

# STRUČNI ČLANCI

## Određivanje i analiza geometrijskih parametara Velodroma Kranjčevićeva u Zagrebu

Mladen ZRINJSKI, Antonio TUPEK, Katarina FRANULOVIĆ, Đuro ZALOVIĆ, Luka ZALOVIĆ

### SAŽETAK

Velodrom je biciklističko trkalište elipsasta oblika, izgrađeno od betona ili drva. U radu je opisana geodetska izmjera Velodroma Kranjčevićeva, koji je smješten na Nogometnom stadionu Zagreb u Zagrebu. Uspostavljena je geodetska referentna mreža te je obavljena njezina izmjera primjenom GNSS-a i precizne geodetske mjerne stanice. Trodimenzionalna izmjera Velodroma Kranjčevićeva obavljena je primjenom metode terestričkoga laserskog skeniranja. Na osnovi očišćenih i filtriranih podataka skeniranja određeni su, vizualizirani i analizirani geometrijski parametri Velodroma Kranjčevićeva u Zagrebu.

### Ključne riječi:

velodrom Kranjčevićeva, GNSS, precizna geodetska mjerma stanica, terestričko lasersko skeniranje, geometrijski parametri Velodroma.

### 1. Uvod

Velodrom (franc. vélodrome, prema vélo[cipède]: bicikl + -drom) je biciklističko trkalište elipsasta oblika, izgrađeno od betona ili drva (URL 1). Duljina staze velodroma koji je predviđen za Olimpijske igre i Svjetska prvenstva mora biti 250 m (4 kruga = 1 km), dok se ostala natjecanja mogu izvoditi i na velodromu duljine staze 166,666 m, 200 m, 333,333 m i 500 m (cijeli broj krugova = 1 km) (UCI 2021). Krivine imaju poprečni nagib od 30% do 54%, a ravni dijelovi staze 10% (URL 2). UCI (franc. Union Cycliste Internationale – Međunarodna biciklistička unija) je svjetsko upravno tijelo za bicikлизam, osnovano 1900. godine u Parizu, koje nadgleda sva međunarodna biciklistička natjecanja. Danas je sjedište UCI-a u Aigle u Švicarskoj. Norme UCI-a utvrđuju osnovna načela i elemente planiranja za projektiranje, izgradnju i održavanje biciklističke infrastrukture uz istodobno praćenje razvoja bicikлизma (URL 3). Biciklistička natjecanja uključena u UCI mogu se održavati na nacionalno odobrenom ili UCI odobrenom velodromu. U posebnim okolnostima, UCI može prihvatići i velodrome koji nisu u skladu s njihovim normama pod uvjetom da ispunjavaju sve potrebne sigurnosne uvjete. Pregled najvažnijih velodroma u svijetu s navedenim duljinama i nagibom staza dan je na mrežnoj adresi URL 2.

U nastavku rada opisana je geodetska izmjera Velodroma Kranjčevićeva i analiza dobivenih rezultata, koja je obavljena u okviru izrade diplomskega rada Katarine Franulović (Franulović 2021). Mentor diplomskega rada bio je Mladen Zrinjski, a voditelj Antonio Tupek.

<sup>1</sup> Prof. dr. sc. Mladen Zrinjski, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: mladen.zrinjski@geof.unizg.hr

Antonio Tupek, mag. ing. geod. et geoinf., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: antonio.tupek@geof.unizg.hr

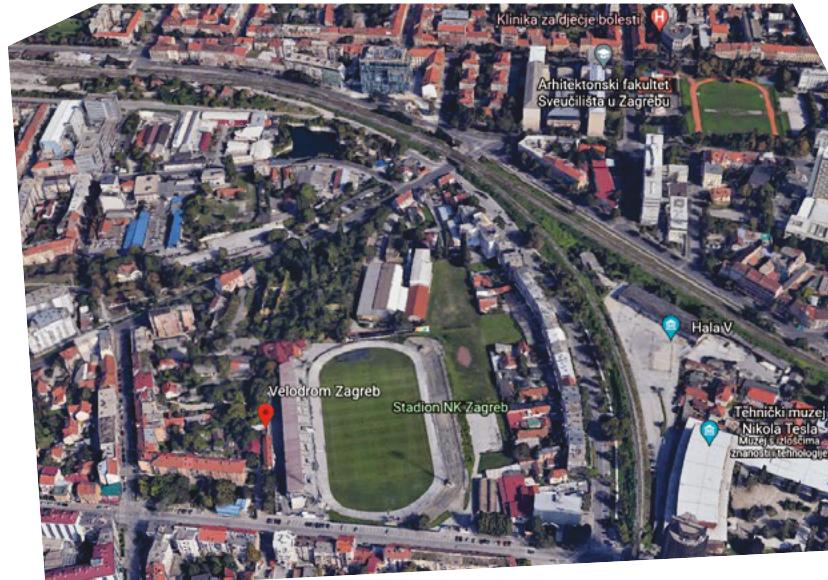
Katarina Franulović, mag. ing. geod. et geoinf., e-mail: katarinafranulovi@gmail.com

Đuro Zalović, dipl. ing. geod., Geo-centar d.o.o., Jurja IV. Zrinskog 12/B, HR-40000 Čakovec, Hrvatska, e-mail: info@geocentar.com

Luka Zalović, mag. ing. geod. et geoinf., Geo-centar d.o.o., Jurja IV. Zrinskog 12/B, HR-40000 Čakovec, Hrvatska, e-mail: luka@geocentar.com

## 2. Velodrom Kranjčevićeva

Velodrom Kranjčevićeva smješten je u Kranjčevićevoj ulici na Trešnjevci, jugozapadno od središta Zagreba i zgrade Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu (slika 1). Dio je kompleksa Nogometnog stadiona Zagreb u Kranjčevićevoj, koji podsjeća na začetke nogometa i bicikлизma u Hrvatskoj.



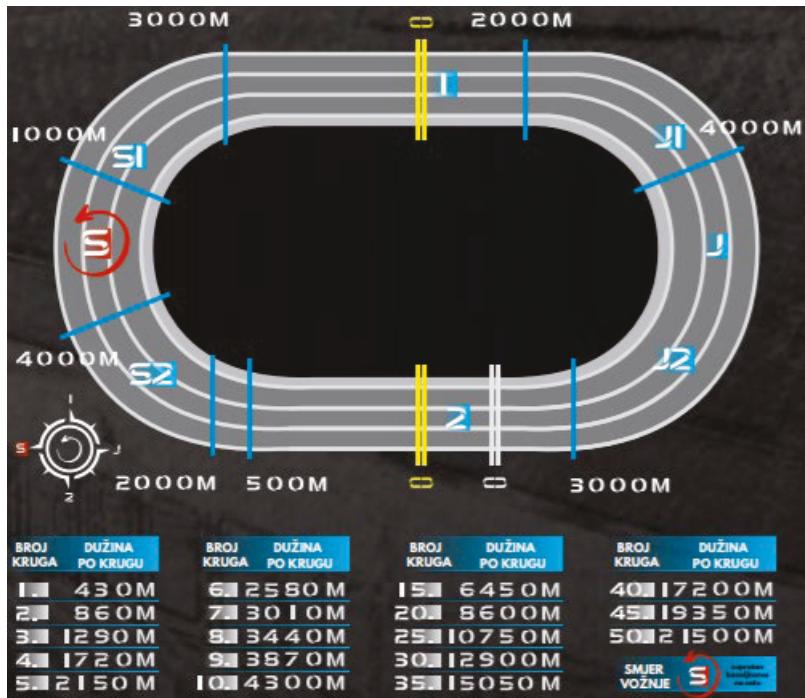
Slika 1. Položaj Velodroma na Google Earthu (URL 4).

Velodrom Kranjčevićeva (slika 2) profilirana je elipsasta betonska biciklistička staza izgrađena oko travnatog nogometnog igrališta stadiona NK Zagreb. Velodrom je izgrađen 1955. godine prema projektu zagrebačkog inženjera Milana Zrinjskog. Milan Zrinjski se u godišnjacima Tehničkog fakulteta u Zagrebu navodi kao diplomant arhitekture 1956. godine, a u dokumentima Biciklističkog kluba Zagreb kao prvak Kluba 1947., 1948., 1950. i 1953. godine. Njegov projekt ukazuje na povezanost nastanka sportskih sadržaja na tom prostoru tijekom 19. i 20. stoljeća uz nužne obnove te danas služi za održavanje brojnih natjecanja (URL 5).



Slika 2. Velodrom Kranjčevićeva fotografiran sa sjeverozapadne strane stadiona (travanj 2021.).

Velodrom Kranjčevićeva bio je domaćin Univerzijade u Zagrebu, svjetskih studentskih sportskih igara održanih 1987. godine. Danas je to jedinstveni velodrom, ne samo u Zagrebu već i u Hrvatskoj (Soprano 2011, URL 6). Prema podacima Biciklističkog kluba Sljeme, duljina staze Velodroma je 430 m (URL 2), a shematski prikaz piste po disciplinama dan je na slici 3.



Slika 3. Shematski prikaz piste prema disciplinama (URL 5).

### 3. Geodetska izmjera Velodroma Kranjčevićeva

U sljedećim potpoglavlјjima detaljno je opisan tijek geodetske izmjere Velodroma Kranjčevićeva, počevši od uspostave geodetske referentne mreže preko izjednačenja geodetske mreže u programu JAG3D do geodetske izmjere primjenom metode terestričkoga laserskog skeniranja.

#### 3.1. Uspostava i izmjera geodetske referentne mreže

Prije terestričkoga laserskog skeniranja bilo je potrebno uspostaviti geodetsku referentnu mrežu kako bi se osigurao zajednički referentni okvir te kako bi se zajamčila uskladenost svih podataka skeniranja. Geodetska mreža uspostavljena je na Nogometnom stadionu Zagreb u Ulici Silvija Strahimira Kranjčevićeva u Zagrebu. Geodetska mreža ima oblik geodetskog četverokuta te su za njezinu uspostavu upotrijebljene četiri stabilizirane točke A, B, C i D. Stabilizacija točaka obavljena je čeličnim bolcnama u razini tla uz poštivanje međusobnog dogledanja svih točaka geodetske mreže.

Terenska izmjera geodetske mreže obavljena je 22. travnja 2021. godine uz zadovoljavajuće vremenske uvjete. Za potrebe određivanja približnih koordinata točaka referentne mreže primijenjena je GNSS RTK metoda izmjere i VPPS CROPOS-a, pri čemu je upotrijebljen GNSS prijamnik Topcon HiPER SR s kontrolerom Topcon FC-5000 (slika 4). Mjerena su na svakoj od četiriju točaka mreže obavljena u tri epohe po 30 sekundi.



Slika 4. GNSS RTK mjerena na geodetskoj točki D.

Slijedeći je korak bio terestrička izmjera geodetske mreže pri čemu su mjerena horizontalnih pravaca, zenitnih duljina i kosih duljina obavljena u dva girusa, u svim kombinacijama točaka. Mjerena su obavljena primjenom precizne geodetske mjerne stanice Leica TC2003 (slika 5a) s odgovarajućim priborom za prisilno centriranje (slika 5b).



Slika 5. (a) Precizna geodetska mjerna stanica Leica TC2003, (b) prizma Leica GPR121.



## 3.2. Izjednačenje geodetske referentne mreže

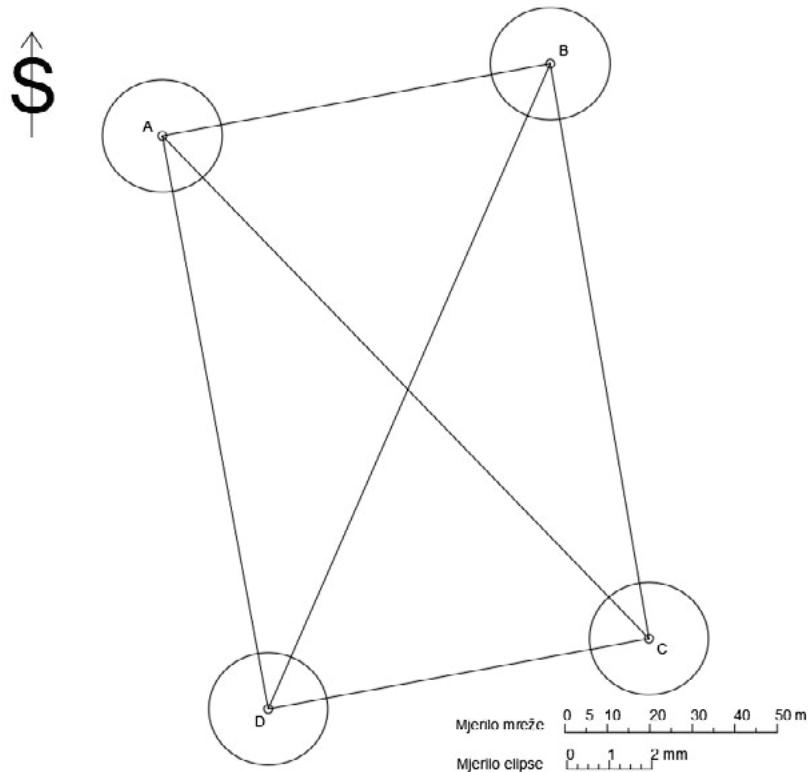
Izjednačenje geodetske referentne mreže obavljeno je prema Gauss-Markovljevu modelu izjednačenja i metodi najmanjih kvadrata primjenom softvera JAG3D (engl. Java Applied Geodesy 3D). Izjednačenje je obavljeno primjenom singularnog izjednačenja posrednih (indirektnih) mjerena uz definiciju optimalnog datuma mreže. Izjednačenje mreže rezultira s najvjerojatni-

jim vrijednostima koordinata točaka geodetske mreže s pripadnom ocjenom točnosti. U tablici 1 dane su prostorne koordinate točaka uspostavljene geodetske mreže.

U tablici 2 dane su pripadne ocjene točnosti izjednačenih koordinata točaka geodetske mreže te parametri elipsoida pouzdanosti koji obuhvaćaju razinu povjerenja 95%.

Tablica 1. Konačne koordinate točaka geodetske mreže.

Točka mreže	E [m]	N [m]	H [m]
A	458031,620	5074053,748	118,982
B	458122,949	5074070,717	119,022
C	458146,199	5073935,491	118,965
D	458056,558	5073918,946	119,170



Slika 6. Skica geodetske mreže s prikazanim elipsama pouzdanosti.

Tablica 2. Ocjena kvalitete geodetske mreže i parametri elipsoida pouzdanosti.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
<b>Standardna odstupanja koordinata [mm]</b>				
<i>SE</i>	0,31	0,30	0,31	0,30
<i>SN</i>	0,29	0,30	0,29	0,30
<i>SH</i>	0,33	0,33	0,33	0,33
<b>Poluosi elipsoida pouzdanosti [mm]</b>				
<i>a</i>	1,41	1,41	1,40	1,40
<i>b</i>	1,32	1,32	1,32	1,32
<i>c</i>	1,23	1,22	1,23	1,22

**N**a temelju ocjena točnosti izjednačenih koordinata te pripadnih elipsi položajne točnosti vidljivo je da je uspostavljena geodetska mreža homogena i izotropna (slika 6).

### 3.3. Geodetska izmjera TLS-om

**G**eodetska izmjera Velodroma Kranjčevićeva primjenom terestričkoga laserskog skenera (TLS) obavljena je 11. lipnja 2021. godine uz povoljne vremenske uvjete. Cijeli objekt snimljen je s 15 stajališta. Pri odabiru stajališnih točaka vodilo se računa da se obuhvati cijelo područje od interesa te da se na taj način skenovi preklapaju kako bi se oblaci točaka svakog stajališta mogli registrirati. Za potrebe izmjere primjenjena je robotizirana geodetska mjerna stanica Topcon GTL-1000 s integriranim terestričkim laserskim skenerom (slika 7, URL 7). Terestričko lasersko skeniranje obavljeno je uz pomoć kolega Đure Zalovića i Luke Zalovića iz tvrtke Geo-centar d.o.o. Čakovec, koji su nam ustupili instrument na korištenje za izradu diplomskog rada.



Slika 7. Topcon GTL-1000.

### 3.4. Obrada podataka i analiza rezultata

Po završetku laserskog skeniranja Velodroma slijedila je obrada mjernih podataka i analiza rezultata. Za navedene postupke primijenjeni su računalni programi MAGNET Collage, CloudCompare, Autodesk AutoCAD 2021 i Microsoft Office Excel. Nakon filtriranja i čišćenja oblaka točaka dobivena je 3D vizualizacija Velodroma Kranjčevićeva (slika 8).

ANALIZA rezultata obavljena je na parametrima Velodroma: duljini staze, poprečnom nagibu staze, projektiranoj brzini te njegovoj geometrijskoj strukturi.

Kako bi se dobila duljina staze Velodroma Kranjčevićeva, nacrtana je polilinija koja prati unutarnji rub bijele linije Velodroma (referentna linija Velodroma). Dio referentne linije na jugoistočnoj strani Velodroma prikazan je na slici 9.

Scrtavanjem polilinije duž unutarnjeg ruba referentne linije odredena je duljina Velodroma Kranjčevićeva te iznosi 435,237 m (slika 10).

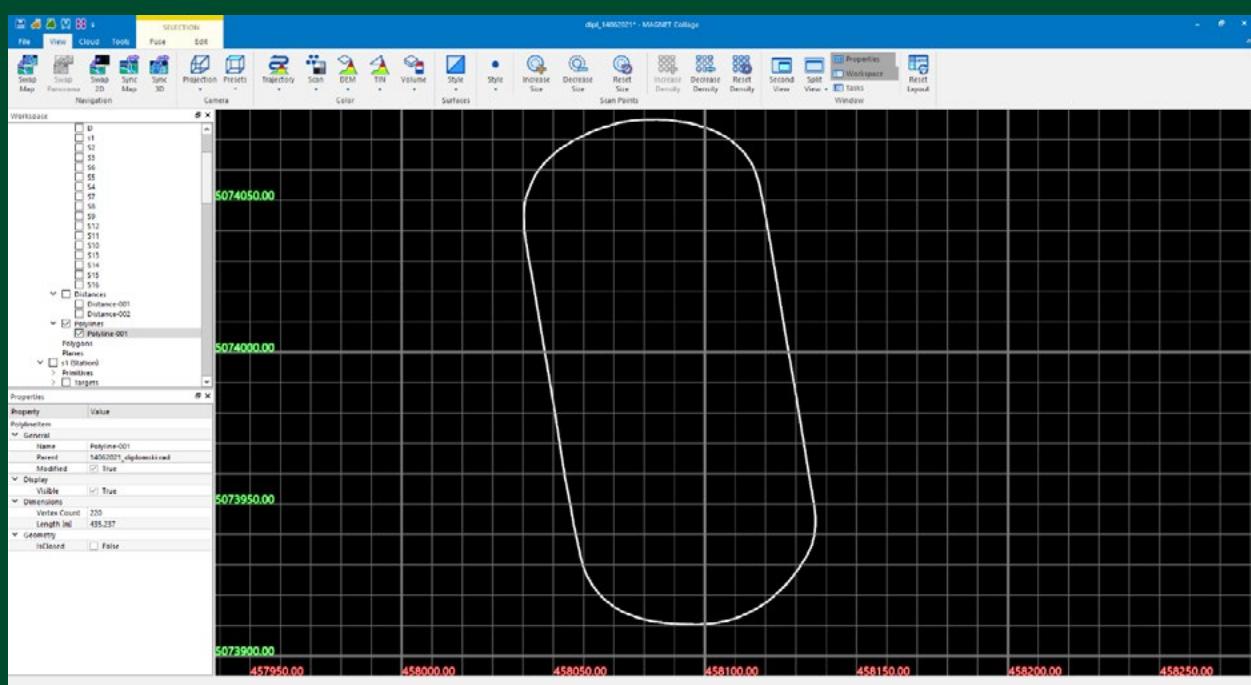
Duljina Velodroma određena iz skeniranih podataka je za 5,237 m veća od duljine koja se navodi u podacima Biciklističkog kluba Sljeme.

ANALIZA poprečnog nagiba Velodroma obavljena je u programu CloudCompare. Poprečni nagib Velodroma u najvećem je dijelu u rasponu od 2,5% do 18,5%, pri čemu je poprečni nagib staze u pravcu od 2% do 10%, a poprečni je nagib staze u krivini od 11% do 19% (slika 11).

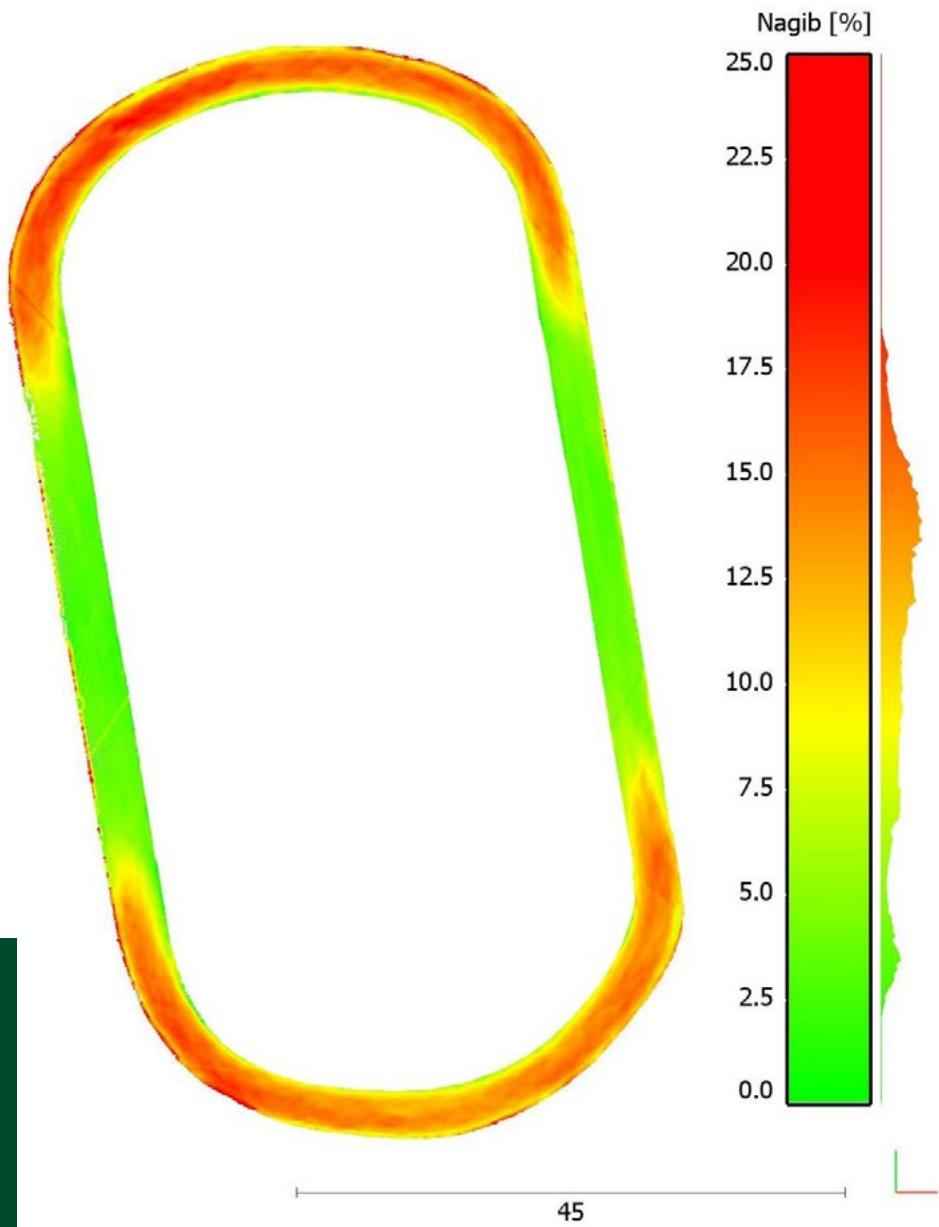


Slika 9. Prikaz bijele (referentne) linije na jugoistočnoj strani Velodroma.

**Slika 8. Trodimenzionalna vizualizacija Velodroma Kranjčevićeva u programu CloudCompare.**



**Slika 10. Prikaz referentne linije u programu MAGNET Collage.**



**A**naliza geometrijske strukture Velo-Adroma obavljena je primjenom programa JAG3D i CloudCompare. Određeni su parametri elipsi (velika poluos a, mala poluos b) sjeverne i južne krivine s pripadnim standardnim odstupanjima (tablica 3).

Tablica 3. Parametri elipsi sjeverne i južne krivine.

Parametar	Vrijednost [m]	Standardno odstupanje	Vrijednost [cm]
<b>Sjeverna krivina</b>			
a	39,10	$S_a$	0,8
b	26,49	$S_b$	1,8
<b>Južna krivina</b>			
a	40,82	$S_a$	3,9
b	34,33	$S_b$	9,0

**R**adijus zakrivljenosti elipse  $R$  računa se prema izrazu (Lapaine 1997):

$$R = \frac{1}{\kappa} = \frac{\sqrt{(a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha)^3}}{b}$$

gdje su:

$\kappa$  – zakrivljenost elipse

$\alpha$  – kut smjera.

**Z**a sjevernu krivinu, najveći radijus zakrivljenosti je 57,68 m na sredini krivine, a najmanji radijus zakrivljenosti je 17,95 m na početku krivine. Najveći radijus zakrivljenosti za južnu krivinu je 48,53 m na sredini krivine, a najmanji radijus zakrivljenosti je 28,88 m na početku krivine.

**K**ako bi vožnja na Velodromu bila uspješna i sigurna, brzina biciklista treba biti proporcionalna kutu nagiba i radijusu zakrivljenosti krivine. Izraz za projektiranu brzinu  $v$  jest (Solarczyk 2020):

$$v = \sqrt{R g \tan \Theta}$$

gdje su:

$R$  – radijus zakrivljenosti krivine,

$g$  – gravitacijsko ubrzanje (9,81 m/s<sup>2</sup>),

$\Theta$  – kut nagiba velodroma.

**Z**a sjevernu krivinu, najmanja projektirana brzina iznosi 47,9 km/h na početku krivine, a najveća projektirana brzina iznosi 86,4 km/h na kraju krivine. Najmanja projektirana brzina za južnu krivinu iznosi 59,4 km/h na početku krivine, a najveća projektirana brzina iznosi 77,5 km/h na kraju krivine.

**N**a slici 12 prikazana je oštećenost dijela Velodroma u krivini, koja je vidljiva iz oblaka točaka prikazanih u programu CloudCompare.

**N**a slici 13 prikazana je oštećenost sjeveroistočnog dijela Velodroma fotografirana na terenu.

Slika 12. Prikaz oštećenosti dijela Velodroma u programu CloudCompare.





Slika 13. Oštećenost sjeveroistočnog dijela Velodroma (travanj 2021.).

## 4. Zaključak

**V**elodrom Kranjčevićeva smješten je na Nogometnom stadionu Zagreb, u ulici pjesnika na Trešnjevcu. Za potrebe geodetske izmjere Velodroma uspostavljena je geodetska referentna mreža u obliku geodetskog četverokuta. Na temelju obavljenog izjednačenja utvrđeno je da je geodetska referentna mreža homogena i izotropna.

**T**rodimenzionalna izmjera Velodroma Kranjčevićeva obavljena je primjenom metode terestričkoga laserskog skeniranja. Na osnovi očišćenih i filtriranih podataka skeniranja određeni su, vizualizirani i analizirani geometrijski parametri Velodroma Kranjčevićeva u Zagrebu: duljina staze, poprečni nagib staze, projektirana brzina i geometrijska struktura Velodroma.

**I**ako Velodrom Kranjčevićeva geometrijskim parametrima ne zadovoljava u potpunosti kriterije Međunarodne biciklističke unije, na njemu se održavaju nacionalna natjecanja, rezultate kojih priznaje UCI.

**N**а osnovi geodetske izmjere, obrade i analize dobivenih rezultata utvrđeno je da Velodrom nije u dobrom stanju te se preporuča što žurnija obnova Velodroma Kranjčevićava u Zagrebu.

**ZAHVALA.** Zahvaljujemo tvrtki Geo-centar d.o.o. Čakovec na ustupljenom instrumentu Topcon GTL-1000 kojim su obavljena mjerena.

## Literatura

- Franulović, K. (2021): Određivanje i analiza geometrijskih parametara Velodroma Kranjčevićeva u Zagrebu, diplomski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Lapaine, M. (1997): Polumjer zakriviljenosti meridijanske elipse, Geodetski list, Vol. 51 (74), No. 2, 127–138.
- Solarczyk, M. T. (2020): Geometry of the cycling track, Budownictwo i Architektura, Vol. 19, No. 2, 111–119.
- Soprano, F. (2011): Stadion u Kranjčevićevu: Od koturaša do nogometnika, Glas Trešnjevke, No. 16, 39–41.
- UCI (2021): UCI Cycling Regulations – Part 3: Track Races, Union Cycliste Internationale, Aigle, Switzerland.

## Mrežne adrese

URL 1: Hrvatska enciklopedija, velodrom,  
<https://enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=64210>, (25.8.2024.).

URL 2: Wikipedia, Velodromes currently in use,  
[https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_cycling\\_tracks\\_and\\_velodromes](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_cycling_tracks_and_velodromes), (25.8.2024.).

URL 3: Union Cycliste Internationale,  
<https://www.uci.org/>, (25.8.2024.).

URL 4: Google Earth,  
<https://www.google.hr/intl/hr/earth/>, (25.8.2024.).

URL 5: NP Pista 2022 Kranjčevićeva,  
<https://www.kranjceviceva.com/wp-content/uploads/2022/07/NP-PISTA-KRANJCEVICE-VA-2022..pdf>, (30.8.2024.).

URL 6: Velodrom Kranjčevićeva,  
<https://www.kranjceviceva.com/>, (30.8.2024.).

URL 7: Geo-centar,  
<https://geocentar.com/proizvod/topcon-gtl-1000/>, (30.8.2024.).

## Determination and Analysis of Geometric Parameters of the Kranjčević Velodrome in Zagreb, Croatia

**ABSTRACT.** A velodrome is an elliptical cycling track, constructed from concrete or wood. In this article, the geodetic survey of the Kranjčević Velodrome, located at the football stadium Zagreb in the City of Zagreb in Croatia, is elaborated. For this purpose, a precise geodetic reference network was established and surveyed utilizing a GNSS receiver and a precise total station. The three-dimensional geodetic survey of the Kranjčević Velodrome was conducted utilizing the terrestrial laser scanning method. Based on the cleaned and filtered scan data, geometric parameters of the Kranjčević Velodrome in Zagreb were determined, visualized, and analysed.

**Keywords:** Kranjčević Velodrome, GNSS, precise total station, terrestrial laserscanning, velodromegeometricalparameters.