\circ \leq \lambda < 270^\circ$
♑	Jarac (Capricornus)	$270^\circ \leq \lambda < 300^\circ$
♒	Vodenjak (Aquarius)	$300^\circ \leq \lambda < 330^\circ$
♓	Ribe (Pisces)	$330^\circ \leq \lambda < 360^\circ$

Prema efemeridnim podacima tabeliranim u *Kalendaru sv. Krševana* možemo zaključiti da je proljetni ekvinocij nastupio 13. ožujka (za taj datum navedena Sunčeva deklinacija jednaka je nuli), dok je u doba gregorijanske reforme padao na 11. ožujka. Dakle razlika gregorijanskog i julijanskog datuma u doba nastanka kalendara je 8 dana, što odgovara razdoblju nastanka kalendara sv. Krševana.

Altitudo solis in meridie	Declinatio solis	Ascensio solis	Longitudo solis in sig.
91 46 12 33	9 26 16 21		
90 26 12 31	9 16 14 20		
96 49 12 29	9 30 18 19		
96 30 12 26	8 20 19 18		
96 18 12 24	7 28 20 17		
94 40 12 22	7 20 21 16		
94 38 12 20	7 21 22 15		
94 21 12 18	2 45 27 13	-21	
94 7 12 14	2 33 28 12	-23	
92 24 12 12	1 48 29 12	-24	
93 48 12 10	1 19 26 11	-25	
93 38 12 8	1 8 24 11		
93 8 12 4	0 38 28 11		
92 28 12 2	0 19 29 10		
92 24 12 0	0 0 0 10		

Slika 1.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Slika 2.

4.2.1. Geografska širina mjesta na koje se odnose podaci

Visina Sunčeve kulminacije (h) ovisi o geografskoj širini mjesta (ϕ) i Sunčevoj deklinaciji (δ). Ovisnost je dana izrazom:³⁴

$$h = (90^\circ - \phi) + \delta ,$$

iz kojeg slijedi:

$$\phi = (90^\circ - h) + \delta .$$

Pomoću posljednjeg izraza možemo izračunati geografsku širinu mjesta iz poznate visine Sunčeve kulminacije i pripadajuće Sunčeve deklinacije. Pri tome treba voditi računa da su u kalendaru sv. Krševana navedeni apsolutni iznosi Sunčeve deklinacije, dok je deklinacija negativna od jesenskog do proljetnog ekvinocija. Obrada 365 parova podataka daje rezultat:

$$\bar{\phi}_1 = 37,52^\circ \pm 0,03^\circ .$$

Geografsku širinu možemo izračunati i iz podataka o trajanju dnevnog svjetla i iznosa Sunčeve deklinacije. Možemo upotrijebiti jedan od izraza za transformaciju između horizontskog i ekvatorskog koordinatnog sustava:³⁵

$$\cos z = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos H ,$$

pri čemu je H satni kut izlaska, odnosno zalaska Sunca i u tim trenucima je zenitna daljina Sunca (z) jednaka nuli pa imamo:

$$\cos H = \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \phi .$$

Trajanje dnevnog svjetla D nalazimo zbrajanjem satnog kuta izlaska i satnog kuta zalaska Sunca koji su po iznosu jednaki pa je $H = D/2$. Tako izraz za geografsku širinu glasi:

$$\phi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(-\frac{\cos \left(\frac{D}{2} \right)}{\operatorname{tg} \delta} \right) .$$

³⁴ Dragan Roša, *Elementarna astronomija* (Zagreb: Zvezdarnica Zagreb – Zagrebački astronomski savez i Hrvatsko astronomsko društvo 2020), pp. 37–40.

³⁵ Ibid., pp. 339–344 i 373–376.

Ova metoda daje rezultat:

$$\bar{\phi}_2 = 37,52^\circ \pm 0,14^\circ .$$

Rezultat se malo razlikuje od onog dobivenog iz podataka o Sunčevoj kulminaciji koji je pouzdaniji. Naime, na vrijeme izlaska i zalaska Sunca između ostalog utječu atmosferski uvjeti (horizontska refrakcija,³⁶ konfiguracija horizonta, kao i odabir referentne točke na Sunčevoj ploči kojom definiramo trenutak zalaska i izlaska Sunca (obično je to gornji rub Sunčeve ploče)).

U svakom slučaju podaci se odnose na mjesto s geografskom širinom od oko $37,5^\circ$, gdje se otprilike nalazi Sevilla u Španjolskoj. Ona je u to doba bila najveće europsko astronomsko središte i u njoj je stolovao kralj Alfonso X. Mudri koji je dao izraditi spomenute astronomske efemeride (*Alfonsove tablice*). Podaci u *Kalendaru sv. Krševana* vjerojatno su dijelom temeljeni na *Alfonsovim tablicama* i preuzeti iz nekih tablica priređivanih za Sevilu. Iz navedenih tabličnih podataka nije moguće odrediti geografsku duljinu mjesta za koje su izrađene jer ne raspoložemo podatkom o mjesnom vremenu kulminacije ili izlaska i zalaska Sunca.

4.2.2. Kut između ravnine ekvatora i ekliptike

Maksimalni apsolutni iznosi Sunčeve deklinacije navedeni u kalendaru iznose $23,55^\circ$ pa možemo zaključiti da je toliko otprilike tada iznosio kut između ravnine ekvatora i ravnine ekliptike. Današnji iznos je oko $23,44^\circ$, dok egzaktini izračuni za razdoblje od 1290. – 1322. daju srednji iznos zaokružen na drugu decimalu od $23,53^\circ$ (tablica 2).³⁷ Premda se kut između ravnine ekvatora i ekliptike u današnje doba mijenja za mali iznos (najviše do $2,5^\circ$ i to u razdoblju od 41 000 godina), podaci u kalendaru dovoljno su točni da je ta dugoperiodična i relativno mala promjena vidljiva.

Tablica 2.

Datum	ε (°)
1.1.1290.	23,5287
1.1.1291.	23,5288
1.1.1292.	23,5292

³⁶ Ibid., pp. 58.

³⁷ Izračun proveden prema Hilton, J. et al., 2006, *Celest.Mech.Dyn.Astron.* 94, 351 i Wallace, P.T. & Capitaine, N., 2006, *Astron.Astrophys.* 459, 981.

31.12.1292.	23,5297
31.12.1293.	23,5304
31.12.1294.	23,5311
31.12.1295.	23,5318
30.12.1296.	23,5323
30.12.1297.	23,5326
30.12.1298.	23,5327
30.12.1299.	23,5325
29.12.1300.	23,5320
29.12.1301.	23,5312
29.12.1302.	23,5303
29.12.1303.	23,5294
28.12.1304.	23,5284
28.12.1305.	23,5275
28.12.1306.	23,5269
28.12.1307.	23,5264
27.12.1308.	23,5263
27.12.1309.	23,5265
27.12.1310.	23,5269
27.12.1311.	23,5275
26.12.1312.	23,5282
26.12.1313.	23,5290
26.12.1314.	23,5296
26.12.1315.	23,5300
25.12.1316.	23,5303
25.12.1317.	23,5302
25.12.1318.	23,5299
25.12.1319.	23,5293
24.12.1320.	23,5285
24.12.1321.	23,5276
24.12.1322.	23,5265

4.2.3. Promjena Sunčeve ekliptičke duljine, perihel i afel Zemljine staze

Ekliptički položaj Sunca u *Kalendaru sv. Krševana* naveden je za pripadajući znak zodijaka i broji se od početne točke znaka do krajnje (od 0° do 30°). Razlika položaja Sunca u znaku zodijaka odgovara razlici Sunčevih ekliptičkih duljina pa iz navedenih podataka lako možemo izračunati dnevne promjene Sunčeve ekliptičke duljine. Pri tome treba voditi računa o danima kada Sunce prelazi iz jednog znaka zodijaka u drugi (tablica 1). Glavni razlog promjena Sunčeve ekliptičke duljine jest promjenjiva brzina Zemljina gibanja na eliptičnoj stazi oko Sunca. Najveće promjene su kada je Zemlja u blizini perihela svoje staze oko Sunca (kada je najbliža Suncu) a najmanje za afela (kada je najdalje od Sunca), kako je to opisano Keplerovim zakonima.

U današnje doba Zemlja je u perihelu oko 3. siječnja a u afelu oko 4. srpnja. Razlika datuma kada je Zemlja u perihelu, odnosno u afelu u odnosu na podatke u *Kalendaru sv. Krševana* potječe zbog razlike broja dana između gregorijanskog i julijanskog kalendara (8 dana) i precesije Zemljina perihela. Precesija perihela uvjetovana je različitim gravitacijskim utjecajima i učincima protumačenim Einsteinovom općom teorijom relativnosti.³⁸ Posljedice precesije perihela i precesije ekvinoxija (koja je posljedica precesijskog gibanja Zemljine osi rotacije) kvalitativno možemo opisati koristeći srednje iznose sideričkog ophoda perihela i ophoda proljetne točke po ekliptici. Precesija Zemljina perihela odvija se u direktnom smjeru (u smjeru Zemljine revolucije) sa srednjim iznosom sideričkog ophoda od oko 112 000 godina (godišnji pomak perihela iznosi oko $0,003^\circ$). Proljetna točka giba se zbog precesije ekvinoxija u retrogradnom smjeru s periodom ophoda od oko 26 000 godina (odgovarajući godišnji pomak proljetne točke iznosi oko $0,014^\circ$). Prema tome, perihel se u odnosu na proljetnu točku godišnje udaljuje za oko $0,003^\circ + 0,014^\circ = 0,017^\circ$ i period ophoda perihela u odnosu na proljetnu točku iznosi oko 21 000 godina. Spomenimo da je to jedan od ciklusa koji je Milutin Milanković koristio u svojoj astronomskoj teoriji klime.³⁹ U 700 godina pomak perihela iznosi oko 12° , što odgovara broju od oko 12 dana (srednja brzina prividnog godišnjeg gibanja Sunca je oko jedan stupanj dnevno). Dakle razlika današnjeg datuma kada je Zemlja u perihelu i onog koji je bio kada su priređivane efemeride u

³⁸ Richard Fitzpatrick, *An Introduction to Celestial Mechanics* (Cambridge: Cambridge University Press, 2012), p. 69.

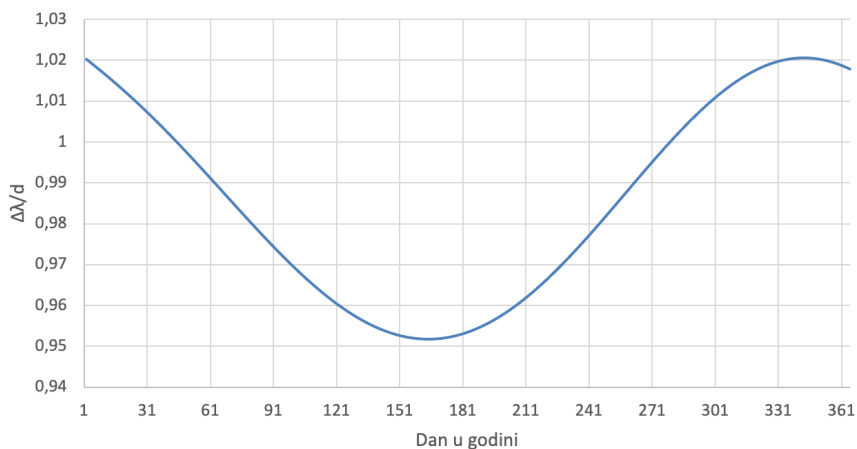
³⁹ Detaljnije u: Milutin Milanković, *Astronomska teorija klimatskih promena i njena primjena u geofizici* (Beograd: Naučna knjiga, 1948), pp. 46–57. Druga dva ciklusa u Milankovićevoj teoriji vezana su uz spomenutu promjenu kuta između ravnine ekvatora i ekliptike i promjenu ekscentriciteta Zemljine staze oko Sunca.

Kalendaru sv. Krševana iznosi oko 20 dana, odnosno Zemlja je tada u perihelu po julijanskom kalendaru bila oko 14. prosinca, a u afelu oko 14. lipnja. Procjena je u skladu s egzaktnim izračunima za razdoblje 1290 – 1322, prema kojima je Zemlja u perihelu bila u prosincu datuma 13, 14, 15. ili 16, a u afelu u lipnju 13, 14, 15. ili 16, (tablica 3), a dobro se podudara s podacima iz *Kalendaru sv. Krševana*. Naime, na slici 3 prikazana je krivulja za polinom šestog stupnja određen metodom najmanjih kvadrata iz dnevnih promjena Sunčeve ekliptične duljine izvedenih iz podataka u *Kalendaru sv. Krševana*. Krivulja poprima maksimalni iznos oko sredine prosinca a minimalni oko sredine lipnja. Primjerice, egzaktni izračuni za godinu 1293, koju je J. P. Van Dijk naveo kao moguću na koju se odnose podaci u *Kalendaru sv. Krševana*, pokazuju da je Zemlja bila u perihelu 14. prosinca, a u afelu 13. lipnja. Ipak, u razdoblju od 1290. do 1322. više je takvih godina (tablica 3) pa na temelju Zemljina položaja u afelu i perihelu ne možemo nedvojbeno tvrditi za koju se specifičnu godinu zaista odnose efemeridni podaci.

Tablica 3

perihel	afel (1290.-1322.)
15. XII. 1290. 15:24:03	14. VI. 1290. 03:57:14
13. XII. 1291. 21:42:17	16. VI. 1291. 03:00:35
15. XII. 1292. 09:37:01	15. VI. 1292. 02:43:56
14. XII. 1293. 18:06:04	13. VI. 1293. 17:38:36
13. XII. 1294. 16:44:35	16. VI. 1294. 16:52:30
16. XII. 1295. 07:34:37	15. VI. 1295. 07:21:09
13. XII. 1296. 22:05:08	13. VI. 1296. 20:13:38
14. XII. 1297. 14:49:09	16. VI. 1297. 05:36:12
15. XII. 1298. 23:58:08	14. VI. 1298. 11:22:24
14. XII. 1299. 01:47:33	15. VI. 1299. 20:55:59
15. XII. 1300. 02:59:49	15. VI. 1300. 14:51:01
15. XII. 1301. 04:28:17	13. VI. 1301. 21:08:21
13. XII. 1302. 18:25:57	16. VI. 1302. 14:02:56
16. XII. 1303. 10:37:02	15. VI. 1303. 14:32:38
14. XII. 1304. 04:44:31	13. VI. 1304. 11:53:23
13. XII. 1305. 21:54:19	16. VI. 1305. 09:56:16

16. XII. 1306. 02:00:11	14. VI. 1306. 19:29:45
14. XII. 1307. 07:56:24	15. VI. 1307. 07:18:50
14. XII. 1308. 22:01:29	15. VI. 1308. 21:28:27
15. XII. 1309. 16:22:23	14. VI. 1309. 00:39:03
13. XII. 1310. 21:51:43	16. VI. 1310. 10:02:09
16. XII. 1311. 09:15:03	16. VI. 1311. 03:41:08
14. XII. 1312. 14:13:00	13. VI. 1312. 15:53:24
13. XII. 1313. 19:17:58	16. VI. 1313. 15:21:39
16. XII. 1314. 09:41:07	15. VI. 1314. 04:00:21
14. XII. 1315. 16:55:09	14. VI. 1315. 17:14:47
14. XII. 1316. 08:42:00	16. VI. 1316. 02:08:30
15. XII. 1317. 20:14:36	14. VI. 1317. 06:55:51
13. XII. 1318. 21:31:09	16. VI. 1318. 00:09:12
16. XII. 1319. 02:43:09	16. VI. 1319. 11:49:25
15. XII. 1320. 01:13:39	13. VI. 1320. 15:03:48
13. XII. 1321. 20:03:40	16. VI. 1321. 12:41:15
16. XII. 1322. 13:19:09	15. VI. 1322. 14:16:24



Slika 3.

4.2.4. Numerički ekscentricitet Zemljine staze

Iz podataka o promjeni Sunčeve ekliptičke duljine moguće je procijeniti iznos numeričkog ekscentriciteta Zemljine staze oko Sunca koji je mjera spljoštenosti staze. Do približnog iznosa numeričkog ekscentriciteta (e) možemo doći na temelju toga što su za perihela i afela slika 4 vektori brzine Zemljine revolucije (v_{perihel} , v_{afel}) okomiti na radijusvektore (r_{perihel} , r_{afel}) pa za očuvanje momenta količine gibanja (zamaha) vrijedi izraz:

$$mv_{\text{afel}} r_{\text{afel}} = mv_{\text{perihel}} r_{\text{perihel}},$$

gdje je m Zemljina masa.

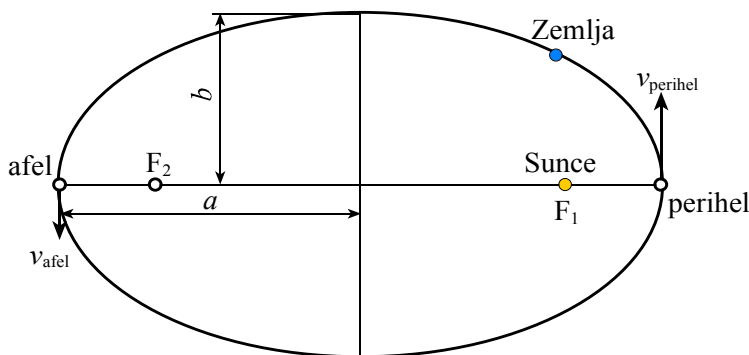
Pomoću posljednjeg izraza numerički ekscentricitet možemo izraziti preko brzine Zemlje u perihelu i afelu:

$$mv_{\text{afel}} r_{\text{afel}} = mv_{\text{perihel}} r_{\text{perihel}} \Rightarrow \frac{v_{\text{perihel}}}{v_{\text{afel}}} = \frac{r_{\text{afel}}}{r_{\text{perihel}}} = \frac{a+c}{a-c} = \frac{a+ae}{a-ae} = \frac{a(1+e)}{a(1-e)} \Rightarrow e = \frac{v_{\text{perihel}} - v_{\text{afel}}}{v_{\text{perihel}} + v_{\text{afel}}},$$

gdje je a velika poluos, a c linearni ekscentricitet Zemljine staze oko Sunca.

Procjenu Zemljine brzine za perihela i afela možemo dobiti izračunom ekstremnih iznosa funkcije prikazane na slici 3. Maksimalni iznos je $\Delta\lambda_{\text{Max}} = 1,0205^\circ/\text{dan}$, a minimalni $\Delta\lambda_{\text{Min}} = 0,9518^\circ/\text{dan}$. Uz pretpostavku da je promjena Sunčeve ekliptičke duljine razmjerna brzini Zemljine revolucije, za numerički ekscentricitet dobivamo:

$$e = \frac{\Delta\lambda_{\text{Max}} - \Delta\lambda_{\text{Min}}}{\Delta\lambda_{\text{Max}} + \Delta\lambda_{\text{Min}}} = \frac{1,0205^\circ - 0,9518^\circ}{1,0205^\circ + 0,9518^\circ} = 0,035.$$



Slika 4

Stvarni iznos numeričkog ekscentriciteta Zemljine staze u doba nastanka *Kalendaru sv. Krševana* bio je oko 0,017 pa se u prvi mah može učiniti da iznos dobiven analizom promjena Sunčeve ekliptičke duljine iz *Kalendaru sv. Krševana* puno odstupa od stvarnog. Međutim, kada uzmemo u obzir da Zemljina staza ima relativno mali ekscentricitet i raspoložive srednjovjekovne astronomske instrumente kao i teškoće u određivanju Sunčeve ekliptičke duljine, onda je procjena reda veličine iznosa numeričkog ekscentriciteta ovom metodom zadovoljavajuća.

Ekscentricitet Zemljine staze možemo procijeniti i iz podataka o nastupanju godišnjih doba. Trajanje godišnjih doba ovisi o promjenjivoj brzini Zemljina gibanja oko Sunca i o položaju Zemljina perihela. U efemeridnim podacima o Sunčevoj deklinaciji u *Kalendaru sv. Krševana* navedeno je da je deklinacija jednaka nuli za dva dana u godini, 13. ožujka i 15. rujna. Prema tome izlazi da su proljeće i ljeto trajali ukupno oko 186 dana, a jesen i zima 179 dana (omjer je 186/179). Egzaktni iznosi za to razdoblje su oko 186,6 dana i 178,4 dana.

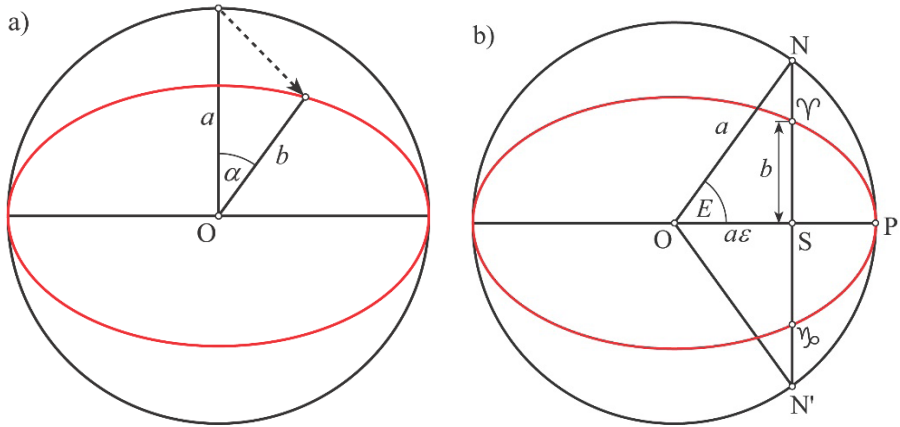
Geometrijskim razmatranjem možemo doći do približne formule koja povezuje numerički ekscentricitet i omjer 186/179. Naime, ravnina u kojoj se nalazi Sunce i koja je paralelna Zemljinu ekvatoru presijeca Zemljinu stazu na dva dijela čije su površine u omjeru 186/179 (prema drugom Keplerovu zakonu radijusvektor planeta u jednakim vremenima opisuje jednake površine pa je površina koju opiše radijusvektor razmjerna vremenu). U izvodu ćemo pretpostaviti da je perihel u blizini točke zimskog solsticija, što je opravdano jer je u doba nastanka *Kalendaru sv. Krševana* Zemlja bila u perihelu jednog od datuma od 13. do 16. prosinca a zimski solsticij zapadao je oko 13. prosinca.

Podsjetimo se da elipsu možemo smatrati projekcijom kružnice čiji je polumjer jednak velikoj poluosi elipse. Na slici 5a prikazana je kružnica polumjera a . Ravnina kružnice zakrenuta je za kut α i u takvoj projekciji kružnica prelazi u elipsu. Očigledno je:

$$\cos\alpha = \frac{b}{a},$$

pri čemu je:

$$b = a \sqrt{1 - \varepsilon^2}.$$



Slika 5a i b

Na slici 5b prikazana je eliptična Zemljina staza i njena pripadajuća projicirana kružnica. Točka P označava perihel, koji se gotovo podudara sa zimskim solsticijem, dok točke Υ i Υ_b označavaju položaj Zemlje za proljetnog, odnosno jesenskog ekvinocija. Dužina koja spaja točke Υ i Υ_b dijeli elipsu na dva dijela s površinama P_1 i P_2 čiji je omjer 179/186. Točka S je Sunce dok je $a\varepsilon$ linearni ekscentricitet. Površina P_1 jednaka je razlici površina kružnog isječka $NPN'O$ i trokuta $NN'O$ pomnoženoj s razmjerom $\cos\alpha = b/a$:

$$P_1 = NPN'\cos\alpha = (Ea^2 - \varepsilon ab) \frac{b}{a} = Eab - \varepsilon b^2,$$

Primijetimo da je $\varepsilon = \cos E$ (slika 5b).

Površina P_2 jednaka je razlici površine elipse i površine P_1 :

$$P_2 = \pi ab - \varepsilon b^2 - Eab + \varepsilon b^2.$$

Nadalje imamo:

$$\begin{aligned} P_2 - P_1 &= \pi ab - 2Eab + 2\varepsilon b^2 \\ P_1 + P_2 &= \pi ab. \end{aligned}$$

Dijeljenjem ovih jednadžbi i pod pretpostavkom da je ε malog iznosa, pri čemu možemo uzeti da je:

$$\sqrt{1-\varepsilon^2} \approx \varepsilon \text{ i } \varepsilon = \cos E = \sin\left(\frac{\pi}{2} - E\right) \approx \frac{\pi}{2} - E \Rightarrow E = \frac{\pi}{2} + \varepsilon,$$

dolazimo do jednostavnog izraza za numerički ekscentricitet:

$$\varepsilon = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{P_2 - P_1}{P_1 + P_2}.$$

Uvrstimo li $P_1 = 179P_2/186$, slijedi da je $\varepsilon = 0,015$ što je iznos vrlo blizu stvarnog.

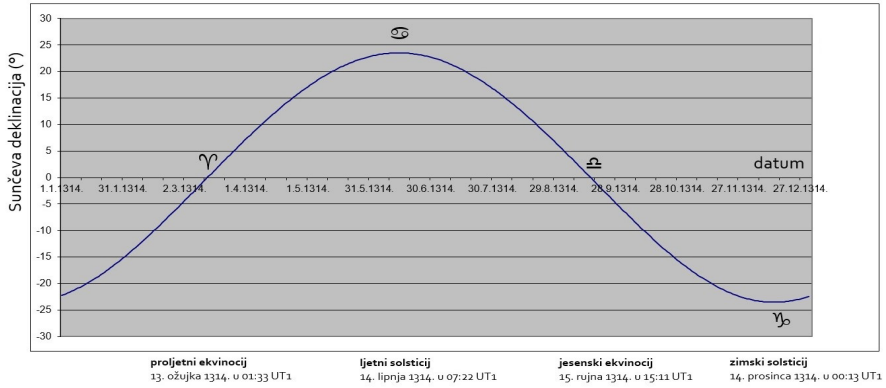
Ova metoda daje točniji rezultat od one vezane uz dnevne promjene Sunčeve ekliptičke duljine. Vremenski interval u ovoj metodi je veći i time se smanjuju greške mjerenja. Isto tako određivanje deklinacije puno je jednostavnije i može se točnije provesti od određivanja Sunčeve ekliptičke duljine.

Kako vidimo efemeride u *Kalendaru sv. Krševana* zadovoljavajuće su točnosti s obzirom na vrijeme nastanka i iz njih je vidljiva promjenjiva brzina Zemljine revolucije i to nekih 300 godina prije objave Keplerovih zakona.

4.2.5. Počeci i trajanje godišnjih doba

U efemeridnim podacima o Sunčevoj deklinaciji u *Kalendaru sv. Krševana* navedeno je da je deklinacija jednaka nuli 13. ožujka i 15. rujna. Radi se o proljetnom i jesenskom ekvinociju. Maksimalni apsolutni iznosi navode se za više dana oko ljetnog i zimskog solsticija. Razlog je što su dnevne promjene Sunčeve deklinacije oko ekvinocija veće, dok su oko solsticija manje i s obzirom na ondašnju točnost mjerenja i teško mjerljive. Na slici 6 prikazana je godišnja promjena Sunčeve deklinacije za 1314. godinu. Navedena su i vremena nastupanja godišnjih doba. Možda bi mogli pomisliti da iz datuma početaka proljeća i jeseni možemo saznati godinu na koju se podaci odnose. Međutim to nije tako. U *Kalendaru sv. Krševana* naveden je samo datum kada je Sunčeva deklinacija jednaka nuli ali ne i vrijeme. Egzaktni podaci za početke proljeća i jeseni u razdoblju od 1290 – 1322 daju 11 godina s datumima 13. ožujka i 15. rujna za početak proljeća, odnosno jeseni, kada se izuzmu prijestupne godine koje su osjenčane u tablici 4.⁴⁰

⁴⁰ Izračun proveden prema EPM2021H Elena Pitjeva, Dmitry Pavlov, Dan Aksim, Margarita Kan, Ivan Dolgakov, Institute of Applied Astronomy RAS, St. Petersburg, Russia November 2021 i Morrison, L.V. & Stephenson, F. R., »Historical Values of the Earth's Clock Error Delta T and the Calculation of Eclipses«, *Journal for the History of Astronomy*, vol. 35, part 3, August 2004, no. 120 (2004), pp. 327–336.



Slika 6.

Tablica 4.

Ekvinocij/solsticij	Datum	Vrijeme
Proljetni ekvinocij	13. ožujka 1290.	05:51 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1290.	12:04 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1290.	19:38 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1290.	04:19 UT1
Proljetni ekvinocij	13. ožujka 1291.	11:41 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1291.	18:03 UT1
Jesenski ekvinocij	16. rujna 1291.	01:32 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1291.	10:10 UT1
Proljetni ekvinocij	12. ožujka 1292.	17:38 UT1
Ljetni solsticij	13. lipnja 1292.	23:56 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1292.	07:20 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1292.	15:59 UT1
Proljetni ekvinocij	12. ožujka 1293.	23:24 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1293.	05:32 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1293.	13:07 UT1

Ekvinocij/solsticij	Datum	Vrijeme
Zimski solsticij	13. prosinca 1293.	21:50 UT1
Proljetni ekvinocij	13. ožujka 1294.	05:13 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1294.	11:24 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1294.	19:03 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1294.	03:38 UT1
Proljetni ekvinocij	13. ožujka 1295.	10:59 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1295.	17:12 UT1
Jesenski ekvinocij	16. rujna 1295.	00:50 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1295.	09:25 UT1
Proljetni ekvinocij	12. ožujka 1296.	16:45 UT1
Ljetni solsticij	13. lipnja 1296.	22:56 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1296.	06:33 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1296.	15:19 UT1
Proljetni ekvinocij	12. ožujka 1297.	22:38 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1297.	04:46 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1297.	12:20 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1297.	21:10 UT1
Proljetni ekvinocij	13. ožujka 1298.	04:18 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1298.	10:23 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1298.	18:06 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1298.	02:56 UT1
Proljetni ekvinocij	13. ožujka 1299.	10:08 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1299.	16:15 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1299.	23:56 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1299.	08:43 UT1
Proljetni ekvinocij	12. ožujka 1300.	16:06 UT1
Ljetni solsticij	13. lipnja 1300.	22:08 UT1

Ekvinocij/solsticij	Datum	Vrijeme
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1300.	05:42 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1300.	14:29 UT1
Proljećni ekvinocij	12. ožujka 1301.	21:50 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1301.	03:43 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1301.	11:24 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1301.	20:20 UT1
Proljećni ekvinocij	13. ožujka 1302.	03:37 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1302.	09:37 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1302.	17:18 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1302.	02:08 UT1
Proljećni ekvinocij	13. ožujka 1303.	09:23 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1303.	15:29 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1303.	23:04 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1303.	07:52 UT1
Proljećni ekvinocij	12. ožujka 1304.	15:11 UT1
Ljetni solsticij	13. lipnja 1304.	21:14 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1304.	04:50 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1304.	13:42 UT1
Proljećni ekvinocij	12. ožujka 1305.	21:04 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1305.	03:07 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1305.	10:45 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1305.	19:33 UT1
Proljećni ekvinocij	13. ožujka 1306.	02:46 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1306.	08:47 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1306.	16:37 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1306.	01:22 UT1
Proljećni ekvinocij	13. ožujka 1307.	08:33 UT1

Ekvinocij/solsticij	Datum	Vrijeme
Ljetni solsticij	14. lipnja 1307.	14:40 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1307.	22:32 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1307.	07:17 UT1
Proljećni ekvinocij	12. ožujka 1308.	14:30 UT1
Ljetni solsticij	13. lipnja 1308.	20:35 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1308.	04:21 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1308.	13:13 UT1
Proljećni ekvinocij	12. ožujka 1309.	20:17 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1309.	02:10 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1309.	10:03 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1309.	19:08 UT1
Proljećni ekvinocij	13. ožujka 1310.	02:10 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1310.	08:04 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1310.	16:00 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1310.	00:59 UT1
Proljećni ekvinocij	13. ožujka 1311.	08:05 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1311.	13:58 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1311.	21:48 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1311.	06:45 UT1
Proljećni ekvinocij	12. ožujka 1312.	13:58 UT1
Ljetni solsticij	13. lipnja 1312.	19:43 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1312.	03:31 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1312.	12:35 UT1
Proljećni ekvinocij	12. ožujka 1313.	19:51 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1313.	01:38 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1313.	09:24 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1313.	18:27 UT1

Ekvinocij/solsticij	Datum	Vrijeme
Proljetni ekvinocij	13. ožujka 1314.	01:33 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1314.	07:22 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1314.	15:11 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1314.	00:13 UT1
Proljetni ekvinocij	13. ožujka 1315.	07:18 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1315.	13:13 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1315.	20:59 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1315.	05:59 UT1
Proljetni ekvinocij	12. ožujka 1316.	13:11 UT1
Ljetni solsticij	13. lipnja 1316.	19:07 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1316.	02:49 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1316.	11:48 UT1
Proljetni ekvinocij	12. ožujka 1317.	18:56 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1317.	00:39 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1317.	08:31 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1317.	17:34 UT1
Proljetni ekvinocij	13. ožujka 1318.	00:39 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1318.	06:27 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1318.	14:26 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1318.	23:21 UT1
Proljetni ekvinocij	13. ožujka 1319.	06:25 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1319.	12:19 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1319.	20:14 UT1
Zimski solsticij	14. prosinca 1319.	05:10 UT1
Proljetni ekvinocij	12. ožujka 1320.	12:11 UT1
Ljetni solsticij	13. lipnja 1320.	17:58 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1320.	01:52 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1320.	11:00 UT1

Ekvinocij/solsticij	Datum	Vrijeme
Proljetni ekvinocij	12. ožujka 1321.	18:00 UT1
Ljetni solsticij	13. lipnja 1321.	23:47 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1321.	07:44 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1321.	16:55 UT1
Proljetni ekvinocij	12. ožujka 1322.	23:46 UT1
Ljetni solsticij	14. lipnja 1322.	05:30 UT1
Jesenski ekvinocij	15. rujna 1322.	13:33 UT1
Zimski solsticij	13. prosinca 1322.	22:42 UT1

Početak godišnjih doba možemo približno procijeniti i iz iznosa Sunčeve ekliptičke duljine tijekom godine. Pomoću tablice 1 i podataka u *Kalendaru sv. Krševana* lako izračunavamo Sunčevu ekliptičku duljinu za svaki dan u godini. Ovisnost Sunčeve ekliptičke duljine o vremenu odredili smo metodom najmanjih kvadrata za polinom šestog stupnja, a potom iz jednadžbe polinoma izračunali vremena koja odgovaraju iznosima Sunčeve ekliptičke longitude od 0° , 90° , 180° , 270° , tj. počecima proljeća, ljeta, jeseni i zime (tablica 5). Zbog nedovoljne točnosti određivanja ekliptičke duljine i nepoznatog podatka za koje vrijeme dana se ona odnosi, podaci u tablici 5 su samo približni, ali ne odstupaju puno od egzaktnih iznosa.

Tablica 5.

Proljetni ekvinocij	12. ožujka	1:25
Ljetni solsticij	13. lipnja	13:30
Jesenski ekvinocij	14. rujna	18:50
Zimski solsticij	12. prosinca	23:33

5. Naknadne astronomske bilješke u Kalendaru sv. Krševana

Spomenimo da *Kalendar sv. Krševana* sadrži i neke naknadne bilješke. Prevladavaju povijesne, astrološko-magijske, prirodoslovno-medicinske, ali nalazimo i nekoliko astronomskih: bilješka o Sunčevoj pomrčini od 7. srpnja 1339., bilješka o pojavi kometa u ožujku i travnju 1339. i drugoga kometa u lipnju, srpnju i kolovozu 1337. Šteta što je bilješka o Sunčevoj pomrčini vrlo štura: »Gospodnje godine 1339. sedmog dana mjeseca srpnja u prvu uru dana bio je mlađak te je istog dana bila pomrčina Sunca koja je otpočela u podne

<...>«. Bila je to hibridna pomrčina (na jednom dijelu prstenasta a na drugom potpuna). Iz naših krajeva i Francuske vidjela se kao djelomična. Da je točnije zabilježeno vrijeme kontakata (početka i kraja pomrčine, ili maksimalne magnitude) mogli bismo ustanoviti i geografsku duljinu mjesta s kojeg je opažana. Primjerice, pomrčina je u Mont Saint Michelu (gdje se pretpostavlja da se tada rukopis nalazio) otpočela nešto prije 12:30 sati po mjesnom Sunčevu vremenu.

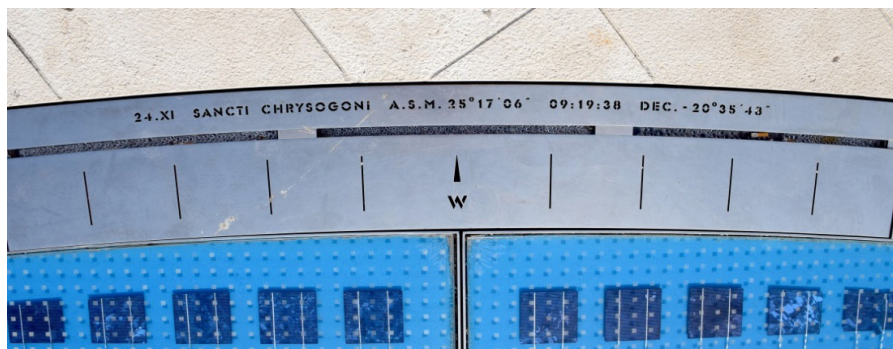
6. Zadarska instalacija Pozdrav Suncu

Kalendar sv. Krševana utkan je u suvremeni spomenički kompleks Pozdrav Suncu prikazan na slici 7, atraktivnu zadarsku instalaciju arhitekta Nikole Bašića.⁴¹ Po uzoru na *Kalendar sv. Krševana* ugrađeni su podaci o Sunčevoj deklinaciji, visini Sunčeve kulminacije i trajanju dnevnog svjetla uz imena i pripadajući datum kada se slave poznati zadarski sveci (slika 8). Podaci su ispisani na kromiranom obodnom prstenu instalacije. Izračunati su za Zadar i dani po datumima u gregorijanskom kalendaru. Odabran je spomen na 36 tipičnih zadarskih blagdana (tablica 6). Svjetlosni efekti na instalaciji usklađeni su s vremenima izlaska i zalaska Sunca.



Slika 7. (snimio Ivan Čondić, ilustrator Arheološkog muzeja Zadar)

⁴¹ Maksim Klarin, »Instalacija Pozdrav Suncu u Zadru«, *Čovjek i svemir* 1 (2023/2024), p. 16.



Slika 8. (snimio Ivan Čondić)

Tablica 6.

Sanctae Anastasiae	sveta Stošija	15. siječnja	24°48'30''	09:15:09	-21°04'24''
Sancti Donati Iadrensis	sveti Donat	27. veljače	37°38'12''	11:04:50	-08°14'42''
In Annuntiatione Domini	Navještenje Gospodinovo	25. ožujka	47°47'42''	12:24:09	01°54'48''
Sanctarum Irenae, Agapae et Chionae	svete sestre Irena, Agapa i Kionija	01. travnja	50°31'24''	12:45:28	04°38'30''
Sancti Georgii	sveti Juraj	23. travnja	58°30'06''	13:50:05	12°37'12''
Sancti Marci Evangelistae	sveti Marko Evangelist	25. Travnja	59°09'30''	13:55:38	13°16'36''
In Nativitate Sancti Iohannis Baptistae	Rođenje svetog Ivana Krstitelja	23. lipnja	69°18'12''	15:29:56	23°25'18''
Sanctorum Petri et Pauli	sveti Petar i Pavao	29. lipnja	69°05'36''	15:27:56	23°12'48''
Sancti Thomae Apostoli	Sveti Toma Apostol	3. srpnja	68°49'00''	15:24:55	22°56'06''
Sanctae Dominicae	sveta Domenica	6. srpnja	68°32'24''	15:22:05	22°39'30''
Sancti Eliae	sveti Ilija	20. srpnja	66°22'18''	15:01:45	20°36'24''
Sancti Iacobi Apostoli	sveti Jakov Apostol	25. srpnja	65°20'24''	14:32:04	19°36'30''

Sancti Dominici	sveti Dominik	8. kolovoza	61°56'30''	14:19:46	16°03'36''
Sancti Lavrentii	sveti Lovre	10. kolovoza	61°21'48''	14:14:40	13°28'54''
In Assumptione B. Mariae Virginis	Uznesenje B. Djevice Marije	15. kolovoza	59°50'43''	14:01:31	13°57'48''
In Nativitate B. Mariae Virginis	Rođenje Blažene Djevice Marije	8. rujna	51°28'18''	12:53:57	05°35'24''
Sancti Matthaei Evangelistae	sveti Matej Evangelist	21. rujna	46°29'30''	12:13:57	00°36'06''
Sanctorum Cosmae et Damiani	sveti Kuzma i Damjan	26. rujna	44°32'12''	11:58:51	-01°20'42''
Santi Michaelis	sveti Mihovil	29. rujna	43°22'12''	11:49:47	-02°30'42''
Sancti Hieronymi	sveti Jeronim	30. rujna	42°58'54''	11:46:46	-02°54'00''
Sancti Francisci Assisiensis	sveti Franjo Asiški	4. listopada	41°26'00''	11:34:43	-04°26'54''
Sancti Simeoni Iusti	sveti Šime Pravednik	8. listopada	39°54'00''	11:22:43	-05°58'54''
Sancti Lucae Evangelistae	sveti Luka evanđelist	16. listopada	36°10'18''	10:53:08	-09°42'56''
Santi Demetrii	sveti Dimitrij	26. listopada	33°21'12''	10:30:11	-12°31'48''
Sancti Martini Turonensis	sveti Martin iz Toursa	11. studeni	28°23'36''	09:47:52	-17°29'18''
Sancti Platonis	sveti Platon	18. studeni	26°36'00''	09:31:46	-19°16'54''
Sancti Clementis	sveti Klement	23. studeni	25°29'24''	09:21:32	-20°23'30''
Sancti Chrysogoni	sveti Krševan	24. studeni	35°17'06''	09:19:38	-20°35'43''
Sancti Andreae Apostoli	sveti Andrija apostol	30. studeni	23°12'00''	09:09:22	-21°40'54''
Sanctae Barbarae	sveta Barbara	04. prosinac	23°36'48''	09:03:42	-22°16'06''

Sancti Nicolai Episcopi	sveti Nikola biskup	06. prosinac	23°21'48''	09:01:17	-22°31'06''
Sancti Zoili Confessoris	sveti Zoilo ispovjednik	23. prosinac	22°27'12''	08:52:19	-23°25'48''
In Nativitate Domini	Božić	25. prosinac	22°29'42''	08:52:44	-23°23'12''
Sancti Stephani Protomartyris	sveti Stjepan prvomučenik	26. prosinac	22°31'36''	08:53:03	-23°21'18''
Sancti Iohannis Evangelistae	sveti Ivan evanđelist	27. prosinac	22°34'00''	08:53:26	-23°18'54''
Sancti Silvestri	sveti Silvestar	31. prosinac	22°40'12''	08:55:47	-23°04'42''

7. Zaključak

Zadarski kalendar svetoga Krševana spada u svega nekoliko sačuvanih efemerida iz srednjovjekovnog razdoblja i stoga iznimno je vrijedan dokument za hrvatsku i svjetsku znanstvenu i kulturnu baštinu. Ujedno su to najstarije hrvatske efemeride i najstariji hrvatski rukopis s arapskim brojevima, koji ukazuje na upućenost hrvatskih učenjaka u ondašnja recentna znanja i stanje efemeridne astronomije. Nastavljajući se na dosadašnja istraživanja, ovaj rad je produbio postojeća saznanja o *Zadarskom kalendaru svetoga Krševana*, osobito u vezi s astronomskim dijelom kalendara i obradom efemeridnih podataka vezanih uz položaj Sunca na nebeskoj sferi. Detaljnom analizom izloženog sadržaja rukopisa iznosi se prilog razumijevanju nastanka rukopisa u kontekstu razvitka znanosti i prijenosa znanja. Nove analize efemeridnih podataka u ovom radu su sveobuhvatnije i preciznije od dosadašnjih, te omogućuju prosudbu točnosti astronomskih podataka u rukopisu kao i provjeru autentičnosti ne samo razdoblja njihova nastanka već i točne geografske širine mjesta za koje su efemeride izrađene. Ti su uvidi važni ne samo kao doprinos boljem upoznavanju i razumijevanju slojevite strukture ovog rukopisa i kronologije nastanka astronomskih dijelova u odnosu na liturgijski dio rukopisa, već i upotpunjuju sliku zadarske kulturne sredine koncem 14. stoljeća, te svjedoče o prisutnosti dva istovremena procesa prijenosa znanja koji se odražavaju u zadarskoj sredini onoga vremena. Prvi je prijenos utjecaja i znanja iz arapske tradicije u zapadnoeuropsku, a drugi između europskih centara i periferije. U vezi s ovim drugim, zadarski rukopis je pisani trag, kojim su se načinima prenosila i širila znanja tijekom srednjovjekovlja i ujedno svjedočanstvo kako je ponekad taj proces tekao o

oba smjera, a ne samo isključivo iz centara prema periferiji. Kako bi se na cjelovit i argumentiran način prikazao rukopis u kontekstu nastanka i razvitka hrvatske znanstvene baštine, u radu se sadržaj rukopisa i njegove značajke uspoređuje s nekoliko drugih, relevantnih djela iz hrvatske i zapadnoeuropske srednjovjekovne tradicije. Izvorni znanstveni doprinos boljem poznavanju *Zadarskog kalendara* sadržan je u načinjenoj analiza astronomskih podataka u *Kalendaru sv. Krševana*, koja ukazuje na njihovu veliku točnost s obzirom na vrijeme nastanka. Godina 1292. u kalendaru je navedena kao prva godina Metonova ciklusa i Kalipusova perioda, ali je bila prijestupna dok veljača u *Kalendaru sv. Krševana* sadrži 28 dana. Analiza potvrđuje da je kalendar vjerojatno rađen za 1293. (prvu narednu godinu koja nije bila prijestupna) ili neku od sljedećih godina. Astronomski podaci izvedeni iz kalendara, poput početka proljeća i jeseni, trenutaka prolaza Zemlje perihelom i afelom, kuta između ravnina ekvatora i ekliptike, ukazuju da se oni odnose na razdoblje kraja 13. i početka 14. stoljeća ali iz tih podataka nije moguće nedvojbeno odrediti za koju godinu. Provedena analiza podataka također je pokazala da tabelirani podaci o Sunčevom položaju na ekliptici dovoljno su točni da je uočljiva promjenjiva brzina Zemljina gibanja oko Sunca i daju dobru procjenu relativno malog iznosa numeričkog ekscentriciteta Zemljine staze oko Sunca. Također, izračunata geografska širina mjesta za koje se podaci odnose približno odgovara Seville pa možemo pretpostaviti da su astronomski podaci u tablicama preuzeti iz glasovitih *Alfonsovih tablica*, odnosno iz nekih inačica tih tablica koje su priređivane posebno za Seville.

Astronomical tables (ephemerides) in the *Zadar calendar of saint Krševan* (1322)

Summary

The manuscript we call the *Zadar Calendar of Saint Krševan* is the oldest known astronomical text created in the Croatian territories during the Middle Ages. It is the first written document in Croatian that provides the ephemeris of the Sun and the Moon, and the first text in Croatian that uses Arabic numerals, which is an early example of their application since they were only gradually introduced into Western European practice in that period. The manuscript was created in the scriptorium of the Benedictine monastery of St. Krševan in 1322, and today it is kept in the Bodleian Library in Oxford. The calendar provides astronomical, computer, ephemeris, liturgical, astrological, alchemical, and historical data. Based on the previous research results of the *Zadar Calendar of St. Krševan* research, this paper presents its various contents and interprets them in the context of the development of science and the

time in which they were created. Special attention is paid to the processing of the ephemeris data that the calendar provides, since their analysis provides an exact answer to key questions and doubts regarding the place and time of creation of this valuable calendar. Compared to previous research, the processing of ephemeris data related to the position of the Sun on the celestial sphere has been extended. Based on these new analyses, it is not only possible to find out the exact latitude of the places to which the ephemeris refers, but we can also judge the accuracy of the ephemeris data and verify the authenticity of the period of their creation.

Keywords: Zadar calendar from the Benedictine monastery of St. Krševan, astronomical ephemerides, history of astronomy, computus, astrology, Arabic numerals

