

## ПОТЕНЦИАЛЫ СОДЕРЖАЩИЕ БЕСКОНЕЧНОЕ ОТТАЛКИВАНИЕ И ЯДЕРНАЯ ЗАДАЧА 3-Х ТЕЛ

В. Б. БЕЛЯЕВ и А. Л. ЗУБАРЕВ\*

Объединенный институт ядерных исследований  
Лаборатория теоретической физики, Дубна, С.С.С.Р.

Received 20 October 1970

*Abstract:* Several alternative approaches are considered for calculation of the three-particle systems consisting of particles, interacting with the help of the potential with the hard core repulsion at small distances. It is established that the phase of scattering on the "hard shell" potential is invariant with respect to the arbitrary function added inside the shell. The Bateman method for the potentials with the hard core repulsion is generalized. The doublet length for  $n$ - $d$  scattering and the tritium binding energy for such potentials are calculated.

**Аннотация:** В работе рассматриваются несколько способов расчета 3-частичных систем, состоящих из частиц, взаимодействующих при помощи потенциала, содержащего бесконечное отталкивание на малых расстояниях. Устанавливается, что фаза рассеяния на потенциале "твердой оболочки" инвариантна относительно добавления внутрь оболочки произвольной функции. Дается обобщение метода Бейтмана для потенциалов с бесконечным отталкиванием. Вычисляются дублетная длина  $n$ - $d$  рассеяния и энергия связи трития для потенциалов с бесконечным отталкиванием.

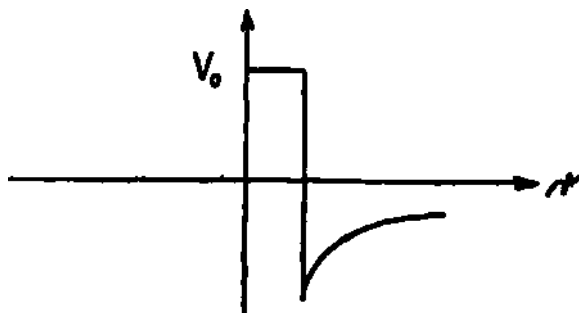
---

\* Ташкентский Государственный Универзитет.

## 1. Введенные

Как известно, при феноменологическом описании взаимодействия нуклонов, оказывается необходимым вводить в потенциал  $V(r)$  сильное отталкивание на малых расстояниях. Введение отталкивания соответствующей величины, с одной стороны, позволяет описать поведение фаз рассеяния при больших энергиях, с другой — удовлетворить условиям насыщения ядерных сил<sup>1)</sup>. Довольно распространенным<sup>2)</sup> способом описания отталкивания на малых расстояниях является введение в потенциал "твердой сердцевины". Удобный для феноменологического описания фаз NN-рассеяния, такой потенциал вызывает определенные трудности при решении уравнения Шредингера в задаче 3-х и более тел. В связи с этим в последнее время были предприняты специальные усилия<sup>3)</sup> для устранения этих трудностей.

В рамках уравнений Фаддеева задача сводится к отысканию предельного при  $V_0 \rightarrow \infty$  значения 2-х частичной  $t$ -матрицы, порожаемой потенциалом вида:



Ниже находится это предельное выражение для 2-х частичной  $t$ -матрицы, представленной в виде разложения Бейтмена<sup>4)</sup>

$$t(k, k', z) = \sum_{i, j} C_{ij}(z) V(k, s_i) V(k', s_j) \quad (1)$$

затем рассматривается возможность введения бесконечного отталкивания, основанная на простом разложении Фурье образа потенциала  $V(k, k')$  по формуле механических квадратур. И, наконец, мы обсудим свойства 2-х частичной  $t$ -матрицы для потенциалов содержащих бесконечное отталкивание типа "hard shell".

2. Учет бесконечного отталкивания в разложении Бейтмана

Так как приближение Ямагучи является частным случаем разложения Бейтмана (а именно — первым членом разложения), то предел  $t$ -матрицы при  $V_0 \rightarrow \infty$  для иллюстрации найдем в этом приближении, а затем обобщим результат на случай произвольного числа членов разложения Бейтмана.

Итак, пусть имеем потенциал:

$$V(r) = \begin{cases} V_1(r) \equiv \lambda > 0, & r \leq r_c, \\ V_2(r) < 0, & r > r_c. \end{cases} \quad (2)$$

$s$ -гармоника от фурье компоненты такого потенциала дается выражением:

$$\begin{aligned} V(k, k') &= \frac{1}{2\pi^2 k k'} \left[ \lambda \int_0^{r_c} \sin k r \cdot \sin k' r \, dr + \int_{r_c}^{\infty} \sin k r \cdot \sin k' r V_2(r) \, dr \right] = \\ &= V_1(k, k') + V_2(k, k'), \quad V_1(k, k') \propto \lambda, \quad V_2(k, k') \sim 1. \end{aligned}$$

В приближении Ямагучи имеем:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_2(k, k') &= \frac{V_1(k, s_1) V_1(k', s_1)}{V_1(s_1, s_1)} \propto 1, \\ \tilde{V}_1(k, k') &= \frac{V_2(k, s_2) V_2(k', s_2)}{V_2(s_2, s_2)} \propto \lambda, \end{aligned} \quad (3)$$

Введем обозначение

$$\frac{V_1(k, k')}{\lambda} \equiv v_1(k, k') \propto 1.$$

С потенциалом  $\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2$  уравнение Липпмана—Швингера превращается в систему 2-х алгебраических уравнений и для  $t$ -матрицы получаем:

$$\begin{aligned} t(k, k', z) &= V_1(k, s_1) \left[ \frac{V_1(k', s_1)}{V_1(s_1, s_1)} - 4\pi C_1(k', z) \right] + \\ &+ V_2(k, s_2) \left[ \frac{V_2(k', s_2)}{V_2(s_2, s_2)} - 4\pi C_2(k', z) \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned}
 C_1(k', z) &= \frac{1}{\Delta(z)} \left[ \left( \frac{V_1(k', s)}{V_1(s_1, s_1)} I_{11} + \frac{V_2(k', s)}{V_2(s_2, s_2)} I_{12} \right) (1 + 4\pi I_{22}) - \right. \\
 &\quad \left. - 4\pi I_{12} \left( \frac{V_1(k', s_1)}{V_1(s_1, s_1)} I_{21} + \frac{V_2(k', s_2)}{V_2(s_2, s_2)} I_{22} \right) \right], \\
 C_2(k', z) &= \frac{1}{\Delta(z)} \left[ \left( \frac{V_1(k', s_1)}{V_1(s_1, s_1)} I_{21} + \frac{V_2(k', s_2)}{V_2(s_2, s_2)} I_{22} \right) (1 + 4\pi I_{11}) - \right. \\
 &\quad \left. - 4\pi I_{21} \left( \frac{V_1(k', s)}{V_1(s_1, s_1)} I_{11} + \frac{V_2(k', s)}{V_2(s_2, s_2)} I_{12} \right) \right],
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 I_{11}(z) &= \frac{1}{V_1(s_1, s_1)} \int_0^\infty V_1(k, s_1) G_0(k, z) V_1(k, s_1) k^2 dk \propto \lambda, \\
 I_{12}(z) &= \frac{1}{V_1(s_1, s_1)} \int_0^\infty V_1(k, s_1) G_0(k, z) V_2(k, s_2) k^2 dk \propto 1, \\
 I_{21}(z) &= \frac{1}{V_2(s_2, s_2)} \int_0^\infty V_2(k, s_2) G_0(k, z) V_1(k, s_1) k^2 dk \propto \lambda, \\
 I_{22}(z) &= \frac{1}{V_2(s_2, s_2)} \int_0^\infty V_2(k, s_2) G_0(k, z) V_2(k, s_2) k^2 dk \propto 1,
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\Delta(z) = (1 + 4\pi I_{11})(1 + 4\pi I_{22}) - (4\pi)^2 I_{12} I_{21}. \tag{7}$$

Учитывая поведение интегралов (6) при  $\lambda \rightarrow \infty$ , легко видим, что  $t$ -матрица (4) остается конечной при  $\lambda \rightarrow \infty$ . Предельное выражение имеет вид:

$$\begin{aligned}
 t(k, k', z) &= \frac{V(k, s_1)}{\varphi(z)} \left[ \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{V(k', s_1)}{V(s_1, s_1)} (1 + 4\pi I_{22}(z)) - \frac{V_2(k', s_2)}{V_2(s_2, s_2)} I_{12}(z) \right] + \\
 &\quad + \frac{V_2(k, s_2) V_2(k', s_2)}{V_2(s_2, s_2)} \cdot \frac{J_{11}}{\varphi(z)},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} J_{11} &\equiv I_{11}/\lambda, \\ J_{21} &\equiv I_{21}/\lambda, \\ \varphi(z) &\equiv J_{11} + 4\pi(J_{11}I_{22} - I_{12}J_{21}). \end{aligned}$$

В случае произвольного числа членов в разложении (1) имеем:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1(k, k') &= \sum_{i, j}^N (d_1^{-1})_{ij} V_1(s_i, k) V_1(s_j, k'), \\ \tilde{V}_2(k, k') &= \sum_{i, j}^M (d_2^{-1})_{ij} V_2(x_i, k) V_2(x_j, k'), \\ (d_1)_{ij} &= V_1(s_i, s_j), \\ (d_2)_{ij} &= V_2(x_i, x_j), \end{aligned}$$

где параметры  $s_i, x_i$  можно найти, например, из минимума выражения

$$\chi^2(s) = \frac{\int |V(k, k') - \tilde{V}(k, k', s_1 \dots s_N)|^2 dk dk'}{\int V^2(k, k') dk dk'}.$$

Введем функции

$$\begin{aligned} \eta_i(k) &= \begin{cases} V_1(s_i, k); & 1 \leq i \leq N, \\ V_2(x_i, k); & 1 + N \leq i \leq M + N, \end{cases} \\ \zeta_i(k) &= \begin{cases} \frac{V_1(s_i, k)}{\lambda}; & 1 \leq i \leq N, \\ V_2(x_i, k); & 1 + N \leq i \leq M + N, \end{cases} \end{aligned}$$

и матрицы

$$\begin{aligned} D_{ij} &= \begin{cases} (d_1)_{ij}; & 1 \leq i, j \leq N, \\ (d_2)_{ij}; & 1 + N \leq i, j \leq M + N, \\ 0; & \text{для всех sfучих } i, j, \end{cases} \\ \Delta_{ij} &= \begin{cases} (d_2)_{ij}; & 1 + N \leq i, j \leq M + N, \\ 0; & \text{для всех sfучих } i, j. \end{cases} \end{aligned}$$

Для двухчастичной  $t$ -матрицы имеем:

$$t(k, k', z, \lambda) = \sum_{i, j=1}^{M+N} [C^{-1}(z)]_{ij} \eta_i(k) \eta_j(k'),$$

$$C_{ij}(z) = D_{ij} + 8\pi \mu_{12} \int_0^{\infty} \frac{\eta_i(k) \eta_j(k) k^2 dk}{k^2 - 2\mu_{12}z - i\epsilon}.$$

Переходя к пределу  $\lambda \rightarrow \infty$ , получаем

$$\begin{aligned} t(k, k', z) &= \lim_{\lambda \rightarrow \infty} t(k, k', z, \lambda) = \\ &= \sum_{i, j=1}^{M+N} [(\Delta + I z)^{-1}]_{ij} \zeta_i(k) \zeta_j(k'), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$I_{ij}(z) = 8\pi \mu_{12} \int_0^{\infty} \frac{\zeta_i(k) \zeta_j(k) k^2 dk}{k^2 - 2\mu_{12}z - i\epsilon}.$$

Таким образом (8) является конечным пределом при  $\lambda \rightarrow \infty$  разложения Бейтмана (1).

### 3. Использование формулы механических квадратур для вычисления $t$ -матрицы по потенциалу, содержащему бесконечное отталкивание.

Рассмотрим чисто отталкивающий потенциал вида:

$$\left. \begin{aligned} V(r) &= \lambda \varphi(r) + \psi(r) \\ &\lambda \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \begin{aligned} r &\leq r_c \\ \\ V(r) &= 0 \end{aligned} \left. \right\} \begin{aligned} r &> r_c. \end{aligned}$$

Пусть  $\varphi(r)$  не обращается в ноль при  $r \leq r_c$  пусть также  $\varphi$  и  $\psi$  имеют при  $r = 0$  сингулярность не сильнее, чем  $\frac{1}{r^\alpha}$ , где  $\alpha \leq 2$ .

(А). тогда для  $s$ -гармоники Фурье-образа потенциала  $V(r)$  имеем (при конечном  $\lambda$ ):

$$V(k, k') = \frac{1}{2 \pi^2 k k'} \int_0^{r_c} \sin k r \cdot \sin k' r V(r) dr. \quad (9)$$

В силу условия (А) к (9) можно применить формулу механических квадратур:

$$V^N(k, k') = \frac{1}{2 \pi^2 k k'} \sum_{i=1}^N [\lambda \varphi(r_i) + \psi(r_i)] \Delta_i \sin k r_i \cdot \sin k' r_i; \quad (10)$$

$r_i, \Delta_i$  — узлы и веса интегрирования  
 $r_1 = r_c \geq r_2 \geq \dots \geq r_N$ .

Введем обозначения:

$$[d^{-1}]_{ij} \equiv [\lambda \varphi(r_i) + \psi(r_i)] \Delta_i \delta_{ij}; \quad \eta_i(k) \equiv \frac{\sin k r_i}{k}.$$

Тогда, для  $t$ -матрицы имеем:

$$t^N(k, k', z, \lambda) = \sum_{i, j=1}^N [C^{-1}(z)]_{ij} \eta_i(k) \eta_j(k'),$$

$$C_{ij}(z) = d_{ij} + 8 \pi \mu_{12} I_{ij}(z), \quad (11)$$

$$I_{ij}(z) = \begin{cases} \frac{\pi}{2q} \sin q r_j e^{i q r_i}, & i < j \\ \frac{\pi}{2q} \sin q r_i e^{i q r_j}, & i > j \end{cases} \quad q = \sqrt{2 \mu_{12} z}.$$

По условию (А) функция  $\varphi(r)$  не обращается в ноль в промежутке  $0 \leq r \leq r_c$ , следовательно, при  $\lambda \rightarrow \infty$   $d_{ij} \rightarrow 0$ , и для  $t$ -матрицы получаем конечное выражение:

$$t^N(k, k', z, \lambda = \infty) = \frac{1}{8 \pi \mu_{12}} \sum_{i, j}^N [I^-(z)]_{ij} \eta_i(k) \eta_j(k'), \quad (12)$$

которое не зависит от функций  $\varphi(r)$  и  $\psi(r)$ . Заметим, что на массовой поверхности  $t$ -матрица (12) не зависит от  $N$  и равна точному значению амплитуды рассеяния на бесконечном потенциале:

$$t^N(q, q, \frac{q^2}{2m} + i\varepsilon, \lambda = \infty) = \frac{1}{2\pi^2 m} \cdot \frac{\sin q r_c}{q} e^{-iqr_c}. \quad (12a)$$

Действительно, введем функцию

$$I(x, y) = \begin{cases} \pi/2 q \cdot \sin q x \cdot e^{iqy}, & y > x; \\ \pi/2 q \cdot \sin q y \cdot e^{iqx}, & y < x. \end{cases}$$

Для функции  $I(x, y)$  имеем разложение Бейтмана

$$I(x, y) \approx \sum_{i, j=1}^N [I^{-1}(z)]_{ij} I(x, r_i) I(r_j, y), \quad (12b)$$

$$I(z)_{ij} \equiv I(r_i, r_j),$$

с разрезами в точках  $r_i$  (по определению  $r_1 = r_c$ ). В точке  $x = r_1, y = r_1$  (12b) переходит в точное равенство при любом  $N$ , поэтому

$$I(r_1, r_1) = \frac{\pi}{2q} \sin q r_1 \cdot e^{iqr_1} = \sum_{i, j=1}^N \frac{\pi^2}{4q^2} [I^{-1}(z)]_{ij} \sin q r_i \sin q r_j e^{2iqr_i},$$

откуда непосредственно получаем выражение для амплитуды (12a).

#### 4. $t$ -матрица для потенциала, содержащего отталкивание типа "hard shell"

В ряде работ<sup>5)</sup> бесконечное отталкивание вводилось при помощи потенциала вида

$$V(r) = \lambda \delta(r - r_c) \quad (13)$$

$$\lambda \rightarrow \infty$$

В импульсном представлении этот потенциал факторизован по переменным  $k$  и  $k'$  одним членом, используя уравнения Фаддеева мы естественным образом приходим к ономерным уравнениям, описывающим движение 3-х частиц, взаимодействующих при помощи потенциала (13) (См. также<sup>6)</sup>).

Итак, пусть имеем потенциал вида:

$$V(r) = \begin{cases} \lambda \delta(r - r_c) + \psi(r), & r \leq r_c; \\ \lambda \rightarrow \infty \\ V_1(r), & r > r_c. \end{cases} \quad (14)$$



Покажем, что фаза рассеяния на потенциале (14) не зависит от функции  $\psi(r)$ .

Для рассеяния  $s$ -волн имеем:

$$\frac{u(r)}{r} = \frac{\sin kr}{kr} + 4\pi \int_0^{\infty} G(r, r') V(r') u(r') r' dr', \quad (15)$$

$$G(r, r') = \begin{cases} -\frac{Mk}{4\pi} \cdot \frac{\sin kr}{kr} \cdot \frac{\cos kr'}{kr'}, & r < r'; \\ -\frac{Mk}{4\pi} \cdot \frac{\sin kr'}{kr'} \cdot \frac{\cos kr}{kr}, & r > r'. \end{cases}$$

Подставляя (14) в (15) получаем

$$\begin{aligned} \frac{u(r)}{r} &= \frac{\sin kr}{kr} + 4\pi G(r, r_c) u(r_c) r_c \lambda + \\ &+ 4\pi \int_0^{r_c} G(r, r') \psi(r') u(r') r' dr' + 4\pi \int_{r_c}^{\infty} G(r, r') V_1(r') u(r') r' dr'. \end{aligned} \quad (16)$$

Граничное условие в точке  $r_c$  имеет вид:  $u(r_c) = 0$  следовательно,

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} u(r_c) \lambda = c.$$

Полагая в (16)  $r = r_c$  и  $\lambda \rightarrow \infty$ , найдем выражение для  $c$ . Вычисляя правую часть (16) при  $r > r_c$  и  $\lambda \rightarrow \infty$  и используя выражение для  $c$ , получим:

$$\begin{aligned} \frac{u(r)}{r} &= \frac{\sin kr}{kr} - \operatorname{tg} kr_c \cdot \frac{\cos kr}{kr} - \frac{G(r, r_c)}{G(r_c, r_c)} \times \\ &\times 4\pi \int_{r_c}^{\infty} [G(r_c, r') - G(r, r')] \cdot V_1(r') u(r') r' dr'. \end{aligned}$$

Т. е. функция  $u(r)$  и, соответственно, фаза рассеяния в области  $r > r_c$  не зависит от  $\psi(r)$ . Однако, немассовая амплитуда рассеяния на потенциале вида (14) существенным образом зависит от функции  $\psi$ . Продемонстрируем это утверждение на простом примере, взяв в определении (14)...

$$\psi(r) = V_0 \delta(r - r_1), \quad r_1 < r_c,$$

$V_1 = 0$  при всех  $r$ .

Тогда, для  $t$ -матрицы имеем:

$$t\left(k, k', \frac{q^2}{2\mu} + i\varepsilon\right) = \frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{V_0}{2\pi^2} \left[ 1 + \frac{m V_0}{q} \sin q r_1 e^{iqr_1} \right] \frac{\sin k r_c}{k} - \right. \\ \left. - \frac{\sin k' r_c}{k'} - \frac{m V_0^2}{2\pi^2 q} \sin q r_1 e^{iqr_c} \left[ \frac{\sin k r_c}{k} \cdot \frac{\sin k' r_1}{k'} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\sin k r_1}{k} \cdot \frac{\sin k' r_c}{k'} \right] + \frac{m V_0^2}{2\pi^2 q} \sin q r_c e^{iqr_c} \frac{\sin k r_1}{k} \cdot \frac{\sin k' r_1}{k'} \right\}; \quad (17)$$

$$\Delta = \frac{m V_0}{q} e^{iqr_c} \left[ \sin q r_c \left( 1 + \frac{m V_0}{q} \sin q r_1 e^{iqr_1} \right) - \right. \\ \left. - \frac{m V_0}{q} \sin^2 q r_1 e^{iqr_c} \right],$$

т. е. зависимость от  $V_0$  и  $r_1$  присутствует в явном виде. На массовой поверхности амплитуда (17) имеет вид;

$$T(q, q, q) = \frac{1}{2\pi^2 m} \cdot \frac{\sin q r_c}{q} e^{-iqr_c},$$

т. е. совпадает с амплитудой на потенциале "hard core" (12а).

В заключение этого раздела отметим разницу между перечисленными выше способами введения бесконечного отталкивания. Различие поведения немассовых амплитуд на потенциалах "hard core" и чистый ( $\psi \equiv 0$ ) "hard shell", с точки зрения 3-х частичных расчётов (см. ниже) повидимому не очень существенно. В пользу такого заключения свидетельствует и одинаковое поведение ( $u = 0$ ) при  $r < r_c$  волновых функций для этих потенциалов, которое в некоторой степени характеризует немассовые свойства 2-х частичной амплитуды<sup>7)</sup>. Что касается зависимости немассового поведения  $t$ -матрицы от функции  $\psi$  для потенциалов типа (14), то эта зависимость может оказаться достаточно сильной, поскольку поведение волновой функции  $u(r)$  при  $r < r_c$  существенным образом зависит от вида функций  $\psi$ .

5. Численные расчёты длин  $nd$ -рассеяния  
и энергии связи  $H^3$

Расчеты проводились для прямоугольной ямы с кором

$$V(r) = \begin{cases} -V_1, & r_c < r < r_0, \\ 0, & r_0 < r, \\ \infty, & r \leq r_c. \end{cases} \quad (18)$$

Значения параметров  $V_1$ ,  $r_c$ ,  $r_0$  следующие<sup>8)</sup>:

$$V_1^i = 48.05 \text{ MeV}, \quad r_c^i = 0.17 \text{ fm}, \quad r_0^i = 1.87 \text{ fm};$$

$$V_1^s = 32.3 \text{ MeV}, \quad r_c^s = 0.17 \text{ fm}, \quad r_0^s = 1.9 \text{ fm}.$$

Потенциал (18) описывает  $s$ -фазу в широком интервале энергии ( $E_{lab} \leq 320 \text{ MeV}$ ). Заметим, однако, что этот потенциал дает заниженное значение синглетного эффективного радиуса  $r_s = 2,15 \text{ fm}$ . Рассмотрим сначала рассеяние частицы на связанном состоянии двух других, считая частицы одинаковыми и бесспиновыми. Выбирая отталкивание в (18) в виде

$$\lambda \delta(r - r_c) + V_1 \delta(r - r_1), \quad r_1 < r_c, \quad r \leq r_c, \quad (18a)$$

$$\lambda \rightarrow \infty$$

получаем значение длины рассеяния  $a$ .

Таблица 1.

	$a$ (fm)	$V_1$ (MeV)	$r_1$ (fm)
1.	31.6	-40	0.1
2.	31.8	+10	0.1
3.	31.9	+40	0.1
4.	31.9	+70	0.1

$$r_c = 0.17 \text{ fm}$$

Сравнение с результатами работы<sup>9)</sup> в которой значение  $a$  для прямоугольной ямы без отталкивания оказалось равным  $a = 28.31 \text{ fm}$ , показывает,

что в бесспиновом случае имеется слабая зависимость не только от формы бесконечного отталкивания, но и от присутствия отталкивания вообще.

Перейдем теперь, к спиновому случаю и изучим зависимость трехчастичных эффектов от формы отталкивания. Если отталкивание описывается "чистым" потенциалом "hard shell" ( $\lambda \delta(r - r_c)$ ), то для дублетной длины  $nd$ -рассеяния получаем  $a^2 = -0,53 \text{ fm}$ .  $\xrightarrow{\lambda \rightarrow \infty}$  Учитывая "hard core" методом механических квадратур и полагая в (12)  $N = 3$  мы получим для дублетной длины рассеяния значение  $a^2 = -0,6 \text{ fm}$ . Любопытно, что варьирование  $r_2$  в (10) приводит к слабому изменению значения  $a^2$  ( $a^2 = -0,59 \text{ fm}$ ). Этот факт, видимо, может служить указанием, что точность учёта "hard core" по формуле (12) с  $N = 3$  является хорошей. Видно, что различие между "hard shell" и "hard core" для трехчастичных расчетов достаточно слабое. Описывая отталкивание в триплетном состоянии чистым "hard shell", а в синглетном состоянии потенциалом вида (18а), получаем значения дублетной длины  $a^2$  и энергии связи трития  $E_T$ , которые приведены в Таблице 2. Отметим, что двухчастичные параметры во всех случаях воспроизводятся с относительной ошибкой меньше 0,5%, например, точные значения:  $a' = 5,380 \text{ fm}$ ,  $E_\lambda = -2,250 \text{ MeV}$ , приближенные значения:  $a' = 5,395 \text{ fm}$ ,  $E_\lambda = -2,205 \text{ MeV}^*$ .

Таблица 2.

$V_1$	$r_1$ (fm)	$a^2$ (fm)	$E_T$ (MeV)
$10^4$	0.06	$-7.10^{-3}$	
$10^4$	0.1	0.267	10.5
$10^4$	0.14	0.5	$8.\bar{8}$

Таким образом, имеется очень сильная зависимость трехчастичных эффектов от функции  $\psi$  в потенциалах типа (14). Это связано с сильной зависимостью поведения волновой функции  $u(r)$  при  $r < r_c$  от вида функции  $\psi$ . Поскольку поведение волновой функции на малых расстояниях, по крайней мере, в случае синглетного рассеяния неизвестно, то существует возможность введения немассовых сил  $\psi$ , форма и параметры которых извлекаются из трехчастичной задачи.

Авторы выражают благодарность Е. Вжеционко, Р. М. Рыдину за интерес к работе и полезное обсуждение результатов.

\* Притягивающая часть потенциала везде факторизуется по методу Бейтмана, причем величина  $\chi^2$  везде  $\sim 10^{-3}$ .

## Л и т е р а т у р а

- 1) F. Calogero and Yu. A. Simonov, *Nuovo Cim.* **64 B** (1969) 337;
- 2) T. Hamada and I. D. Johnston, *Nucl. Phys.* **34** (1962) 382;
- 3) Ю. А. Симонов и А. М. Бадалян, *Я. Ф.* **11** (1970) 1112;  
M. G. Fuda, *Phys. Rev.* **178** (1969) 1682;
- 4) В. Б. Беляев и Е. Вжеционко, Препринт ОИЯИ Р4-4144, Дубна (1968);
- 5) R. D. Puff, *Ann. of Phys.* **13** (1961) 317, J. Dabrowski and M. Dworzeczka, Report IC/69/66, F. Tabakin, *Phys. Rev.* **137** (1965) B 75;
- 6) В. Н. Ефимов, *Я. Ф.* **10** (1969) 107;
- 7) H. P. Noyes, *Proceedings of the first International Conference on the Three Body Problem*, (Birmingham, 1959), eds. J. S. C. McKee and P. M. Rolph, North Holland Publ. Co., Amsterdam (1970) p. 2.
- 8) А. М. Бадалян, частное сообщение;
- 9) В. Ф. Харченко и С. А. Стороженко, Препринт ИТФ-69-19, Киев (1969).

POTENCIJALI ODBIJANJA NA KRUTOJ JEZGRI I  
NUKLEARNI PROBLEM TRI TIJELA

V. B. BELJAJEV i A. L. ZUBAREV

*Laboratorij za teorijsku fiziku, Dubna, SSSR*

S a d r Ź a j

U radu se razmatra nekoliko načina rješavanja problema tri tijela sastavljenih od čestica, kod kojih postoji uzajamno djelovanje potencijalom potpunog odbijanja na krutoj jezgri pri malim daljinama.

Utvrđeno je, da je faza raspršenja na "hard shell" potencijalu invarijantna u odnosu prema proizvoljnoj funkciji koja se dodaje potencijalu unutar ljuske.

Također se poocpuje metoda Batemana za potencijale potpunog odbijanja na krutoj jezgri, te računa dužina dubleta za n-d raspršenje uz energiju veze tricija za takve potencijale.