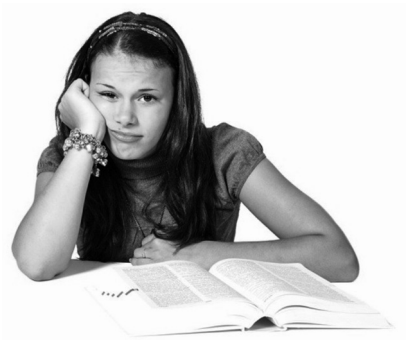
Ekstrinzična motivacija u nastavi matematike na primjerima iz svakodnevnog života

Sanja Sruk[1]



U vrijeme moga školovanja, prije četrdesetak godina, udžbenici iz matematike nisu sadržavali motivacijske zadatke i primjere iz svakodnevnog života. Tek povremeno pojavio bi se poneki zadatak s automobilima koji idu iz mjesta A u mjesto B i obratno, a jedina igra koje se sjećam je „Sedam bum" koju smo igrali u drugom razredu osnovne škole za uvježbavanje tablice množenja. Vremena su se promijenila, a s njima i djeca, pa i nastava matematike ide ukorak s tim promjenama. Sve više se postavlja pitanje kako motivirati učenike jer motivirani učenici postižu bolje rezultate od sposobnijih, ali nemotiviranih učenika.

Motivacija se definira kao unutarnji psihički proces unutar pojedinca koji potiče, održava i usmjerava ponašanje prema određenom cilju. Postoje dvije vrste motiva koji nas pokreću: intrinzični i ekstrinzični. Intrinzični motivi dolaze unutar nas i to su osjećaji zadovoljstva, uspješnosti i sreće zbog obavljanja neke aktivnosti, bez razmišljanja o nagradama ili poteškoćama. Primjer intrinzično motivirane aktivnosti je hobi, nešto čime se pojedinac bavi zbog zabave, opuštanja ili pozitivnih emocija, bilo to sviranje, uzgoj cvijeća, rješavanje križaljki ili skraćivanje algebarskih razlomaka (jedna mi je dvadesetogodišnja djevojka rekla da je to izuzetno opušta i da to radi uvijek kad je pod stresom). Ekstrinzični motivi dolaze iz okoline: to su ocjene, novac, nagrade, slava... U intrinzično motiviranim aktivnostima uživamo zbog same aktivnosti, a ekstrinzično motivirane aktivnosti obavljamo radi postizanja nekog cilja. Iako je intrinzična motivacija poželjnija, učenici su češće motivirani ekstrinzično, tj. ocjenom. To ipak ne mora biti loše jer će do konačnog cilja – naučiti nastavne sadržaje – doći i intrinzično i ekstrinzično motivirani učenici, iako će ovi prvi do toga cilja doći sa zadovoljstvom, a drugi uz dosta napora.

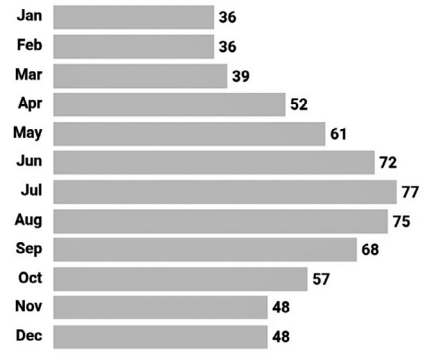
[1]Sanja Sruk, I. gimnazija, Zagreb

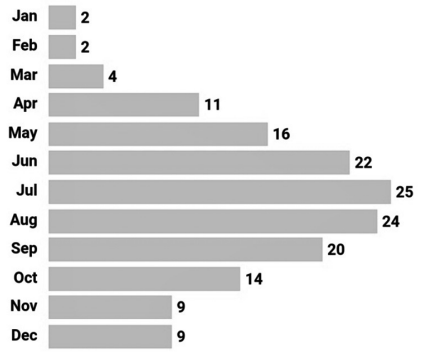
Učenici svoj prvi stav prema predmetu formiraju ovisno o nastavniku i njegovoj osobnosti. Ako je nastavnik stručan, spreman na suradnju, vedar, strpljiv, komunikativan, duhovit, poticajan, otvoren, pravedan, kreativan...; ako se prema učenicima odnosi s uvažavanjem i razvija njihovo samopouzdanje, učenici će razviti pozitivan stav prema predmetu i to će pobuditi njihov početni interes koji dalje treba njegovati i razvijati. Razvijanje motivacije moguće je na različite načine: zadavanjem zadataka u kojima se vidi povezanost matematike sa svakodnevnim životom, povezivanjem s drugim nastavnim predmetima, igranjem igara koje moraju biti dobro osmišljene kako bi bile i zabavne i edukativne, postavljenjem raznih izazova, obogaćivanjem nastave zanimljivostima iz povijesti matematike i drugim zanimljivostima (npr. matematički trikovi) itd.

Današnji udžbenici obiluju motivacijskim primjerima i zadatcima kojima se pokazuje prisutnost matematike svuda oko nas i njena primjena u prirodnim i društvenim znanostima, ali rijetko postavljaju samog učenika u centar neke hipotetske situacije direktno mu se obraćajući. Motivacijski zadatci, ali ne samo oni, mogu se lako formulirati tako da se učenik nalazi u danoj situaciji, a uspješno rješavanje zadatka pokazuje mu kako znanje matematike može pomoći u ostvarivanju veće zarade, veće uštede ili neke druge koristi. Takvi zadatci ekstrinzično motiviraju barem dio učenika. Slijede primjeri zadataka za učenike srednjih škola, ali mnogi se mogu koristiti i u osnovnoj školi.

Primjer 1: Linearne jednadžbe, mjerne jedinice (i malo prikaza podataka)

Oduvijek si želio posjetiti New York, a sad si konačno uštedio dovoljno novaca. Htio bi da putovanje bude što ugodnije, a najugodnije se osjećaš kad je temperatura 20 – 22 °C. Pronašao si grafički prikaz prosječnih mjesečnih temperatura u New Yorku, ali one su izražene u stupnjevima Fahrenheita. Ako je formula koja povezuje stupnjeve Celzija (C) i stupnjeve Fahrenheita (F) $F = 1.8\,C + 32$, u kojem je mjesecu najbolje realizirati putovanje?





Nakon što se izrazi C s pomoću F, uvrštavanjem se dobiju sljedeći podatci iz kojih je vidljivo da se željena temperatura može očekivati u lipnju i rujnu.

Primjer 2: Linearna funkcija i linearne nejednadžbe

Prodaješ domaće kolače po cijeni 12 eura/kg. Troškovi dnevne proizvodnje opisani su funkcijom $T(x) = 5x + 100$. Koliko najmanje kilograma kolača dnevno trebaš prodati da ti se isplati poslovanje?

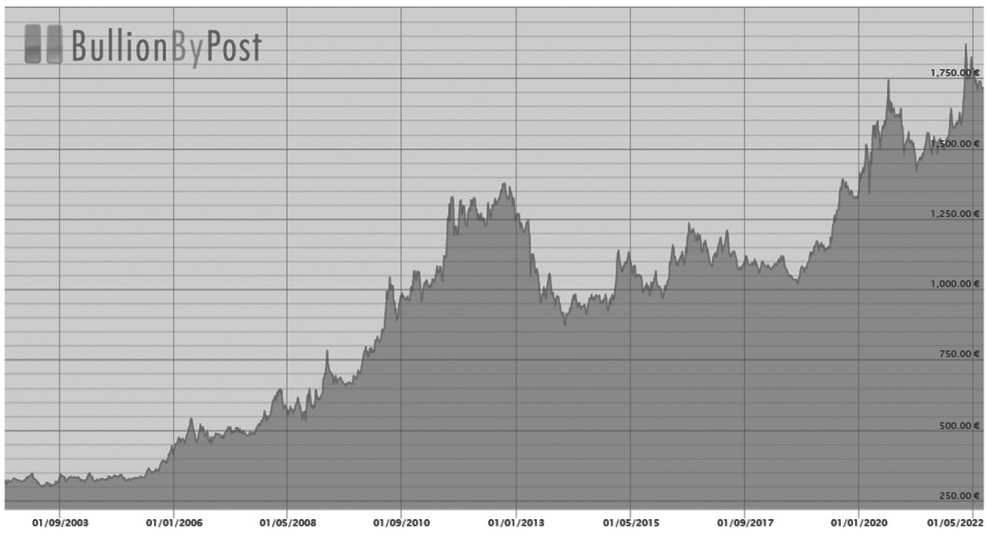
Računamo funkcije prihoda i dobiti: $P(x) = 12x$, pri čemu x označava broj kilograma prodanih kolača, $D(x) = P(x) - T(x) = 7x - 100$. Rješavanjem nejednadžbe $D(x) \geq 0$ dobije se $x \geq 14.29$, što znači da dnevno treba prodati barem 15 kg kolača.

Primjer 3: Postotci, proporcionalnost, prikaz i analiza podataka

Ako je cijena čistoga zlata1700 eura za uncu, hoćeš li dobiti više novaca za ogrlicu od 14-karatnog zlata mase 10 g ili za ogrlicu mase 8 g na kojoj je utisnut broj 750? Koliko karata ima zlato od kojeg je napravljena druga ogrlica?

Prije rješavanja ovoga zadatka učenike treba upoznati s pojmovima koji se spominju. Karat je mjera za čistoću zlata. Jedan karat zlata predstavlja približno 4.17 % udjela zlata (1/24), a maksimalan broj karata je 24, pri čemu zlato od 24 karata ima apsolutnu čistoću (više od 99.9 %) i brojčanu oznaku 999 jer 99.9% je 999 ‰. Udio čistoga zlata u 14-karatnom zlatu je 14/24, što preračunato u postotke iznosi 58.5 %. Na takvome zlatu nalazimo urezan broj 585. Dok je karat mjera za čistoću zlata, unca (oznaka oz) je mjera kojom se izražava masa zlata i drugih plemenitih kovina, a 1 unca iznosi 31.1034768 grama.

Učenici prvo moraju izračunati kolika je cijena zlata po gramu: 1 g = 0.0321507 oz, pa je cijena grama zlata 54.66 eura. 14-karatno zlato ima udio zlata 14/24, odnosno

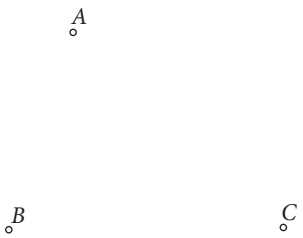


58.5 % pa se za prvu ogrlicu dobije $54.66 \cdot 10 \cdot 58.5\ \% = 319.76$ eura. Na drugoj je ogrlici utisnut broj 750, što znači da je udio zlata 75 %, odnosno da to zlato ima $75\ \% \cdot 24 = 18$ karata. Za tu ogrlicu dobit će $54.66 \cdot 8 \cdot 75\ \% = 327.96$ eura.

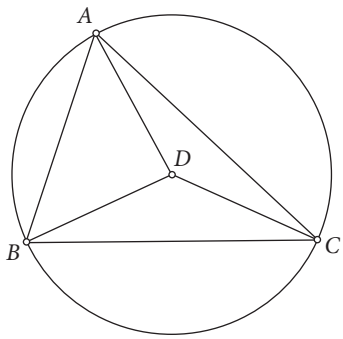
Na primjeru zlata može se vježbati pretvaranje unca u grame i obratno, a s pomoću grafičkoga prikaza cijene zlata može se povesti rasprava o tome zašto se kaže da je ulaganje u zlato rizično i zašto se kaže da je dugoročno isplativo te računati npr. koliko je cijena zlata porasla/pala u zadnjoj godini ili u zadnjih 20 godina.

Primjer 4: Središte opisane i upisane kružnice

Imaš malu tvrtku koja se bavi proizvodnjom opreme za dječja igrališta (ljuljačke, tobogani, klackalice...). Stanari triju nebodera (na slici su neboderi označeni slovima *A*, *B* i *C*) žele u parku koji se nalazi između njih napraviti igralište za djecu, ali žele da igralište bude jednako udaljeno od svakoga nebodera. Gdje ćeš napraviti to igralište?

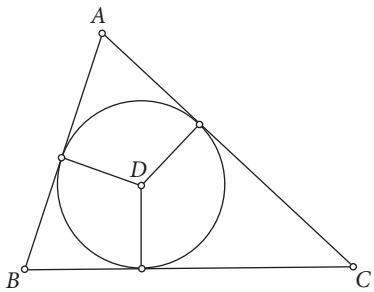


Razgovorom se dolazi do rješenja; to je točka *D*, središte trokutu opisane kružnice.



Postao si vrlo uspješan u svome poslu i proširio poslovanje. Sad se baviš izgradnjom velikih zabavnih parkova. Stanovnici triju gradova (*A*, *B* i *C*) koji su povezani ravnim cestama žele izgradnju zabavnog parka tako da bude jednako udaljen od svih triju prometnica. Gdje ćeš napraviti zabavni park?

Razgovorom se dolazi do rješenja; to je točka *D*, središte trokutu upisane kružnice.



Primjer 5: Trigonometrija pravokutnog trokuta /Pitagorin poučak (uz ponavljanje površine pravokutnika i postotnog računa)

Naslijedio si ovu lijepu kuću, ali krov je u jako lošem stanju i treba ga zamijeniti. Širina kuće (strana koju vidimo) je 12 m, duljina 18 m, a krov počinje na visini 5 m pod kutom 53°7'48". Koliko pločica crijepa trebaš kupiti ako za 1 m^2 treba 30 pločica i zbog mogućeg loma treba nabaviti 10 % više crijepa?

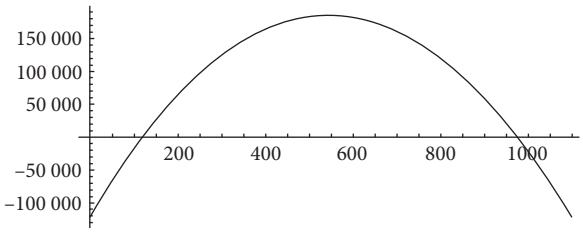
Učenici skiciraju jednakokračni trokut i primjenom trigonometrijskih omjera u pravokutnom trokutu računaju da je duljina kraka 10 m. Zato je površina jedne strane krova 180 m^2, površina cijeloga krova 360 m^2, što znači da treba $360 \cdot 30 \cdot 1.1 = 11\,880$ pločica crijepa.

Uz manje modifikacije (širina kuće je 12 m, duljina 18 m, krov počinje na visini 5 m, a visina cijele kuće je 13 m) zadatak se može upotrijebiti i za uvježbavanje Pitagorina poučka u osnovnoj školi. Rješenje je isto.

Primjer 6: Kvadratna funkcija

Vlasnik si tvornice koja proizvodi kauče. Izračunao si da prihode opisuje funkcija $P(x) = x^2 + 300x$, troškove $T(x) = 2x^2 - 800x + 120\,000$. Za koji se raspon cijena isplati proizvodnja? Uz koju se cijenu kauča postiže maksimalna dobit i koliko ona iznosi?

Dobit se računa kao razlika prihoda i troškova pa vrijedi $D(x) = P(x) - T(x) = -x^2 + 1100x - 120\,000$. Nultočke ove funkcije su 122.8 i 977.2 i iz grafa vidimo da cijena treba biti između 122.8 eura i 977.2 eura. Maksimalna dobit postiže se kad je cijena kauča 550 eura (apscisa tjemena parabole) i iznosi 182 500 eura.



Primjer 7: Volumen geometrijskih tijela

Baš ti se jedu kokice! U blizini su dva kioska i u oba je cijena kokica ista. Prodavač na prvom kiosku kokice pakira u posude u obliku valjka promjera baze 15 cm i visine 20 cm, a na drugom u posude u obliku kvadra kojemu je baza kvadrat stranice 12 cm, a visina 23 cm. Gdje je isplativije kupiti kokice?

Računanjem volumena dobiju se rezultati 3534.29 cm^3 i 3312 cm^3 pa zaključujemo da je isplativije kupiti kokice kod prvog prodavača.

Primjer 8: Mjere srednje vrijednosti (aritmetička sredina i medijan)

Dvije tvrtke nude ti posao. Iako su plaće poslovna tajna, uspio si saznati da je u obje tvrtke najmanja plaća 800, a najveća 2900 eura. Prosječna plaća u prvoj je tvrtki 1400 eura, a u drugoj 1380. Nije velika razlika, ali se ipak čini da je isplativije zaposliti se u prvoj tvrtki. Je li doista tako? Ako si uspio saznati da je medijan plaća u prvoj tvrtki 1350, a u drugoj 1400 eura, hoćeš li promijeniti mišljenje?

U ovome trenutku učenici još ne znaju što je medijan. Nakon obrade teme, vraćamo se na zadatak i prikazujemo tablicom moguće plaće prema zadanim podatcima.

1. tvrtka	800	970	1000	1350	1390	1390	2900
2. tvrtka	800	800	800	1400	1470	1490	2900

Iz tablice je vidljivo da u prvoj tvrtki plaću jednaku ili veću od prosječne ima samo jedna osoba, dok u drugoj tvrtki, iako je prosječna plaća nešto manja, čak četiri osobe imaju veću plaću. Ako pak znamo samo prosječnu plaću u nekoj tvrtki, još teže je donijeti dobru odluku jer ako samo jedna osoba ima izrazito veću plaću od ostalih, to znatno utječe na prosjek.

Primjer 9: Kombinatorika i vjerojatnost

Svima bi nam dobro došao dobitak na Eurojackpotu. Koliko ima mogućih kombinacija? Koliko bismo listića trebali ispuniti da pogodimo 5 + 2 broja? Kolika je vjerojatnost dobitka ako ispunimo samo jedan listić? Ovo su motivacijska pitanja na početku obrade kombinatorike, a odgovor dolazi na kraju.

$$\binom{50}{5} \cdot \binom{12}{2} = 139\,838\,160.$$

Dakle, gotovo 140 milijuna listića trebali bismo ispuniti da si zajamčimo dobitak. Koliko bi nam trebalo vremena za to? Ako nam za jedan listić treba 30 sekundi, ispunjavanje bi trajalo 133 godine. A ako ispunimo samo jedan listić, vjerojatnost dobitka je 1:139 838 160, odnosno oko $7 \cdot 10^{-9}$. Igrati ili ne, pitanje je sad!

Primjer 10: Geometrijski niz, eksponencijalna funkcija

Bi li tvoji roditelji pristali dati ti mjesečni džeparac od 10 000 eura? A bi li pristali na ovakav prijedlog: prvih devet dana u mjesecu ne daju ti ništa, deseti dan ti daju jedan cent, jedanaesti dan dva centa, pa četiri, osam i tako dalje svakog dana do kraja mjeseca dvostruko više nego prethodnog dana? Učenici shvaćaju da postoji neka „kvaka", ali ne uočavaju koliki će biti konačan iznos. Prvih nekoliko iznosa računamo odmah:

10.	1
11.	2
12.	4
13.	8
14.	16
15.	32
16.	64
17.	128
18.	256
19.	512
20.	1024

Tek 20. u mjesecu dobit će nešto više od 10 eura. To ne zvuči obećavajuće. Ostatak računa ostavljamo za kasnije kada s pomoću formule za zbroj prvih *n* članova geometrijskoga niza dolazimo do rezultata 10 485 eura i 75 centi, i to ako mjesec ima 30 dana. U veljači bi prošli malo lošije, ali zato bi sedam puta godišnje dobili džeparac u iznosu 20 971.50 eura. Sad učenici shvaćaju kojom brzinom raste eksponencijalna funkcija. Koliko bi tek dobili da je isplata po istom principu krenula od 1., a ne od 10. dana u mjesecu!

Iako ovakvi zadatci služe prvenstveno za motivaciju, njima se razvija svijest o novcu i realiziraju ishodi iz Kurikuluma nastavnog predmeta Matematika te odgojno-obrazovna očekivanja međupredmetne teme Poduzetništvo. A i nastava je zanimljivija!

Literatura:

1. Z. Kurnik, Motivacija, Matematika i škola 31(2005.), 4-10
2. M. Petković, Motivacija u nastavi matematike, http://www.mathos.unios.hr/~mdjumic/uploads/diplomski/PET49.pdf
3. R. M. Ryan, E. L. Deci, Intrinsic and Extrinsic Motivations: Classic Definitions and New Directions, Contemporary Educational Psychology 25(2000.), 54-67