

# Feroelektrična nestabilnost dvodimenzionalne dipolne rešetke

Zoran Rukelj, Ivica Friščić, Petar Žugec, Mihael S. Grbić, Ivan Kupčić<sup>1</sup>

## Uvod

Malo je jednostavnih modela pomoću kojih se može opisati složenost fizike faznih prijelaza. Pod promjenom faze nekog sustava najčešće se sjetimo prijelaza između agregatnih stanja vode koji na atmosferskom tlaku ovise isključivo o temperaturi. Još jedan poznati primjer je feromagnet koji gubi magnetsko svojstvo ako se zagrije preko kritične temperature. Iskustveno manje poznat materijal je feroelektrik koji generira električno polje u prostoru i na temperaturama većim od kritične, gubi svoju feroelektričnost. Fazne promjene mogu se odvijati i na temperaturi apsolutne nule promjenom nekih drugih parametara poput volumena. Na modelu dvodimenzionalnog feroelektrika pronalazimo nužni uvjet za nastanak stabilne feroelektrične faze imajući u vidu mikroskopsku strukturu u kojoj svaki atom zamišljamo kao mali električni dipol koji *međudjeluje* sa susjednim dipolima. To međudjelovanje sadrži informaciju ima li neki materijal mogućnost spontanog usmjeravanja svih mikroskopskih dipola. Da bismo kvantitativno odredili nužne parametre za fazni prijelaz u uređeno stanje feroelektrika, razmatramo model dvodimenzionalne kvadratne rešetke s jednim atomom u bazi. Pretpostavimo da se u atomu u vanjskom električnom polju inducira atomski dipolni moment. Inducirani atomski dipolni moment pak generira električno polje u kojem se usmjeravaju njemu susjedni inducirani električni dipoli koji pak generiraju električno polje, itd. Pitanje je pod kojim uvjetima ova samosuglasna slika rezultira dvodimenzionalnom rešetkom u kojoj su svi električni dipoli konačni i usmjereni kad ugasimo vanjsko električno polje. Tu novu fazu nazivamo feroelektričnom fazom.

## Električni dipol

U srednjoškolskom obrazovanju susrećemo se s pojmom *permanentnog* električnog dipola kao nabožno neutralnog sustava dva suprotna naboja  $q$  i  $-q$  razmaknutih za udaljenost  $d$ . Dipolni moment  $\mathbf{p}$  vektorska je veličina<sup>2</sup> usmjerena od negativnog prema pozitivnom naboju  $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ . Takav permanentni električni dipol generira električno polje  $\mathbf{E}^{dip}$  u prostoru prikazano na slici 1, koje je na udaljenosti puno većoj od dimenzije dipola  $|\mathbf{r}| \gg |\mathbf{d}|$  opisano relacijom [1]

$$\mathbf{E}^{dip}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{3\mathbf{r}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{p})}{|\mathbf{r}|^5} - \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{r}|^3} \right). \quad (1)$$

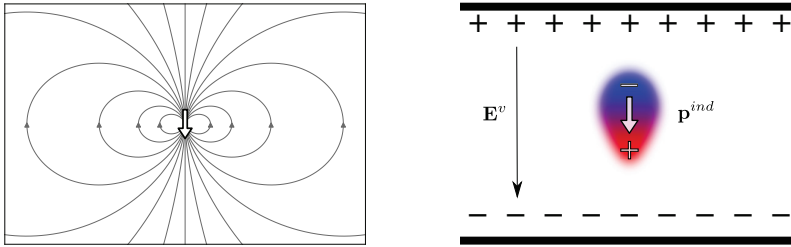
U realnim fizikalnim sustavima češće se susrećemo s *induciranim* električnim dipolom. Realni sustavi nabožno su neutralni te je potrebno električno polje da razdvoji pozitivne naboje od negativnih. Zamislimo jedan atom u homogenom električnom polju kapacitora koje ćemo nazvati vanjskim električnim poljem  $\mathbf{E}^v$  (prikazano na slici 1). Negativno nabijen elektronski oblak atoma pomaknut će se prema pozitivno nabijenoj ploči kapacitora, dok će se pozitivno nabijena jezgra atoma pomaknuti prema negativnoj ploči kapacitora. Takav atom u nabožnom smislu slični električnom dipolu te kažemo da se atom polarizirao pod utjecajem vanjskog električnog polja kapacitora. Iskustveno vrijedi da je inducirani dipolni moment atoma  $\mathbf{p}^{ind}$  proporcionalan električnom polju u kojem se atom nalazi.

<sup>1</sup> Autori su s Fizičkog odsjeka PMF-a Sveučilišta u Zagrebu.

<sup>2</sup> U ovome radu vektorske veličine označavamo podebljanim uspravnim oznakama.

Električno polje u neposrednoj blizini atoma nazivamo lokalnim poljem  $\mathbf{E}^{lok}$  te vrijedi [1, 2].

$$\mathbf{p}^{ind} = \alpha \mathbf{E}^{lok}. \quad (2)$$



Slika 1. Lijevo: Električno polje dipola reprezentiranog bijelom strelicom. Desno: Kapacitor s homogenim vanjskim poljem  $\mathbf{E}^v$  u kojem se nalazi atom. Elektronski oblak ( $-$  naboj) pomakne se prema pozitivnoj ploči, a atomska jezgra ( $+$  naboj) se pomakne prema negativnoj ploči kapacitora. Strelica reprezentira veličinu induciranog dipolnog momenta.

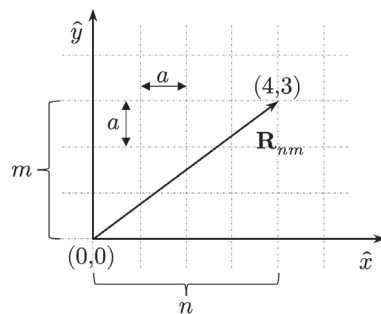
Veličina  $\alpha$  je atomska polarizabilnost, u slučaju jednog atoma smještenog između ploča kapacitora  $\mathbf{E}^v = \mathbf{E}^{lok}$ . Za više od jednog atoma unutar kapacitora pokazat ćemo da se vanjsko i lokalno električno polje razlikuju. Odredimo atomsku polarizabilnost  $\alpha$  pomoću izraza (1) za električno polje dipola (neovisno o vrsti dipola, permanentnog ili induciranog) koji se može protumačiti i obratno: kao lokalno električno polje potrebno da se u atomu polumjera  $r_A$  inducira dipolni moment. Ugrubo vrijedi

$$\mathbf{E}^{lok} \propto \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p}^{ind}}{r_A^3} \implies \mathbf{p}^{ind} = \lambda 4\pi\epsilon_0 a_0^3 \mathbf{E}^{lok}, \quad (3)$$

gdje smo u gornjoj relaciji uveli Bohrov radijus  $a_0 = 5.29 \cdot 10^{-11}$  m, standardnu jedinicu duljine u atomskoj fizici te  $\lambda$ , broj koji ovisi o kemijskom elementu. Tako je primjerice za vodik  $\lambda(\text{H}) = 4.5$ , kod nekih atoma plemenitih plinova  $\lambda(\text{He}) = 1.3$ ,  $\lambda(\text{Ar}) = 11$  te  $\lambda(\text{Xe}) = 27$ , što je red veličine manje u usporedbi s atomima alkalijskih metala  $\lambda(\text{Li}) = 164$ ,  $\lambda(\text{K}) = 300$  i  $\lambda(\text{Cs}) = 400$  [3].

## Dvodimenzionalna kvadratna rešetka

Dvodimenzionalna (2D) kvadratna rešetka smještena je u  $xy$ -ravnini i prikazana na slici 2. Pretpostavimo da je stvarna fizikalna dimenzija rešetke puno veća od udaljenosti među dva susjedna čvora  $a$ . Na svakom čvoru rešetke nalazi se atom i udaljenost  $a$  mora biti veća od promjera atoma  $a > 2r_A$ . Odredimo proizvoljno ishodište odnosno referentni čvor rešetke i označimo ga s  $(0, 0)$ . Tada svaki čvor možemo dosegnuti translacijom za višekratnike tzv. primitivnih vektora rešetke  $a\hat{x}$  i  $a\hat{y}$ . Primitivni vektori definiraju primitivnu ćeliju (kvadrat) površine  $a^2$  koja pripada svakom atomu i vektor položaja proizvoljnog



Slika 2. Dvodimenzionalna kvadratna rešetka. Prikazan je vektor položaja  $\mathbf{R}_{43}$  duljine  $|\mathbf{R}_{43}| = 5a$ .

čvora  $\mathbf{R}_{nm}$  kako je prikazano na primjeru na slici 2

$$\mathbf{R}_{nm} = na\hat{\mathbf{x}} + ma\hat{\mathbf{y}}, \quad (4)$$

gdje su  $(n, m) \in \mathbb{Z}$ . Udaljenost od  $(n, m)$ -tog do referentnog  $(0, 0)$  čvora je  $|\mathbf{R}_{nm}| = a\sqrt{n^2 + m^2}$ .

## Kvadratna atomska rešetka u vanjskom električnom polju

Na 2D kvadratnu atomsku rešetku narinuto je vanjsko električno polje

$$\mathbf{E}^v = E_x^v \hat{\mathbf{x}} + E_y^v \hat{\mathbf{y}} + E_z^v \hat{\mathbf{z}}, \quad (5)$$

koje je djelomično zaslužno da se na svakom atomu u 2D rešetki inducira isti dipolni moment

$$\mathbf{p}^{ind} = p_x^{ind} \hat{\mathbf{x}} + p_y^{ind} \hat{\mathbf{y}} + p_z^{ind} \hat{\mathbf{z}}. \quad (6)$$

Pomoću (1) i (4) određujemo ukupno električno polje koje svi inducirani dipoli na čvorovima  $\mathbf{R}_{nm} \neq \mathbf{0}$  generiraju u referentnoj točki  $\mathbf{R}_{nm} = \mathbf{0}$  odnosno  $(n, m) = (0, 0)$

$$\mathbf{E}^{dip} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \frac{3\mathbf{R}_{nm}(\mathbf{R}_{nm} \cdot \mathbf{p}^{ind})}{|\mathbf{R}_{nm}|^5} - \frac{\mathbf{p}^{ind}}{|\mathbf{R}_{nm}|^3} \right), \quad (7)$$

gdje je iz sumacije u gornjem izrazu izbačena točka  $(n, m) = (0, 0)$ . Radi jasnoće takvu sumu označavat ćemo s  $\sum_{n,m}^*$  te ćemo sumu po *oba* člana  $n$  i  $m$  kratko zapisivati kao  $\sum_{n,m}^*$ .

Iz (4) slijedi  $\mathbf{R}_{nm} \cdot \mathbf{p}^{ind} = nap_x^{ind} + map_y^{ind}$  te (7) postaje

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{dip} = & \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3p_x^{ind}}{a^3} \sum_{n,m}^* \frac{n^2}{(n^2 + m^2)^{5/2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3p_y^{ind}}{a^3} \sum_{n,m}^* \frac{nm}{(n^2 + m^2)^{5/2}} \right. \\ & \left. - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_x^{ind}}{a^3} \sum_{n,m}^* \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} \right) \hat{\mathbf{x}} \\ & + \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3p_y^{ind}}{a^3} \sum_{n,m}^* \frac{m^2}{(n^2 + m^2)^{5/2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3p_x^{ind}}{a^3} \sum_{n,m}^* \frac{nm}{(n^2 + m^2)^{5/2}} \right. \\ & \left. - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_y^{ind}}{a^3} \sum_{n,m}^* \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} \right) \hat{\mathbf{y}} - \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_z^{ind}}{a^3} \sum_{n,m}^* \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} \right) \hat{\mathbf{z}}, \end{aligned} \quad (8)$$

Sume koje se pojavljuju u (8) nazivaju se *dipolarnim* sumama. Koristeći simetriju kvadratne rešetke te domenu indeksa  $n$  i  $m$  zaključujemo

$$\sum_{n,m}^* \frac{nm}{(n^2 + m^2)^{5/2}} = \sum_n^* n \sum_m^* \frac{m}{(n^2 + m^2)^{5/2}} = 0. \quad (9)$$

Naime, nazivnik u (9) je uvijek pozitivan dok članova s pozitivnim brojnikom ima jednako koliko i članova s negativnim brojnikom. Isto tako kvadratna rešetka simetrična je

na zamjenu  $n \leftrightarrow m$  što implicira

$$\sum_{n,m}^* \frac{n^2}{(n^2 + m^2)^{5/2}} = \sum_{n,m}^* \frac{m^2}{(n^2 + m^2)^{5/2}}. \quad (10)$$

Koristeći (9) i (10) možemo pokazati kako je ukupna suma uz  $\hat{x}$  komponentu u (8) jednaka

$$\begin{aligned} \sum_{n,m}^* \frac{3n^2}{(n^2 + m^2)^{5/2}} - \sum_{n,m}^* \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} &= \sum_{n,m}^* \frac{2n^2 - m^2}{(n^2 + m^2)^{5/2}} \\ &= \sum_{n,m}^* \frac{n^2}{(n^2 + m^2)^{5/2}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Iz (11) proizlazi veza između dviju dipolarnih suma, a navodimo i njihovu numeričku vrijednost [4]

$$\sigma = 2 \sum_{n,m}^* \frac{n^2}{(n^2 + m^2)^{5/2}} = \sum_{n,m}^* \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} \approx 9.033. \quad (12)$$

Napomenimo da sume (12) brzo konvergiraju i čitatelj samostalno može provjeriti rezultat. U konačnici, električno polje (8) svih induciranih dipola u točki  $(0, 0)$  jednako je

$$\mathbf{E}^{dip} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0 a^3} \left( \frac{p_x^{ind}}{2} \hat{x} + \frac{p_y^{ind}}{2} \hat{y} - p_z^{ind} \hat{z} \right). \quad (13)$$

Primijetimo da se  $z$ -komponenta polja  $\mathbf{E}^{dip}$  razlikuje u iznosu i predznaku u odnosu na  $x, y$  komponente. No čvor rešetke  $(0, 0)$  nije istaknut nad ostalim čvorovima *duboko unutar rešetke* pa je zbog translacijske simetrije polje dipola (13) isto na bilo kojem čvoru  $(n, m)$  *daleko od rubova rešetke*. Koliko smo blizu ruba govori eventualno odstupanje dipolarnih suma od (12). Tako je primjerice za izračun polja dipola u točki na lijevom rubu 2D rešetke uvjet  $n > 0$ , što prepolovi vrijednosti dipolarnih suma (12). Pretpostavimo da je uzorak 2D ravnine kojeg promatramo kvadratnog oblika s  $N$  čvorova. Tada je omjer broja čvorova na rubu rešetke i ukupnog broja čvorova jednak  $4\sqrt{N}/N \propto 1/\sqrt{N}$ . Za vrlo veliki  $N$  efekti rubova postaju zanemarivi.

## Samosuglasan izraz za lokalno električno polje dipolne rešetke

Lokalno električno polje na svakom čvoru 2D rešetke jednako je zbroju polja svih okolnih dipola i vanjskog polja narinutog na rešetku

$$\mathbf{E}^{lok} = \mathbf{E}^{dip} + \mathbf{E}^v. \quad (14)$$

Spojimo komponente inducirano dipola u (13) s relacijom (2) i uvrstimo u izraz (14). Slijedi samosuglasni zapis lokalnog polja po komponentama

$$\begin{aligned} E_x^{lok} &= \frac{\sigma/2}{4\pi\epsilon_0 a^3} \alpha E_x^{lok} + E_x^v, \\ E_y^{lok} &= \frac{\sigma/2}{4\pi\epsilon_0 a^3} \alpha E_y^{lok} + E_y^v, \\ E_z^{lok} &= -\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0 a^3} \alpha E_z^{lok} + E_z^v, \end{aligned} \quad (15)$$

odnosno nakon uvrštavanja izraza za atomsku polarizabilnost (3)

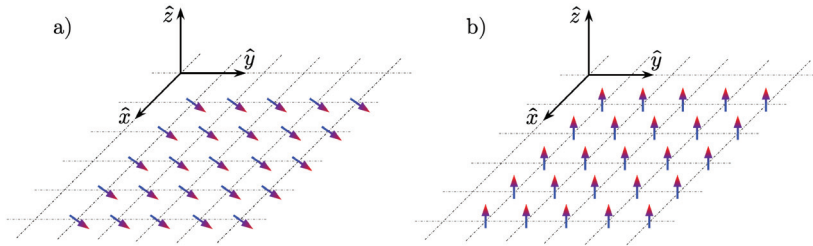
$$E_x^{lok} = \frac{E_x^v}{1 - \sigma\lambda(a_0^3/a^3)/2}, \quad E_y^{lok} = \frac{E_y^v}{1 - \sigma\lambda(a_0^3/a^3)/2}, \quad E_z^{lok} = \frac{E_z^v}{1 + \sigma\lambda(a_0^3/a^3)}. \quad (16)$$

Nadalje, zgodno je govoriti o induciranoj makroskopskoj polarizaciji  $\mathbf{P}^{ind}$  kao koncentraciji induciranih dipola 2D rešetke. Koncentracija dipola određena je površinskom gustoćom od jednog dipola po primitivnoj ćeliji površine  $a^2$ , dakle  $\mathbf{P}^{ind} = \mathbf{p}^{ind}/a^2$ . Zbog (3) s komponentama (16) slijedi

$$\mathbf{P}^{ind} = \frac{\alpha}{a^2} \mathbf{E}^{lok} \rightarrow P_i^{ind} = \chi_i E_i^v \quad (17)$$

gdje vezu između komponenata inducirane polarizacije  $i \in \{x, y, z\}$  i vanjskog polja nazivamo susceptibilnost  $\chi_i$

$$\chi_x = \chi_y = 4\pi\epsilon_0 a_0 \frac{\lambda(a_0^2/a^2)}{1 - \sigma\lambda(a_0^3/a^3)/2}, \quad \chi_z = 4\pi\epsilon_0 a_0 \frac{\lambda(a_0^2/a^2)}{1 + \sigma\lambda(a_0^3/a^3)}. \quad (18)$$



Slika 3. Prikaz orijentacije induciranih dipola rešetke pod utjecajem  $\mathbf{E}_{\parallel}^v$  (lijevo) odnosno  $\mathbf{E}_{\perp}^v$  (desno).

Susceptibilnost opisuje odaziv polarizacije na vanjsko električno polje. Podsjećamo, to je polje koje je pod kontrolom onoga tko izvodi eksperiment i najlakše ga je generirati u prostoru između ploča kapacitora u kojem je 2D rešetka smještena. Mijenjanjem napona na kapacitoru mijenjamo amplitudu električnog polja između ploča. Da bismo generalizirali rezultat, iz (18) vidimo da se doprinosi susceptibilnosti mogu razdvojiti na dva dijela. Jedan dio koji opisuje kad je vanjsko polje u smjeru ravnine 2D rešetke  $\chi_{x,y} \rightarrow \chi_{\parallel}$ , a drugi dio koji opisuje kad je vanjsko polje okomito na 2D ravninu rešetke  $\chi_z \rightarrow \chi_{\perp}$ . Time smo se riješili ovisnosti o koordinatnom sustavu i (17) sveli na

$$\mathbf{P}_{\parallel,\perp}^{ind} = \chi_{\parallel,\perp} \mathbf{E}_{\parallel,\perp}^v. \quad (19)$$

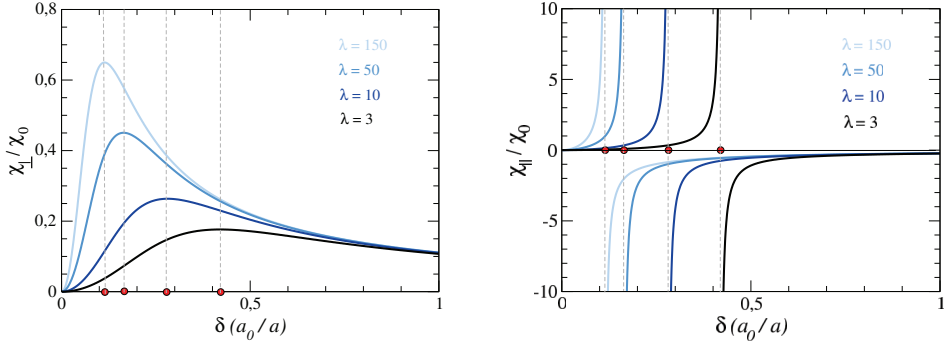
Prikaz induciranih dipola rešetke u dvije polarizacije skiciran je na slici 3.

## Paraelektrik-feroelektrik fazni prijelaz

Analizirajmo susceptibilnosti  $\chi_{\perp}$  i  $\chi_{\parallel}$ . Izrazi (18) ovise o parametrima  $\lambda$  i  $a$  te radi lakše analize uvodimo parametre poput jedinice za susceptibilnost  $\chi_0 = 4\pi\epsilon_0 a_0$  i omjer  $\delta = a_0/a$ . Faktor  $\lambda$  specifičan je za kemijski element te na njega ne možemo utjecati. Stoga eksperimentalno možemo mijenjati samo udaljenost među čvorovima rešetke, odnosno  $\delta$ . Napomenimo odmah ograničenje modela  $\delta < 1$ . Naime Bohrov radijus  $a_0 = r_A(H)$  atomski je radijus vodikovog atoma, najmanjeg atoma u periodnom sustavu elemenata. Da

atom fizički stane u primitivnu ćeliju širine  $a$  treba biti zadovoljeno  $2a_0 < 2r_A < a$ . U novim varijablama komponente susceptibilnosti (18) su

$$\chi_{\parallel}(\lambda, \delta) = \chi_0 \frac{\lambda \delta^2}{1 - \sigma \lambda \delta^3 / 2}, \quad \chi_{\perp}(\lambda, \delta) = \chi_0 \frac{\lambda \delta^2}{1 + \sigma \lambda \delta^3}. \quad (20)$$



Slika 4. Susceptibilnost u jedinicama  $\chi_0$  kao funkcija omjera  $\delta$  za nekoliko vrijednosti parametra  $\lambda$  za slučaj vanjskog polja okomitog na ravninu rešetke (slika lijevo) i slučaj vanjskog polja paralelnog s ravninom rešetke (slika desno).

Krenimo od  $\chi_{\perp}$  koja je skicirana na slici 4 kao funkcija parametra  $\delta$  u jedinicama  $\chi_0$  za nekoliko vrijednosti atomskog parametra  $\lambda$ . Polje  $\mathbf{E}_{\perp}^v$  inducira konačnu polarizaciju  $\mathbf{P}_{\perp}^{ind}$  koja pak nestane isključivo li vanjsko polje. Kažemo da je 2D dipolna rešetka u ovoj konfiguraciji paraelektrik. To je faza u kojoj nema permanentnog dipolnog uređenja. U aproksimaciji velike međuatomske udaljenosti u rešetci,  $\delta \ll 1$ , iz (20) slijedi  $\chi_{\perp}(\lambda, \delta) \approx \chi_0 \lambda \delta^2$ . Najlakše je pak inducirati polarizaciju za one omjere  $\delta$  za koje je  $\chi_{\perp}$  maksimalna. Iz izraza se lako odredi da su položaji maksimuma u  $\chi_{\perp}$  dani s

$$\delta_c = \left( \frac{2}{\sigma \lambda} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (21)$$

i označeni su crvenim točkama na slici 4. Susceptibilnost u tim točkama je  $\chi_{\perp}(\lambda, \delta_c) \propto \lambda^{1/3}$ .

Susceptibilnost  $\chi_{\parallel}$  prikazana je na slici 4 kao funkcija parametra  $\delta$  u jedinicama  $\chi_0$  za nekoliko vrijednosti atomskog parametra  $\lambda$ . Naizgled se razlikuje od  $\chi_{\perp}$ , no ipak nalazimo dvije dodirne točke. Primjerice, u granici velike ćelije  $\delta \ll 1$  poklapa se s vrijednošću  $\chi_{\perp}$ , a za one vrijednosti  $\delta_c$  za koje je  $\chi_{\perp}$  najveća,  $\chi_{\parallel}$  divergira

$$\chi_{\parallel}(\lambda, \delta_c) = \infty. \quad (22)$$

Divergencija u susceptibilnosti indikator je faznog prijelaza u uređenu feroelektričnu fazu koja ima permanentnu polarizaciju. Gledajući relaciju  $\mathbf{P}_{\parallel}^{ind} = \chi_{\parallel} \mathbf{E}_{\parallel}^v$ , čak i kad  $\mathbf{E}_{\parallel}^v \rightarrow 0$ , zbog divergencije (22) polarizacija  $\mathbf{P}_{\parallel}^{ind}$  može ostati konačna. Dakle za  $\delta \geq \delta_c$  polje induciranih atomskih dipola dovoljno je jako da samosuglasno podržava inducirane atomske dipole formirajući makroskopsku polarizaciju bez potrebe za vanjskim poljem. S obzirom na to da smo pokazali da dolazi do faznog prijelaza za kritični parametar  $\delta_c$ , vrijednosti  $\chi_{\parallel}(\lambda, \delta > \delta_c)$  nemaju fizikalnog smisla. To vidimo i iz činjenice da je  $\chi_{\parallel}(\lambda, \delta > \delta_c) < 0$  kao i nemogućnosti da istim matematičkim formalizmom objasnimo pojave s obje strane faznog prijelaza. Za  $\delta > \delta_c$  inducirana makroskopska polarizacija postaje permanentna polarizacija  $\mathbf{P}_{\parallel}^{ind} \rightarrow \mathbf{P}_{\parallel}$  koja i dalje ovisi o parametru  $\delta$  ali slabo o vanjskom polju  $\mathbf{E}_{\parallel}^v$ .

Razvoj  $\chi_{\parallel}$  s lijeve strane kritične točke  $\delta_c$  implicira prvi stupanj divergencije u susceptibilnosti

$$\chi_{\parallel}(\lambda, \delta \approx \delta_c) \approx \chi_0 \frac{2}{3\sigma} \frac{1}{\delta_c - \delta}. \quad (23)$$

Divergencija (23) tipična je za prijelaz iz parafaze u uređenu fazu i u slučaju parametra poput temperature  $\delta \rightarrow T$ . U konačnici, na modelu 2D rešetke polarizabilnih atoma pokazali smo da i na temperaturi apsolutne nule može doći do promjene faze sustava mijenjanjem udaljenosti među čvorovima rešetke.

---

## Ograničenja modela

---

Do sada nije zabilježen 2D materijal s fizikalnim svojstvima sličnima predstavljenom modelu feroelektrika. Općenito, broj realnih sustava koji imaju stabilno 2D kristalno uređenje izuzetno je malen. 2D kristale sintetiziramo iz njihovih stabilnih 3D verzija koje su sazdane od ravnina povezanim slabim Van der Waalsovima silama. Na taj način do sada su uspješno sintetizirani samo 2D materijali s heksagonalnom rešetkom. Heksagonalna rešetka posljedica je *sp* hibridizacije atomskih orbitala i ujedno pruža mehaničku stabilnost 2D sloja. Iako slična kvadratnoj, analiza dipolnog polja u heksagonalnim sustavima znatno je složenija. Komplikaciji analize polja pridonosi i više različitih atoma u primitivnoj ćeliji. Također, za razliku od 3D materijala koji se mogu komprimirati pod djelovanjem hidrostatskog tlaka, realne 2D kristale možemo samo rastezati. U suprotnom dolazi do boranja 2D plohe poput tkanine. Ipak, umjetnim putem možemo sintetizirati 2D kvadratnu atomsku rešetku. Pomoću niza preklapljenih laserskih snopova atome se zarobi u određene točke prostora i ovisno o geometriji eksperimentalnog postava formira se *fotonska* rešetka [5]. Mijenjajući karakteristike laserskih snopova mijenjamo udaljenost između atoma. Time parametar  $\delta$  postaje eksperimentalno dostupna varijabla. No treba voditi brigu o mogućnosti formiranja metalne faze. Ako su atomi u fotoničnoj rešetki dovoljno blizu tj. ukoliko ne vrijedi  $a \gg r_A$  dolazi do preklapanja atomskih orbitala i elektroni koji se u njima nalaze mogu skočiti na susjedni atom i tako se gibati rešetkom. U tom slučaju 2D kristal postaje vodič, a elektrodinamička svojstva vodiča znatno su različita od izolatora. Primjerice, električno polje u vodiču nepodvrgnutome vanjskom naponu iščezava.

---

## Literatura

---

- [1] EDWARD M. PURCELL, *Elektricitet i magnetizam*, Tehnička knjiga, Zagreb (1989).
- [2] I. KUPČIĆ, *Fizika čvrstog stanja*, Hinus, Zagreb (1998).
- [3] M. S. SAFRONOVA et.al., *Atomic polarizabilities*, AIP Conference Proceedings **1642**, 81 (2015).
- [4] J. TOPPING, *On the Mutual Potential Energy of a Plane Network of Doublets*, Proc. R. Soc. London, Ser. A, **114**, 67, (1927).
- [5] M. J. PIOTROWICZ et. al., *Two-dimensional lattice of blue-detuned atom traps using a projected Gaussian beam array*, Phys. Rev. A **88**, 013420, (2013).