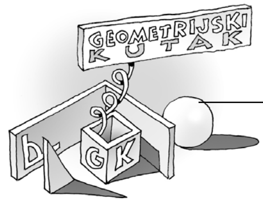
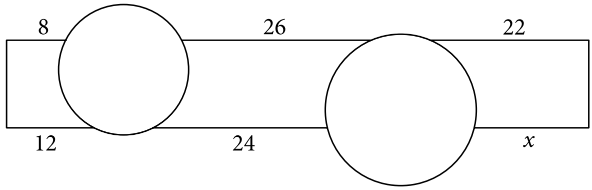


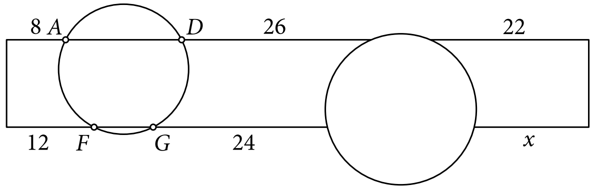
TROKUT, ČETVEROKUT I KRUG

Zlatko Lobor, Zagreb

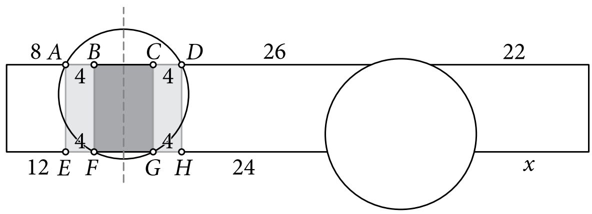
Primjer 1. Kolika je duljina dužine *x*?



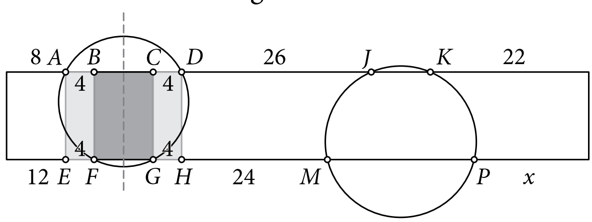
Rješenje: Spojimo točke *A* i *D* odnosno *F* i *G* na kružnici, kako je prikazano na slici.



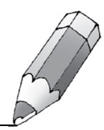
Nožišta okomica iz točaka *F* i *G* na dužinu $\overline{AD}$ označimo s *B* i *C*, a nožišta okomica iz *A* i *D* na donju stranicu pravokutnika označimo s *E* i *H*. Time smo dobili tri pravokutnika – *EFBA*, *FGCB* i *GHDC*. Uočimo da je $|AB| = |EF| = 12 - 8 = 4$.

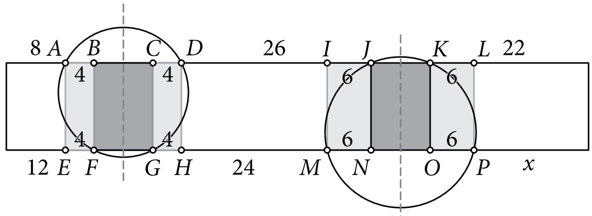


Zbog simetrije s obzirom na simetralu dužine $\overline{AD}$, vrijedi i $|CD| = |GH| = 4$. Slično ćemo promatrati i desni krug.

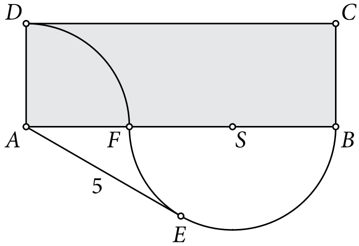


Nožišta okomica iz točaka *J* i *K* na dužinu $\overline{MP}$ označimo s *N* i *O*, a nožišta okomica iz *M* i *P* na gornju stranicu pravokutnika označimo s *I* i *L*. Time smo dobili tri pravokutnika – *MNJI*, *NOKJ* i *OPLK*. Uočimo da je $|HM| = |DI| = |GM| - |GH| = 24 - 4 = 20$. Slijedi $|IJ| = |MN| = |DJ| - |DI| = 26 - 20 = 6$.





Kao i u lijevom krugu, i ovdje zbog simetrije s obzirom na simetralu dužine $\overline{MP}$ vrijedi $|OP| = |KL| = 6$.
Konačno se dobiva $x = 22 - 6 = 16$.

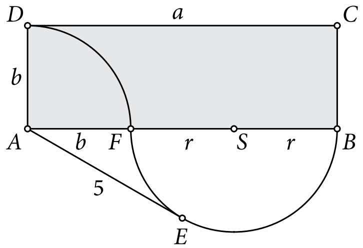


Primjer 2. Kolika je površina pravokutnika *ABCD* ako je $|AE| = 5$?

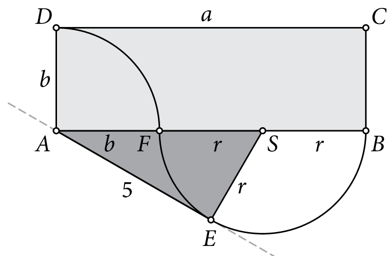
Rješenje: Označimo s a i b duljine stranica pravokutnika *ABCD*. Njegova je površina tada $P = ab$.

Radijus polukružnice označimo s r. U tom slučaju vrijedi $a = b + 2r$, tj.

$$P = ab = (b + 2r)b = b^2 + 2rb.$$



Dužina $\overline{AE}$ pripada tangenti polukružnice. To znači da je polumjer $\overline{SE}$ okomit na tu tangentu jer je točka E diralište tangente i polukružnice. Istaknimo na slici trokut *AES*.



Trokut *AES* je pravokutan s katetama duljina r i 5, dok hipotenuza $\overline{AS}$ ima duljinu $b + r$.

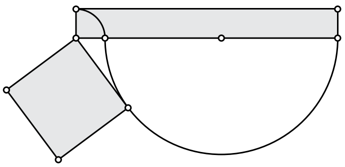
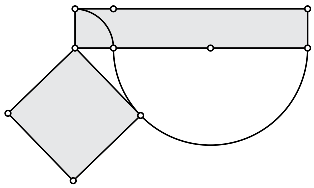
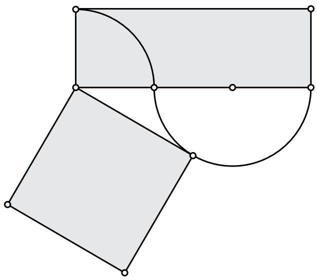
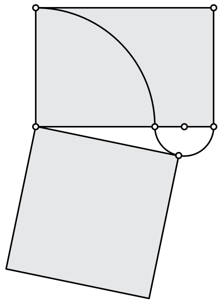
Primijenimo li Pitagorin poučak na istaknuti trokut, dobivamo $(b + r)^2 = r^2 + 5^2$.

Kvadriramo lijevu stranu jednakosti: $b^2 + 2br + r^2 = r^2 + 25$, iz čega slijedi $b^2 + 2br = 25$.

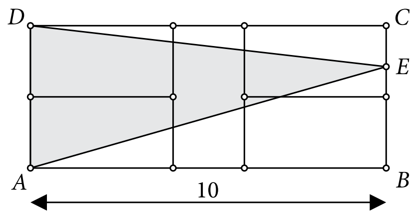
Međutim, ranije je dobiveno $b^2 + 2br = P$, što znači da je površina pravokutnika jednaka 25.

Izravna posljedica ovoga problema jest da na ovaj način za svaki pravokutnik možemo konstruirati kvadrat jednake površine jer tvrdnja vrijedi općenito.

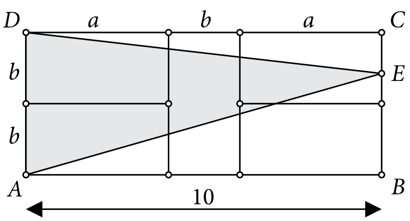
Evo nekoliko takvih figura u kojima je površina pravokutnika i kvadrata jednaka:

Primjer 3. Pravokutnik *ABCD* podijeljen je na 5 sukladnih pravokutnika, kako je prikazano na slici. Kolika je površina trokuta *AED*?



Rješenje: Označimo s a i b duljine stranica malih pravokutnika.

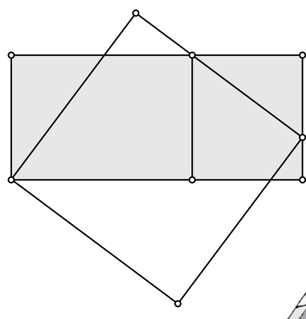


Uz ovako uvedene oznake vrijedi $a = 2b$ i $2a + b = 10$.

Slijedi $2 \cdot (2b) + b = 10$, tj. $5b = 10$, iz čega dobivamo $b = 2$ i $a = 4$.

Stoga je površina trokuta *AED* jednaka $P = \frac{2b \cdot 10}{2} = \frac{40}{2} = 20$.

Zadatak 1. Kolika je površina osjenčanog pravokutnika (Slika na rubu) ako je površina „kosoga” kvadrata jednaka 25?



Izvor:

1. https://www.youtube.com/@MindYourDecisions/videos