



## MATEMATIKA

### Sanja Varošanec – naša vrsna matematičarka

Željko Hanjš



Sanja Varošanec

Sanja Varošanec redovita je profesorica u trajnom zvanju na Matematičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta (PMF) Sveučilišta u Zagrebu. Rođena je 1964. u Zagrebu, gdje je završila srednjoškolsko obrazovanje u MIOC-u 1982., diplomirala matematiku 1986. s temom *Cijele funkcije eksponencijalnog tipa*, magistrirala 1990. s temom *Teoremi jedinstvenosti analitičkih funkcija* i doktorirala 1994. s temom *Nejednakosti Gaussovog tipa*.

Na istom je fakultetu zaposlena od 1987. kao pripravica-postdiplomandica, asistentica od 1992., docentica od 1996., izvanredna profesorica od 2001., redovita profesorka od 2006. te u trajnom zvanju od 2011. Članica je Zavoda za geometriju i Katedre za metodiku nastave matematike

i računarstva. Njezino područje znanstvenog interesa je matematička analiza, posebno teorija nejednakosti. Sudjelovala je s priopćenjima i predavanjima na brojnim matematičkim konferencijama. Boravila je na kraće vrijeme na Sveučilištima u Izraelu, Australiji, Švedskoj i Bugarskoj. Suvoditeljica je Seminara za nejednakosti i primjene na Združenom doktorskom studiju matematike čiji je nositelj Matematički odsjek PMF-a. Članica je uredništva znanstvenih matematičkih časopisa *Fractional Differential Calculus*, *Turkish Journal of Science* i *Mathematical Inequalities and Applications*. U ovom potonjem je jedna od dvoje glavnih urednika. Aktivno radi kao recenzentica za više od trideset matematičkih znanstvenih časopisa. Između ostalih, tijekom rada na PMF-u držala je predavanja i vježbe iz Nacrtnе geometrije, Matematičke analize, Uvoda u diferencijalnu geometriju, Metodike nastave matematike, Elementarne matematike, Osnova informatike, Projektivne geometrije i Neeuclidske geometrije. Akademске godine 2000./2001. bila je prodekanica za nastavu na PMF-MO-u. Pod njezinim je voditeljstvom preko 220 studenata matematike izradilo diplomski rad. Bila je tajnica Hrvatskog matematičkog društva (HMD) od 1993. do 1995., te njegova predsjednica od 1997. do 1999. Od 1986. do 2005. bila je članica Državnog povjerenstva za matematička natjecanja, a od 1999. članica povjerenstva za organizaciju međunarodnog matematičkog natjecanja *Klokani bez granica*. Sudjelovala je u organizaciji Susreta i Kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske koje od devedesetih svake dvije godine organizira HMD. Uz mnoštvo znanstvenih radova ima i mnogo stručno-metodičkih priloga, a održala je i brojna predavanja na raznim seminarima, susretima i kongresima nastavnika matematike. Koautorica je brojnih knjiga o natjecanjima, kao osnovnoškolskih i srednjoškolskih udžbenika s priručnicima. Članica je uredništva časopisa *Poučak* i glavna urednica časopisa *Matematika i škola*. S obzirom na ovako bogat životopis zamolili smo profesoricu Varošanec za kratak intervju za naš časopis, na što se ona vrlo rado odazvala.

## **Od kada počinje Vaš interes za matematiku? Možete li navesti neke zanimljivosti iz Vaše osnovne i srednje škole?**

Pohađala sam osnovnu školu Petra Preradovića u Zagrebu gdje mi je matematiku predavao Vlado Stošić – nastavnik za kojeg mogu slobodno reći da me usmjerio prema matematici. Kao odlična učenica tijekom osnovne škole okušala sam se u nizu dodatnih aktivnosti kao što je dramska grupa, atletika, grupa prve pomoći i nekih drugih, ali jedino sam matematičkoj grupi ostala vjerna u sva četiri viša razreda. U isti je razred išla i moja najbolja prijateljica Tanja Stipetić (rođ. Mudri) te se često rad u matematičkoj grupi pretvarao u zabavu s okusom nadmetanja između nas dvije. Kasnije je i ona završila inžinjerski smjer matematike na PMF-u i uspješno radila u IT (Informacijska tehnologija) sektoru. Istaknula bih jednu zanimljivost rada pod voditeljstvom Vlade Stošića. Kao članovi grupe naprednih mlađih matematičara svaki tjedan smo se nalazili na sastancima te grupe, dobivali za rad kod kuće niz natjecateljskih zadataka, komentirali naša rješenja i sve što je uobičajeno raditi na takvim satima dodatne nastave. Ali Vlado je smatrao da trebamo upoznati i druge “repić” Gaussove krivulje. Tako smo, uz dodatnu nastavu, još dva sata tjedno provodili na satima dopunske nastave matematike gdje smo stalno ponavljali “staro” gradivo, ali i bili poticani da školskim kolegama kojima je matematika išla nešto slabije pokušamo razjasniti probleme u gradivu. Naravno, ovakav intenzivan rad je vodio i do sudjelovanja na matematičkim natjecanjima. U srednjoj školi, tj. u MIOC-u, bila sam u razredu koji je formiran od natjecatelja iz matematike i ostalih prirodnih predmeta. Možete si samo zamisliti kakva je to tek bila poticajna atmosfera za rad. Ekipa nastavnika koja nas je podučavala bila je impresivna, navest će tek neke. Matematiku, zapravo razne matematičke predmete (imali smo i po sedam sati nastave tjedno) predavale su mi Đurđa Popović, Jelena Gusić, Veronika Javor, fiziku mi je držala Erna Šuštar, biologiju Ljiljana Vöglein. Većina mojih prijatelja iz razreda upisala je Elektrotehnički fakultet (danas Fakultet elektrotehnike i računarstva) i PMF, a tek njih nekolicina medicinu. Nakon završenih fakulteta mnogi su zaplovili u IT vodama, bilo u Hrvatskoj bilo vani, a danas čak šestero bivših učenika tog razreda rade kao redoviti profesori na Sveučilištu u Zagrebu.

## **Kako je tekao Vaš studij matematike i Vaša znanstvena karijera?**

U trenutku kad sam upisivala studij matematike, na PMF-u postojala su dva smjera: inžinjerski i profesorski. Profesorski smjer je bio tako koncipiran da se radilo više tzv. teorijske matematike, pogotovo na usmjerenju *Algebra i analiza*. Razgovarajući sa svojim srednjoškolskim profesorima, iskristaliziralo se da me od ta dva smjera više privlači profesorski. Poslije se pokazalo da je taj izbor bio bolji i u trenutku kad sam upisivala postdiplomski studij. Naime, na profesorskom smjeru polagali smo obimne dvosemestralne kolegije kao što su Algebra, Funkcionalna analiza, Diferencijalna geometrija, Projektivna geometrija i neke druge, što nam je omogućilo “direktan” upis na postdiplomski studij, dok su inžinjeri matematike obično pri upisu, na prijedlog tadašnjeg voditelja tog studija profesora Svetozara Kurepe, morali još položiti i neke od gore spomenutih predmeta. Tijekom studija jako me privlačila matematička analiza, a pogotovo funkcije kompleksne varijable. To je u konačnici rezultiralo izradom mojeg diplomskog i magistarskog rada iz tog područja matematike pod mentorstvom profesora Hrvoja Kraljevića. Ali, nisam odmah po završetku dodiplomskog studija ostala raditi na fakultetu. Završila sam profesorski smjer i bilo mi je prirodno okušati se najprije u radu u školi. Moja je karijera nastavnika u školi trajala nešto dulje od godinu dana, a tada se na Matematičkom odjelu raspisao natječaj za pripravnike-postdiplomande. Budući da sam imala izvrsne ocjene tijekom studija, javila sam se i od tada sam u sustavu visokog obrazovanja i to cijelo vrijeme na istoj instituciji. U prvo vrijeme, od 1987. do 1996. bila sam pripravnica-postdiplomandica te asistentica na Matematičkom odjelu, a onda, s početkom stalnog zaposlenja birana u zvanje docentice

(1996.–2001.), izvanredne profesorice (2001.–2006.) i od 2006. u zvanje redovite profesorice, prve žene u tom zvanju na Matematičkom odsjeku PMF-a. U trajnom sam zvanju od 2011. godine.

**Molim Vas opišite ukratko Vaša znanstvena dostignuća, koja su objavljena u prethodnim znanstvenim časopisima.**

Kao student postdiplomskog studija bila sam članica Seminara za funkcionalnu analizu. Na jednom od mojih izlaganja bio je i profesor Josip Pečarić koji se netom prije toga preselio iz Beograda u Zagreb i uključio u rad ovdašnje matematičke zajednice. On je uočio bitnu poveznicu mojeg tadašnjeg rada s teorijom konveksnih funkcija kojima se intenzivno bavio. Počeli smo surađivati što je, nakon tri godine vrlo intenzivnog rada rezultiralo izradom moje doktorske disertacije o nejednakostima Gaussovog tipa. To su, u svom temeljnog obliku, nejednakosti za momente, a ja sam istraživala njihove oblike, proširenja i generalizacije u drugim strukturama. Ta ideja traženja generalizacija me i danas živo inspirira. Dakle, proučavajući određenu matematičku nejednakost, tražim odgovor na pitanje postoje li još neke matematičke strukture u kojima taj tip nejednakosti također vrijedi. I još uvijek me jako veseli kad mogu napraviti nešto novo u tom smislu. Teorija nejednakosti usko je povezana s teorijom konveksnih funkcija i matematičkih sredina. Jedno moje poopćenje konveksnih funkcija na  $h$ -funkcije koje je objavljeno 2007. u *Journal of Mathematical Analysis and Applications* pokrenulo je istraživanja raznih tipova funkcija koje su bazirane na  $h$ -funkcijama, a početni članak o toj vrsti funkcija citiran je oko osam stotina puta. Trenutno radim na neprekidnim oblicima raznih nejednakosti. Ukratko rečeno, to znači da promatram određenu nejednakost u kojoj sudjeluju dvije, tri ili konačno mnogo funkcija, a istražujem i vrijedi li taj tip nejednakosti za neprebrojivo mnogo funkcija.

**Zasigurno imate suradnike za znanstveni rad ovdje, ali i širom svijeta.**

Suradnju s akademikom Pečarićem i njegovom grupom nastavila sam i tokom sljedećih godina. Osim niza članaka, u koautorstvu s njim te kolegicom Ksenijom Smoljak Kalamir s Tekstilno-tehnološkog fakulteta, Marjanom Praljkom s Prehrambeno-biotehnološkog fakulteta (PBF) i Asif R. Khanom iz Pakistana objavila sam dvije znanstvene monografije – jednu o Steffensenovoj nejednakosti, a drugu o općim linearnim nejednakostima. Osim toga, istaknula bih suradnju s profesoricom Ludmilom Nikolovom sa Sveučilišta u Sofiji te s profesorom Lars-Erik Perssonom s UiT The Arctic University of Norway iz Narvika s kojima istražujem bifunkcijske nejednakosti, strukturu posebnih normiranih prostora te profinjenja neprekidnih nejednakosti i odgovarajuće analogone u Banachovim rešetkama.



Slijeva: J. Pečarić, S. Varošanec,  
S. Abramovich, L. E. Persson



U društvu s L. Nikolovom

Jedan vid moje znanstvene aktivnosti je i rad u uredništvu znanstvenih časopisa. Do početka devedesetih, jedini matematički znanstveni časopis u Hrvatskoj bio je *Glasnik matematički* koji je objavljivao radove iz raznih područja matematike. Tada akademik Pečarić

i profesor Neven Elezović pokreću prvi znanstveni časopis u Hrvatskoj posvećen isključivo matematičkim nejednakostima *Mathematical Inequalities and Applications*. Nekoliko godina kasnije isti dvojac inicira pokretanje i drugog znanstvenog časopisa *Journal of Mathematical Inequalities*. Danas ta dva časopisa zauzimaju visoka mjesta na svjetskim ljestvicama kojima se iskazuje utjecajnost časopisa – primjerice, drugi se časopis nalazi u prvom kvartilu liste *Mathematics* u bazi Web of Science, a prvi je u drugom kvartilu. Od početaka publiciranja časopisa *Mathematical Inequalities and Applications* sudjelujem u radu njegova uredništva, a trenutno sam, uz profesora Ivana Perića s PBF-a, glavna urednica.

**Velik dio Vaših aktivnosti posvećen je metodici nastave matematike. Što Vas je potaklo na rad u tom području?**

Vrlo brzo nakon zapošljenja na PMF-u počela sam držati vježbe iz Metodike nastave matematike kod profesora Borisa Pavkovića, a nakon njegova umirovljenja preuzeila sam nositeljstvo cijelog kolegija. Vođenje tog kolegija podrazumijeva stalni kontakt s učiteljima i nastavnicima u školama, a i osobno sam uvjek znatiželjna po pitanju toga kako drugi nastavnici ostvaruju svoje ideje u nastavi, s kojim se problemima susreću, kako poboljšati nastavu matematike itd. Stoga sam uvjek rado sudjelovala na raznim skupovima nastavnika matematike – od aktiva na lokalnoj razini do državnih kongresa. Dakako, ponekad na osnovu svojih predavanja s tih skupova priređujem stručne članke, pa se, eto, kroz sve ove godine skupio popriličan broj predavanja i stručnih radova s raznih skupova. Zadnjih nekoliko godina glavna sam urednica hrvatskog stručno-metodičkog časopisa *Matematika i Škola*. Osim stalne suradnje s vanjskim suradnicima, članica sam Katedre za metodiku nastave matematike i računarstva, gotovo od početka svog zaposlenja, te i unutar Katedre, sudjelujem u raznim projektima i aktivnostima vezanim uz unapredjivanje nastave matematike. Osim toga, prije tridesetak godina sam se upustila u projekt pisanja udžbenika. Nakon što je na natječaju za udžbenike tehničkih škola moj rukopis (anonimno predstavljen povjerenstvu za recenziju) dobio dozvolu za objavljivanje, započela je moja dugogodišnja suradnja s izdavačkom kućom *Element*. Naime, tim zadužen za udžbenike u toj izdavačkoj kući sastoji se isključivo od matematičara koji lako razumiju zahtjeve matematičara-autora te smo od samog početka našli zajednički jezik. Tijekom godina napisala sam udžbenike matematike za sve razrede raznih srednjih škola, a nakon prihvatanja novog kurikuluma lepezu sam proširila s udžbenicima za osnovne škole koje sam napisala u suradnji s profesorima matematike Gordanom Gojmerac Dekanić i Petrom Radanovićem.



Udžbenici matematike za osnovne i srednje škole

## Bili ste mentorica velikom broju studenata.

Radi se o više od 220 studenata te mi se čini da je to najveći pojedinačni broj mentorstava na Matematičkom odsjeku. Velikim dijelom to je posljedica činjenice da studenti nastavničkih smjerova u posljednje dvije godine svog studiranja kod mene slušaju nekoliko kolegija s velikim brojem sati: Nacrtnu geometriju, Metodiku nastave matematike 1 – 4 i Praksu u osnovnoj i srednjoj školi. A to su kolegiji koje studenti smatraju jako bitnim za svoje buduće zvanje i rado odabiru temu svog diplomskog rada iz tih područja. Dakako, moj popis ponuđenih tema se ne ograničava samo na ta područja matematike. S druge strane, osobito uživam u radu sa studentima i to moje zadovoljstvo te poštovanje prema njima vjerojatno utječe na njihovu odluku da diplomski rad pripremaju pod mojim mentorstvom. S mnogim svojim studentima, ne samo diplandomima, često se susrećem na skupovima nastavnika matematike i uvijek mi je draga kada vidim da su se razvili u vrsne nastavnike matematike.

## Koje su bile Vaše aktivnosti oko matematičkih natjecanja za osnovne i srednje škole?

Nakon završetka studija, na poticaj profesora Zdravka Kurnika, tadašnjeg predsjednika Državnog povjerenstva za matematička natjecanja, uključila sam se u rad tog povjerenstva i to u potpovjerenstvo za osnovnu školu. Osim u onom dijelu rada koji se odnosio na sastavljanja zadataka te ispravljanja učeničkih radova, vrlo sam aktivno sudjelovala i u organiziranju Državnih susreta.

Uz to, uređivala sam *Bilten* Seminara za nastavnike-mentore koji se održavao tijekom Državnog susreta, a na kraju školske godine sudjelovala sam u pripremi knjižice *Matematička natjecanja* u kojoj smo objavljivali razne podatke o natjecanjima na svim razinama u predzadnjoj školskoj godini. Nakon devetnest godina, zbog mnogobrojnih drugih obaveza, prestao je moj rad u Državnom povjerenstvu, a u organizaciju su se uključili mladi kolege. Ostala sam aktivna u povjerenstvu za organizaciju međunarodnog matematičkog natjecanja *Klokan bez granica* u čijem radu sudjelujem od početka tog natjecanja 1999. godine.

**Jeste li kao srednjoškolka čitali *Matematičko-fizički list* (MFL) i rješavali zanimljive zadatke koji su se tamo pojavljivali? Nadam se da Vam je i kasnije bio zanimljiv, posebno u traženju primjera za nastavu.**

Naravno. U doba mojeg srednjoškolskog obrazovanja MFL mi je bio redovito prisutna literatura. Što je razumljivo jer je nama učenicima tada bio i jedini dostupan časopis takvog sadržaja. Naime, to je bilo doba prije interneta, kad nije bilo moguće lako doći do izvora zadatka. Čitala sam ga tada, a čitam ga i danas (pa i rješavam zanimljive zadatke).

**Molim Vas da uputite poruku mladim srednjoškolcima-maturantima koji bi se htjeli posvetiti matematici kao znanstvenici, a posebno onima koji bi željeli postati nastavnici matematike.**

U biti nema tu puno mudrosti. U pozadini svega je ljubav prema matematici te sklonost ustrajnom i aktivnom radu. Bilo koji poziv odaberete, puno čitajte, budite značajniji, iskoristite mogućnost da su vam informacije nadohvat ruke, učite i razvijajte pozitivne strane svoje osobnosti.

