Osječki matematički list 24 (2024), 25–36

Provokativan članak o inteligenciji

Petar Žugec*

Sažetak

U članku iznosimo spekulativan (i provokativan) model raspodjele inteligencije te istražujemo njegove posljedice. Uspjeh u izazivanju emocionalno obojene reakcije u čitatelja bit će dokaz da je svaka matematička tema zanimljiva kad je se „zamota" u dovoljno osjetljivu priču.

Ključne riječi: *inteligencija, kvocijent inteligencije, normalna raspodjela, lognormalna raspodjela, očekivana vrijednost, medijan*

Provocative paper on intelligence

Abstract

We propose a speculative (and provocative) model for the distribution of intelligence and explore its consequences. With the aim of inciting an emotional response, we set out to prove that any mathematical subject is captivating when applied to a sufficiently sensitive topic.

Keywords: *intelligence, intelligence quotient, normal distribution, log-normal distribution, expected value, median*

*Fizički odsjek, Prirodoslovno-matematički fakultet, Sveučilište u Zagrebu, email: pzugec@phy.hr

1 Nenametljiv uvod

Inteligencija je osobina na koju smo osobito ponosni i osjetljivi. No što ona uopće jest? Njezinih definicija je, čini se, toliko koliko je ljudi koji se njome bave. No u pravilu se svode na suptilne varijacije dvaju krajnjih stavova: ili da inteligencija odražava *opću* sposobnost rješavanja problema ili da postoji više specifičnih i za praktične potrebe nezavisnih oblika inteligencija [9]. Osim toga, uvjerljivo se može argumentirati i da inteligencija nije samo osobno svojstvo pojedinca, već i *okolnosna* pojavnost određena specifičnom situacijom [10]. Mi se nećemo posebno opredijeliti ni za koju od definicija „u opticaju" (ne želimo biti *toliko* provokativni), no i dalje je možemo ugrubo smatrati sposobnošću rješavanja problema, ostvarivanja ciljeva i prilagodbe situacijama koje god vrste.

Looked at in one way, everyone knows what intelligence is;
looked at in another way, no one does.

(*Gledano na jedan način, svatko zna što inteligencija jest;*
gledano na drugi način, nitko to ne zna.)

Robert J. Sternberg [11]

Potreba ili želja za procjenom vlastite ili tuđe inteligencije sasvim je prirodna. Danas je *kvocijent inteligencije* opće poznat pojam, naširoko prihvaćen kao reprezentativna (što ne znači nužno i sasvim primjerena) mjera inteligencije. Povijest mjerenja kvocijenta inteligencije bogata je i raznolika, obilježena različitim sporovima, počevši od toga što on uopće mjeri, koliko pouzdano i primjereno. Bilo kakvo zadiranje u pojam, povijest i postupke mjerenja kvocijenta inteligencije daleko nadilazi opseg i svrhu ovog članka, stoga čitatelja možemo samo uputiti na nekolicinu izvora [1, 2, 4] koji mogu poslužiti kao uvodna literatura u ovo bogato i još uvijek otvoreno područje. Ono je toliko široko da postoje čitavi znanstveni časopisi posvećeni inteligenciji (poput *Intelligence* [12] i *Journal of Intelligence* [13]), stoga je svaki izbor literature koji mi nudimo nužno proizvoljan. Čitatelj posebno zanimljivom može naći knjigu *The Bell Curve: Intelligence and Class Structure in American Life* [5], praćenu brojnim kontroverzama [3].

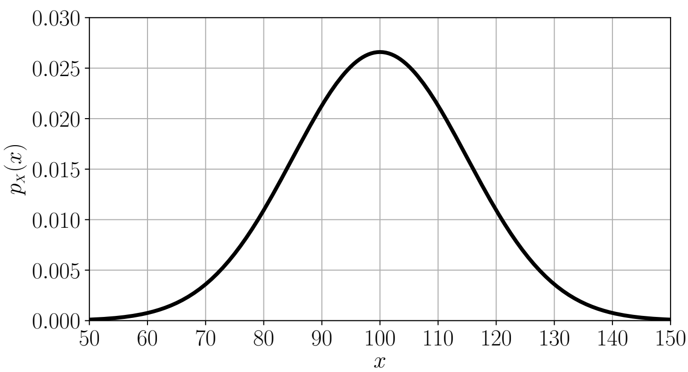
Unutar društva kvocijent inteligencije možemo smatrati slučajnom statističkom varijablom. Sasvim nam je nebitno u kolikoj se mjeri njegova fina statistička svojstva mijenjaju s vremenom te kako prostorno variraju ovisno o društvenim okolnostima i uređenjima. Već će nam i njegova gruba statistička svojstva biti dovoljna da i mi doprinesemo njegovoj kontroverznoj prirodi i izazovemo dodatne provokacije.

2 Spekulativan model

Krenut ćemo od naširoko poznate činjenice da je kvocijent inteligencije – kao slučajna varijabla koju ćemo označavati s X – raspodijeljen prema tzv. normalnoj (Gaussovoj) raspodjeli. Njegove vrijednosti baždare se tako da mu je očekivana vrijednost na globalnoj razini jednaka $\mu = 100$, a standardna devijacija $\sigma = 15$ (neovisno o tome kada je u povijesti to baždarenje provedeno, uzet ćemo da su to baš današnje vrijednosti). Ovim parametrima određena, normirana Gaussova raspodjela $p_X(x)$ kvocijenta inteligencije X poprima oblik:

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]. \tag{1}$$

Faktor pred eksponencijalnom funkcijom odgovoran je za pravilno normiranje ukupne vjerojatnosti na jedinicu: $\int_{-\infty}^{\infty} p_X(x)\mathrm{d}x = 1$. Takva raspodjela prikazana je na slici 1.



Slika 1. Gaussova raspodjela kvocijenta inteligencije.

Promotrimo sad kolikoj razini intelektualne sposobnosti odgovaraju neke vrijednosti kvocijenta inteligencije. Vrijednost $x = 100$ odgovara očekivanoj vrijednosti kvocijenta inteligencije te istovremeno i položaju maksimuma njegove raspodjele, što znači da opisuje „uobičajenu" razinu inteligencije. Lako je pronaći podatak da kvocijent inteligencije $x = 80$ odgovara blažem obliku intelektualnih poteškoća, dok se $x = 120$ već smatra intelektualnom nadarenošću. Odnos ovih dviju vrijednosti, s obzirom na njihovo značenje, vrlo je sugestivan. S obzirom na nižu vrijednost, njihova relativna razlika $(120-80)/80$ jest svega 50%. Međutim, zvuči li uvjerljivo da se razlika između intelektualnih poteškoća i intelektualne naprednosti – pa makar i blažeg oblika – svodi tek na 50% višu razinu inteligencije? Negativan odgovor dao bi nam naslutiti da kvocijent inteligencije možda nije linearna mjera razine inteligencije, već neka nelinearna transformacija nečega što bismo smatrali „stvarnom" razinom inteligencije.

Pretpostavimo stoga da je razlika u razini inteligencije koja odgovara kvocijentima inteligencije 80 i 120 doista veća od 50%. To nam sugerira da bi „stvarna" razina inteligencije Y mogla biti „sve brže rastuća" (konveksna) funkcija kvocijenta inteligencije X, odnosno bi kvocijent inteligencije X mogao biti neka „sve sporije rastuća" (konkavna) funkcija „stvarne" razine inteligencije Y. Ovu pretpostavljenu mjeru Y jednostavno ćemo zvati *inteligencijom*. Sada iznosimo spekulativnu (i provokativnu) hipotezu prema kojoj bi kvocijent inteligencije mogao biti logaritamska mjera inteligencije, pri čemu su njihove vrijednosti x i y vezane relacijom:

$$x = c + \log_b y. \tag{2}$$

Baza b za sada nam je nepoznata, ali svakako vrijedi $b > 1$ kako bi ovisnost bila rastuća. Radi općenitosti dopuštamo i slobodni član c, na čije postojanje upućuje „lijepo namještena" vrijednost 100 očekivane vrijednosti kvocijenta inteligencije. Unutar takvog modela, naravno, inteligencija eksponencijalno raste s kvocijentom inteligencije:

$$y = b^{x-c}. \tag{3}$$

Model je provokativan već utoliko što podrazumijeva nesrazmjerne razlike u inteligenciji čak i uz „jedva primjetne" razlike u kvocijentu inteligencije. No istinski provokativan aspekt ovoga modela tek nas čeka.

Promotrimo stoga na koji način transformacija iz (3) utječe na raspodjelu inteligencije. Općenito, neka je $\mathrm{d}P_Z(z)$ vjerojatnost da se neka veličina Z nađe unutar beskonačno uskog intervala širine $\mathrm{d}z$ oko dane vrijednosti z (slikovito rečeno, vjerojatnost za veličina Z poprimi „baš" vrijednost z). Raspodjela vjerojatnosti $p_Z(z)$ definirana je prirastom vjerojatnosti *s obzirom na prirast relevantne veličine* kao: $p_Z(z) = \mathrm{d}P_Z(z)/\mathrm{d}z$. Stoga se definicije raspodjela naših dviju mjera inteligencije svode na:

$$p_X(x) = \frac{\mathrm{d}P_X(x)}{\mathrm{d}x} \quad \text{i} \quad p_Y(y) = \frac{\mathrm{d}P_Y(y)}{\mathrm{d}y}. \tag{4}$$

Pri tome smo, analogno raspodjeli $p_X(x)$ kvocijenta inteligencije, raspodjelu inteligencije označili s $p_Y(y)$. Transformacija raspodjela slijedi iz načela „očuvanja vjerojatnosti", tj. neovisnosti objektivne vjerojatnosti danoga ishoda o tome kojom je varijablom parametriziramo: $|\mathrm{d}P_Y(y)| = |\mathrm{d}P_X(x)|$.

Odavde imamo[1]:

$$p_Y(y)|\mathrm{d}y| = p_X(x)|\mathrm{d}x| \quad \Rightarrow \quad p_Y(y) = p_X[x(y)]\left|\frac{\mathrm{d}x(y)}{\mathrm{d}y}\right|. \tag{5}$$

U ovom izvodu koristili smo pojednostavnjenu argumentaciju kako bismo dobili na njegovoj izravnosti, razumljivosti i ekonomičnosti. Formalno razrađeniji izvod čitatelj može naći u obliku Teorema 1.7.1 iz [6] ili unutar Poglavlja 7.3 iz [8]. Oba izvora mogu poslužiti i kao referenca za sve statističke pojmove koje koristimo u ovome članku.

Primijenimo rezultat (5) na svoj problem. Derivacija pretpostavljene ovisnosti iz (2) jednostavna je:

$$\frac{\mathrm{d}x(y)}{\mathrm{d}y} = \frac{1}{y \ln b}$$

te istu ovisnost još samo treba uvrstiti u (1) kako bismo dobili:

$$p_Y(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}\ln b} \times \frac{1}{y}\exp\left[-\frac{(\log_b y + c - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]. \tag{6}$$

Ova raspodjela poznata je kao *lognormalna* raspodjela [8, 7]. Kako transformacija iz (5) čuva normu, odmah je zadovoljeno $\int_0^\infty p_Y(y)\mathrm{d}y = 1$. Pri normiranju valja primijetiti da je formalno dozvoljen raspon kvocijenata inteligencije $x \in \langle -\infty, \infty \rangle$, dok je raspon dozvoljenih vrijednosti inteligencije $y \in \langle 0, \infty \rangle$. Zbog simetrije normalne raspodjele kvocijenta inteligencije očekivana vrijednost $\mu = 100$ odgovara i položaju maksimuma i *medijanu* raspodjele. Medijan je ona vrijednost varijable prije koje i nakon koje raspodjela pokriva polovicu ukupne vjerojatnosti; u slučaju kvocijenta inteligencije baš μ jer je: $\int_{-\infty}^{\mu} p_X(x)\mathrm{d}x = \int_{\mu}^{\infty} p_X(x)\mathrm{d}x = 1/2$. Kako transformacija iz (5) čuva normu raspodjele, vrijednost inteligencije dobivena izravnim uvrštavanjem $x = \mu$:

$$y(\mu) = b^{\mu - c} \tag{7}$$

odmah odgovara medijanu raspodjele $p_Y(y)$. Raspon inteligencije $y \in \langle 0, \infty \rangle$ znači da: $\int_0^{y(\mu)} p_Y(y)\mathrm{d}y = \int_{y(\mu)}^{\infty} p_Y(y)\mathrm{d}y = 1/2$.

[1] Radi čitljivosti koristit ćemo istu oznaku i za samu *vrijednost* dane veličine (x) i za njezinu *funkcijsku ovisnost* o drugim veličinama, poput $x(y)$. Razlika će svagdje biti jasna iz konteksta, na mali uštrb formalne preciznosti.

3 Provokativne posljedice

Što je s očekivanom vrijednošću $\bar{y}$ inteligencije? Ne bi li i ona trebala odgovarati vrijednosti $\bar{y} = y(\mu)$ dobivenoj jednostavnim uvrštavanjem očekivane vrijednosti kvocijenta inteligencije? Načelno ne. Naime, tijekom nelinearnih transformacija slučajnih varijabli očekivane vrijednosti nisu „očuvane“, u smislu njihova preračunavanja pukim uvrštavanjem u transformacijsko pravilo. Stoga očekivanu vrijednost inteligencije moramo ispočetka izračunati. Kako je raspodjela $p_Y(y)$ već normirana, očekivanu vrijednost nalazimo kao:

$$\bar{y} = \int_0^\infty y p_Y(y) \mathrm{d}y = b^{\mu - c} \exp\left[\frac{(\sigma \ln b)^2}{2}\right]. \tag{8}$$

U ovome rezultatu možemo prepoznati medijan iz (7): $\bar{y} = y(\mu) e^{(\sigma \ln b)^2/2}$. Kako je argument pod dodatnim eksponencijalnim članom pozitivan, čitav eksponencijalni član veći je od jedinice ($e^{(\sigma \ln b)^2/2} > 1$), što znači da se očekivana vrijednost pomaknula iznad medijana: $\bar{y} > y(\mu)$. Ovako suhoparno iskazana, tvrdnja se možda ne čini osobito zanimljivom. No ona je najprovokativnija posljedica predloženog modela raspodjele inteligencije! Budući da se „pod“ medijanom nalazi polovica populacije, uzdizanje očekivane vrijednosti znači da se „pod“ očekivanom vrijednošću – koju ćemo zvati *intelektualnim prosjekom* – našlo više od polovice populacije. Drugim riječima, prema modelu iz (3) *većina populacije je intelektualno ispodprosječna*.

Uvrštavanjem očekivane vrijednosti inteligencije u (2) vidimo da mu odgovara kvocijent inteligencije:

$$x(\bar{y}) = \mu + \frac{\sigma^2 \ln b}{2}.$$

Sada je, naravno, ključno pitanje *koliki* se dio populacije našao ispod intelektualnog prosjeka. Zbog očuvanja vjerojatnosti transformacijom iz (5) taj udio f možemo izračunati ili integracijom po y ili integracijom po x kao:

$$f = \int_0^{\bar{y}} p_Y(y) \mathrm{d}y = \int_{-\infty}^{x(\bar{y})} p_X(x) \mathrm{d}x. \tag{9}$$

Ovaj rezultat ne može se izraziti u zatvorenoj formi *elementarnih* funkcija, ali može korištenjem jedne od *specijalnih* funkcija: tzv. *error*-funkcijom $\mathrm{erf}(\cdot)$ definiranom kao:

$$\mathrm{erf}\, z \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} \mathrm{d}t.$$

Na prvi pogled moglo bi se učiniti da time nismo mnogo postigli, osim što smo „nalijepili ime” na integral koji se pojavio. Međutim, specijalne funkcije spremno su dostupne za numeričko izvrednjavanje u većini modernih programskih paketa pa nas njihovo uvođenje bez najmanje zadrške čini spremnima za numeričko ispitivanje rezultata. Rješenje integrala iz (9) stoga možemo zapisati kao:

$$f = \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\sigma \ln b}{2\sqrt{2}}\right)\right]. \tag{10}$$

Za bazu b logaritma iz (2) već smo postavili uvjet $b > 1$, odakle posredstvom $\ln b > 0$ vidimo da je izraz pod *error*-funkcijom pozitivan. Iz definicije *error*-funkcije sasvim je jasno da je pozitivna za pozitivne argumente: $\operatorname{erf} z > 0$ za $z > 0$. Dakle, prema modelu raspodjele inteligencije iz (3) udio populacije ispod intelektualnog prosjeka u svakom je slučaju natpolovičan $(f > 1/2)$, što smo već i ranije zaključili na kvalitativnoj razini.

* * *

Svi dosadašnji rezultati vrijede za posve općenit izbor parametara b i c. Sada želimo izabrati neke specifične vrijednosti kako bismo kroz brojeve dobili osjećaj je li model doista provokativan ili je tek „pucanj u prazno”. Najvažniji rezultat upravo je udio f populacije ispod intelektualnog prosjeka. On je potpuno neovisan o slobodnome parametru c, što nam govori da je c od sporedne važnosti. Iz (6), (7) i (8) vidimo da bi se uz izbor:

$$c = \mu \tag{11}$$

svi izrazi bitno pojednostavnili. Osim toga, takvim izborom dobili bismo i jasno tumačenje samih vrijednosti inteligencije. Naime, prema modelu iz (3) *apsolutna* razlika između kvocijenata inteligencije preslikava se u *relativnu* razliku između samih inteligencija: $y_2/y_1 = b^{x_2 - x_1}$. Drugim riječima, razlika *za iznos* Δx između kvocijenata inteligencije podrazumijeva razliku *za faktor* $b^{\Delta x}$ u inteligencijama. Kako se uz izbor iz (11) medijan iz (7) svodi na $y(\mu) = 1$, dana vrijednost inteligencije y izravno nam govori koliko je ona puta veća ili manja od „središnje” vrijednosti koja dijeli populaciju na dva količinski jednaka dijela.

Izbor faktora b bitno je osjetljiviji, s obzirom na to da on određuje sve bitne numeričke značajke modela. Iako ćemo ispitati neke njegove vrijednosti, ni na temelju čega nećemo imati osnove za predlaganje *realističnih* vrijednosti. No odakle uopće krenuti u njegovu izboru? Da bismo to odlučili, zamijenit ćemo b nekim drugim (i dalje brojčano nepoznatim) faktorom n, čije je *značenje* jasnije. Pri tome se pozivamo na prethodno opisano svojstvo prema kojem jednake razlike u kvocijentu inteligencije povlače jednak *faktor* razlike u inteligenciji. Za referentnu razliku u kvocijentu inteligencije biramo standardnu devijaciju njegove raspodjele iz (1): $\Delta x = \sigma$. Zamjenski faktor n definiramo time *koliko puta inteligentnijom bismo smatrali osobu da joj početni kvocijent inteligencije x poraste za σ*:

$$\frac{y(x+\sigma)}{y(x)} = n \quad \Rightarrow \quad b^{\sigma} = n.$$

Time pridjeljujemo jasnije značenje faktoru b kroz:

$$b = n^{1/\sigma} \quad \Leftrightarrow \quad \ln b = \frac{1}{\sigma} \ln n. \tag{12}$$

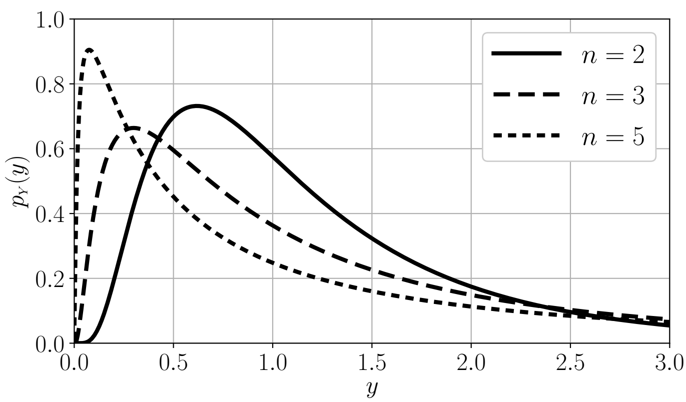
Uz (11) i (12) početni model (3) svodi se na:

$$y = n^{(x-\mu)/\sigma},$$

dok raspodjela inteligencije iz (6) poprima jednostavniji oblik:

$$p_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ln n} \times \frac{1}{y} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln y}{\ln n}\right)^2\right] \tag{13}$$

te je napokon možemo iscrtati za nekoliko izabranih vrijednosti n, jasnoga značenja. Slika 2 prikazuje je za $n = 2$, $n = 3$ i $n = 5$.



Slika 2. Lognormalna raspodjela inteligencije iz (13) za različite vrijednosti parametra n.

Sa slike 2 vidimo da se osim očekivane vrijednosti pomiče i položaj maksimuma raspodjele, u odnosu na vrijednost $y(\mu)$ koju bismo ispočetka mogli očekivati, a za koju vidimo da – među istaknutim značajkama raspodjele – nastavlja odgovarati jedino njezinu medijanu. Položaj $y_{\max}$ maksimuma glatke raspodjele nalazimo uobičajenim postupkom određivanja nultočke njezine derivacije, tj. rješavanjem jednadžbe:

$$\left.\frac{\mathrm{d}p_Y(y)}{\mathrm{d}y}\right|_{y_{\max}} = 0.$$

Za općenite b i c dobivamo:

$$y_{\max} = b^{\mu-c}\exp[-(\sigma\ln b)^2],$$

gdje ponovno prepoznajemo pojavu medijana kao: $y_{\max} = y(\mu)e^{-(\sigma\ln b)^2}$. Kako je član pod dodatnim eksponencijalnim članom uvijek negativan, čitav član manji je od jedinice ($e^{-(\sigma\ln b)^2} < 1$), stoga se položaj maksimuma raspodjele inteligencije redovito spušta: $y_{\max} < y(\mu)$. Dok u ovakvome modelu intelektualni prosjek raste – čime raste i udio intelektualno ispodprosječnih – slikovito bismo mogli reći i da „najvjerojatnija" inteligencija pada[2].

Uz izbore iz (11) i (12) konačno možemo iscrtati i ponašanje najzanimljivijeg rezultata: udjela intelektualno ispodprosječnih iz (10), koji se sada blago pojednostavnjuje:

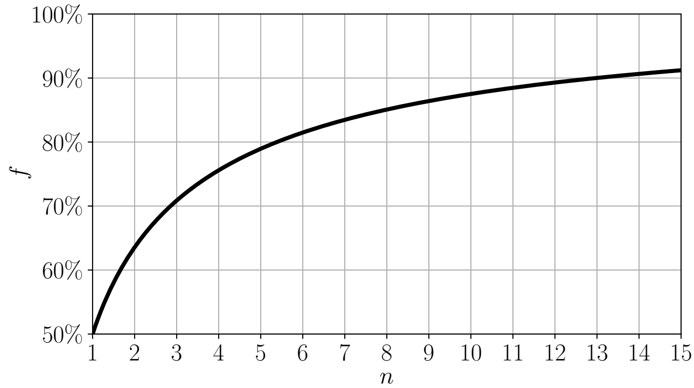
$$f = \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln n}{2\sqrt{2}}\right)\right]. \tag{14}$$

Ova ovisnost prikazana je na slici 3 u proizvoljno izabranom rasponu iznad donje smislene granice: $n > 1$.

[2]Da je tvrdnja nužno slikovita (tj. da se položaj maksimuma kontinuirane raspodjele ne može smatrati najvjerojatnijom vrijednošću varijable) jasno je iz toga što $y_{\max}$ ne odgovara izravno transformiranoj vrijednosti $y(\mu)$, odnosno iz toga što transformirani kvocijent inteligencije:

$$x(y_{\max}) = \mu - \sigma^2\ln b$$

ne odgovara poznatom položaju maksimuma njegove raspodjele. Vjerojatnosti pojedinih ishoda, ako se njihove vjerojatnosti mogu smisleno definirati *samo u ovisnosti o danome ishodu*, moraju ostati očuvane tijekom transformacije varijabli kojima ih iskazujemo. Stoga o najvjerojatnijim vrijednostima možemo govoriti samo u kontekstu diskretnih raspodjela. Razlog je taj što raspodjele diskretnih ishoda izravno mjere vjerojatnosti tih ishoda (pa je pojam „najvjerojatnijega" značenjski primjenjiv), dok raspodjele kontinuiranih ishoda mjere *gustoću* vjerojatnosti, na čije značenje dodatno utječe *jedinica prirasta* relevantne varijable, kao u (4).

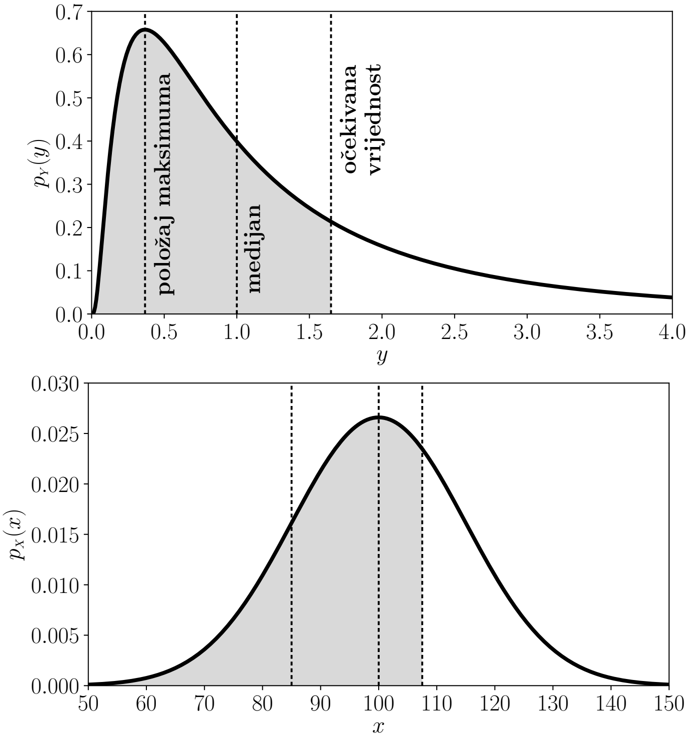


Slika 3. Udio intelektualno ispodprosječnih iz (14), u ovisnosti o n.

Najzanimljiviji rezultati modela iz (3) već su prikazani u obliku brojčanih vrijednosti na vertikalnoj osi sa slike 3. Kao „točku na i" još bismo htjeli izdvojiti barem neku specifičnu vrijednost, za neki specifičan n. Ispočetka smo namjeravali izabrati $n = 3$ jer su više vrijednosti previše riskantne, dok niže nisu osobito zanimljive. No tada smo primijetili da vrijednost baze prirodnog logaritma $e \approx 2.718$ nije odveć daleko, dok se uz izbor $n = e$ prethodni izrazi masivno pojednostavnjuju kroz $\ln n = 1$. Uz takav izbor – čija je prednost ako ni u čemu drugome, onda u istaknutoj eleganciji izraza – generator provokativnih vrijednosti (14) daje nam uistinu provokativan udio od 69% intelektualno ispodprosječnih unutar ukupne populacije.

Gornji graf sa slike 4 prikazuje raspodjelu inteligencije $p_Y(y)$ za $n = e$. Vertikalne linije prikazuju položaj maksimuma, medijan i očekivanu vrijednost raspodjele, koja prema (8) iznosi $\bar{y} = e^{1/2} \approx 1.649$. Donji graf prikazuje raspodjelu $p_X(x)$ kvocijenta inteligencije, neovisnu o n. Vertikalne linije prema poretku odgovaraju onima s gornjega grafa, tj. prikazuju vrijednosti kvocijenta inteligencije koji prema relaciji $x(y) = \mu + \sigma \ln y$ odgovara položaju maksimuma, medijanu i očekivanoj vrijednosti raspodjele $p_Y(y)$. Osjenčano područje s gornjeg grafa prikazuje udio raspodjele ispod očekivane vrijednosti $\bar{y}$, a ono s donjega grafa udio raspodjele ispod odgovarajuće vrijednosti $x(\bar{y}) = \mu + \sigma/2 = 107.5$. Površina osjenčanih dijelova obiju raspodjela jednaka je i odgovara ranije navedenom udjelu $f \approx 69\%$.

U zaključku, model (3) predviđa da je društvo u prosjeku inteligentnije no što bismo očekivali – i to zahvaljujući tome što su najinteligentniji članovi *nesrazmjerno* inteligentni s obzirom na ostatak populacije – dok je *većinska* inteligencija niža od očekivanja temeljenih na „lijepoj" raspodjeli kvocijenta inteligencije.



Slika 4. Gornji graf: raspodjela inteligencije Y za $n = e$, uz osjenčan udio raspodjele $f \approx 69\%$ ispod očekivane vrijednosti. Donji graf: raspodjela kvocijenta inteligencije X u kojoj označene karakteristike odgovaraju karakteristikama gornje raspodjele (vertikalne linije prikazuju kvocijent inteligencije koji odgovara položaju maksimuma, medijanu i očekivanoj vrijednosti gornje raspodjele; osjenčani udio raspodjele također je jednak onome s gornjeg grafa).

Autor ovih redaka ničime ne sugerira u kojem se dijelu raspodjele nalazi, iako si voli laskati isto ono što si svi volimo laskati. Spoznaje do kojih smo došli provokativne su samo toliko koliko u iznesenom modelu ima istine. U svakome slučaju, bio taj model i u najmanjoj mjeri valjan ili ne, *kvocijent inteligencije* zahvaljujući „diplomatskim“ svojstvima svoje raspodjele ostaje politički korektna mjera inteligencije.

Literatura

[1] E. B. Braaten, D. Norman, *Intelligence (IQ) Testing*, Pediatrics in Review **27** (2006) 403–408. [DOI:10.1542/pir.27-11-403]

[2] I. J. Deary, *Intelligence*, Annual Review of Psychology **63** (2012) 453–482. [DOI:10.1146/annurev-psych-120710-100353]

[3] S. Fraser (ur.), *The Bell Curve Wars: Race, Intelligence and the Future of America*, Basic Books, New York 1995.

[4] V. R. R. Ganuthula, S. Sinha, *The Looking Glass for Intelligence Quotient Tests: The Interplay of Motivation, Cognitive Functioning, and Affect*, Frontiers in Psychology **17** (2019) 2857. [DOI:10.3389/fpsyg.2019.02857]

[5] R. J. Herrnstein, C. Murray, *The Bell Curve: Intelligence and Class Structure in American Life*, Free Press, New York 1994.

[6] R. V. Hogg, J. W. McKean, A. T. Craig, *Introduction to Mathematical Statistics*, Pearson, Boston 2019.

[7] N. L. Johnson, S. Kotz, N. Balakrishnan, *Continuous Univariate Distributions, Volume 1, 2nd Edition*, Wiley, New York 1994.

[8] I. Pavlić, *Statistička teorija i primjena*, Tehnička knjiga, Zagreb 1971.

[9] R. J. Sternberg, *Successful intelligence: finding a balance*, Trends in Cognitive Sciences **3** (1999) 436–442. [DOI:10.1016/S1364-6613(99)01391-1]

[10] R. J. Sternberg, *Adaptive Intelligence: Intelligence Is Not a Personal Trait but Rather a Person × Task × Situation Interaction*, Journal of Intelligence **9** (2021) 58. [DOI:10.3390/jintelligence9040058]

[11] R. J. Sternberg (ur.), *Handbook of Intelligence*, Cambridge Press, New York 2000. [DOI:10.1017/CBO9780511807947]

[12] www.sciencedirect.com/journal/intelligence

[13] www.mdpi.com/journal/jintelligence