Međunarodno matematičko natjecanje
“Klokan bez granica” 2024. g.

Međunarodno matematičko natjecanje “Klokan bez granica” dvadesetšesti se put održalo 22. ožujka ove godine, ponovno pod pokroviteljstvom Hrvatskog matematičkog društva.

Natjecanje je održano u 632 osnovne i 90 srednjih škola, a učenici su se natjecali podijeljeni u sedam kategorija: **P**čelice, **L**eptirići, **E**coliers, **B**enjamins, **C**adets, **J**uniors i **S**tudents. Ukupno se natjecalo 36 647 učenika.

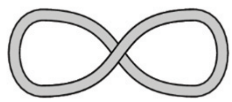
Natjecalo se 7545 učenika II. razreda osnovne škole (**P**), 7196 učenika III. razreda osnovne škole (**L**), 11 121 učenika IV. i V. razreda osnovne škole (**E**), 6109 učenika VI. i VII. razreda osnovne škole (**B**), 3057 učenika VIII. razreda osnovne škole i I. razreda srednje škole (**C**), 1293 učenika II. i III. razreda srednje škole (**J**) i 326 učenika IV. razreda srednje škole (**S**).

Sljedeći zadatci mogu vas upoznati s ovogodišnjim natjecanjem i korisno poslužiti kao priprema za novo natjecanje koje će se održati 20. ožujka 2025. godine.

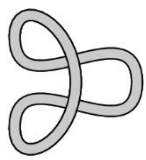
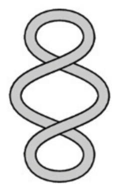
Koordinatorica natjecanja, Maja Marić

Zadatci za učenike 8. razreda osnovne i 1. razreda srednje škole (Cadet)

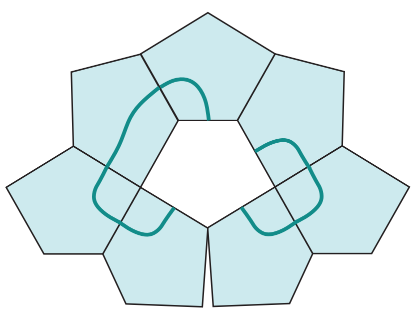
Pitanja za 3 boda:

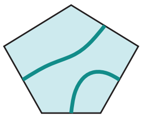
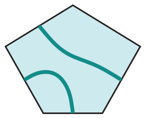
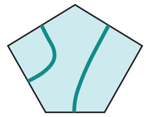
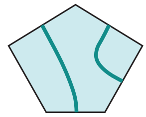
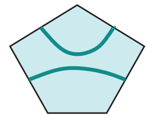


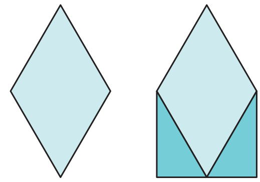
1. Koja se od sljedećih petlji ne može bez rezanja presložiti u petlju prikazanu zdesna?

A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

2. Lik na slici sastavljen je od peterokutnih pločica jednakih veličina. Koja od sljedećih pločica nedostaje u tom liku da bi se dobile dvije zatvorene crte?



A.  B.  C.  D.  E. 

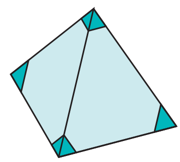


3. Na prvoj slici prikazan je romb. Za koliki se postotak poveća površina ako rombu docrtamo dva pravokutna trokuta, kako je prikazano na drugoj slici?

A. 20 % **B.** 25 % **C.** 30 % **D.** 40 % **E.** 50 %

4. Kolika je vrijednost razlomka $\dfrac{20 \cdot 24}{2 \cdot 0 + 2 \cdot 4}$?

A. 12 **B.** 30 **C.** 48 **D.** 60 **E.** 120



5. Jan je kod svakog vrha pravilnog tetraedra odrezao dio kao što je prikazano na slici. Koliko vrhova ima oblik koji je nastao nakon rezanja?

A. 8 **B.** 9 **C.** 11 **D.** 12 **E.** 15

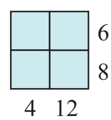
6. U zdjeli za voće su jabuke, grožđe, trešnje, jagode i banane.
Ana voli jabuke. Petar voli jabuke, trešnje, jagode i banane. Lara voli grožđe, trešnje, jagode i banane. Domagoj voli jabuke, grožđe i trešnje. Ena voli jabuke i trešnje. Voće su podijelili tako da svatko dobije različitu vrstu voća, i to onu koju voli. Tko je dobio trešnje?

A. Ana **B.** Petar **C.** Lara **D.** Domagoj **E.** Ena

7. U obavijesti o ograničenju ukupne mase u dizalu navedeno je da dizalo smije istovremeno prevoziti ili dvanaest odraslih osoba ili dvadesetero djece. U skladu s ograničenjem, koji je najveći broj djece koja se mogu istovremeno voziti s devet odraslih osoba?

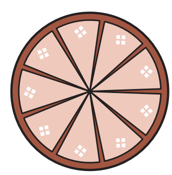
A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6 **E.** 8

8. U kvadratnoj mreži upisana su četiri različita prirodna broja. Brojevi su prekriveni, no umnožak brojeva u svakome retku i svakom stupcu upisan je pored tablice. Koliki je zbroj tih četiriju brojeva?



A. 10 **B.** 12 **C.** 13 **D.** 14 **E.** 15

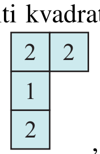
Pitanja za 4 boda:

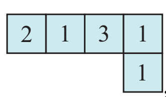


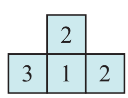
9. Sofija je ispekla tortu i izrezala je na deset jednakih dijelova. Pojela je jedan komad, a preostale ravnomjerno rasporedila kao što je prikazano na slici. Kolika je veličina kuta između dvaju susjednih komada torte?

A. 5° **B.** 4° **C.** 3° **D.** 2° **E.** 1°

10. Fran može složiti kvadrat 4×4 pomoću ova tri dijela



, 

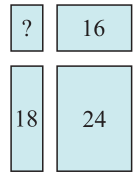
, 

i još jednog koji nedostaje. Koji je to dio ako je zbroj brojeva u svakome retku i u svakom stupcu toga kvadrata isti?

A. 1 | 1 | 3 **B.** 2 | 1 | 0 **C.** 1 | 2 | 1 **D.** 2 | 2 | 2 **E.** 2 | 2 | 3

11. Pingvin Pingi svaki dan ide u ribolov iz kojega donese dvanaest riba za svoja dva pingvinčića. Svaki dan daje sedam riba pingvinčiću koji prvi dođe do njega, a drugome preostalih pet riba. U posljednjih nekoliko dana jedan je pingvinčić pojeo 44 ribe. Koliko je riba pojeo drugi?

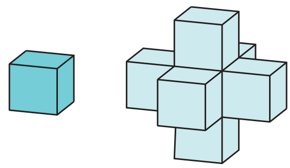
A. 34 **B.** 40 **C.** 46 **D.** 52 **E.** 58



12. Noa je izrezao veliki pravokutnik i dobio četiri manja. Opsezi triju manjih pravokutnika su 16, 18 i 24, kao što je prikazano na slici. Koliki je opseg najmanjega pravokutnika?

A. 8 **B.** 10 **C.** 12 **D.** 14 **E.** 16

13. Kristijan ima puno identičnih kocaka. Napravio je oblik prikazan na slici tako da je na svaku stranu jedne kocke zalijepio jednu stranu nove kocke. Dobiveni oblik želi proširiti na isti način tako da na svaku njegovu stranu zalijepi jednu stranu nove kocke. Koliko mu dodatnih kocaka treba da bi proširio prikazani oblik?



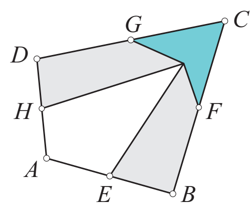
A. 18 **B.** 16 **C.** 14 **D.** 12 **E.** 10

14. Klokan skače uzbrdo, a zatim nazad istim putem. Svakim skokom nizbrdo prijeđe tri puta veću udaljenost od one koju prijeđe svakim skokom uzbrdo. Njegovi skokovi uzbrdo dugački su 1 m. Klokan je ukupno skočio 2024 puta. Koliku je ukupnu udaljenost u metrima prešao na taj način?

A. 506 **B.** 1012 **C.** 2024 **D.** 3036 **E.** 4048

15. Točke E, F, G, H polovišta su stranica četverokuta $ABCD$. Površina tamno sivo osjenčanog dijela je $12\ \text{cm}^2$, a svaki od svijetlo sivo osjenčanog dijela ima površinu $24\ \text{cm}^2$. Kolika je površina neosjenčanog dijela toga četverokuta?

A. $30\ \text{cm}^2$ **B.** $32\ \text{cm}^2$ **C.** $34\ \text{cm}^2$ **D.** $36\ \text{cm}^2$ **E.** $38\ \text{cm}^2$



16. Devet karata označenih brojevima od 1 do 9 stavljeno je na stol licem prema dolje. Marko, Vito, Korina i Zita uzeli su svatko po dvije karte. Marko je rekao: "Moji brojevi zajedno daju 6". Vito je izjavio: "Moji se brojevi razlikuju za 5". Korina je rekla: "Umnožak mojih brojeva je 18". Zita je objavila: "Jedan od mojih brojeva dvostruko je veći od drugog". Ako su svi rekli istinite tvrdnje, koji je broj na karti koja je ostala na stolu?

A. 1 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 8 **E.** 9

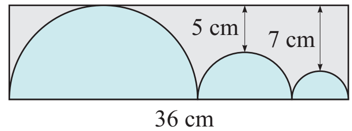
Pitanja za 5 bodova:

17. Znamenke od 0 do 9 mogu se zapisati pomoću horizontalnih i vertikalnih linija kao što je prikazano na slici.

Hrvoje je izabrao tri različite znamenke. Njegove znamenke imaju ukupno 5 horizontalnih i 10 vertikalnih linija. Koliki je zbroj njegovih znamenka?

A. 9 **B.** 10 **C.** 14 **D.** 18 **E.** 19

18. Slika prikazuje tri polukruga upisana pravokutniku. Srednji polukrug dodiruje preostala dva polukruga koji pak dodiruju kraću stranicu pravokutnika. Najveći polukrug dodiruje i jednu od duljih stranica pravokutnika. Ona je od preostala dva polukruga udaljena 5 cm, odnosno 7 cm. Koliki je opseg pravokutnika?

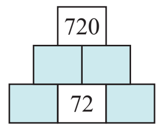


A. 82 **B.** 92 **C.** 96 **D.** 108 **E.** 120

19. Skupina od 50 učenika sjedi u krug. Bacaju loptu, a svaki učenik koji je dobije baci je šestom učeniku do sebe koji sjedi suprotno od kretanja kazaljki sata. Monika je uhvatila loptu 100 puta. Koliko učenika za to vrijeme nije niti jednom dobilo loptu?

A. 0 **B.** 8 **C.** 10 **D.** 5 **E.** 40

20. Zrinka želi dovršiti dijagram tako da svaka ćelija sadrži broj jednak umnošku pozitivnih cijelih brojeva upisanih u dvije ćelije u redu ispod. Ako je u ćeliji na vrhu broj 720, koliko različitih vrijednosti može imati broj n?

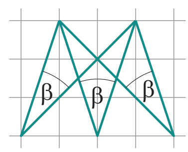


A. 1 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6 **E.** 8

21. Nina prodaje kokošja i pačja jaja. Složena su u košare s po 4, 6, 12, 13, 22 i 29 jaja. Njezin je prvi kupac kupio sva jaja iz jedne košare. Nina je primijetila da joj je ostalo dvostruko više kokošjih jaja. Koliko je jaja kupio taj kupac?

A. 4 **B.** 12 **C.** 13 **D.** 22 **E.** 29

22. U kvadratnoj mreži označena su tri kuta, α, β i γ, kako je prikazano na slici. Koliko je $\alpha + \beta + \gamma$?

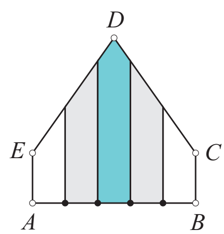


A. 60° **B.** 70° **C.** 75° **D.** 90° **E.** 120°

23. Ada vozi od točke A do točke B, a zatim se odmah vraća u A.
Mia vozi od točke B do točke A, a zatim se odmah vraća u B. Putuju istom cestom, počinju u isto vrijeme i voze stalnim brzinama. Adina je brzina tri puta veća od Mijine. Prvi su se put mimoišle 15 minuta nakon starta. Koliko će se minuta nakon početka vožnje mimoići drugi put?

A. 20 min **B.** 25 min **C.** 30 min **D.** 35 min **E.** 45 min

24. U peterokutu $ABCDE$ vrijedi: $\measuredangle A = \measuredangle B = 90^\circ$, $|AE| = |BC|$ i $|ED| = |DC|$. Četiri točke istaknute na dužini $\overline{AB}$ dijele je na pet jednakih dijelova. Tim točkama nacrtane su okomice na $\overline{AB}$, kao što je prikazano na slici. Tamno osjenčani dio ima površinu 13 cm^2, a svijetlo sivo osjenčani dio 10 cm^2. Kolika je površina u cm^2 danog peterokuta?



A. 45 **B.** 47 **C.** 49 **D.** 58 **E.** 60

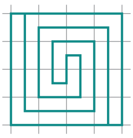
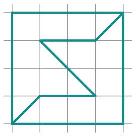
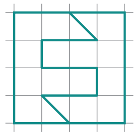
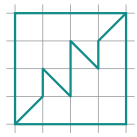
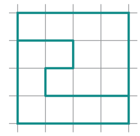
Zadatci za učenike 2. i 3. razreda srednjih škola (Junior)

Pitanja za 3 boda:

1. Odredi vrijednost izraza $\dfrac{2 \cdot 0.24}{20 \cdot 2.4}$.

A. 0.01 **B.** 0.1 **C.** 1 **D.** 10 **E.** 100

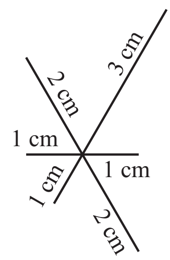
2. Koji je od danih kvadrata podijeljen na dva dijela koja **nemaju** isti oblik?

A. 
B. 
C. 
D. 
E. 

3. Igra skakanja izvodi se tako da igrač skače po jednom u svaki kvadrat, izmjenjujući lijevu nogu – obje noge – desnu nogu – obje noge – lijevu nogu – obje noge itd., kao što je prikazano na slici. Maja je igrajući tu igru skočila u točno 48 kvadrata počevši skokom na lijevu nogu. Koliko je puta tijekom igre njena lijeva noga dodirnula tlo?

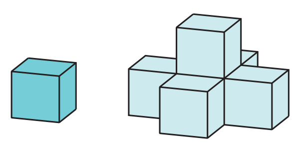
A. 12 **B.** 24 **C.** 36 **D.** 40 **E.** 48

4. Toma želi nacrtati prikazani crtež bez podizanja olovke s papira. Koja je najkraća udaljenost koju mora prijeći olovkom kako bi to učinio? Na slici su dane duljine dužina. Svoj crtež može započeti gdje god želi.



A. 14 cm **B.** 15 cm **C.** 16 cm **D.** 17 cm **E.** 18 cm

5. Ivan izrađuje niz struktura na stolu. Počeo je s jednom kockom. Sljedeću strukturu izrađuje tako da dodaje 5 kocaka koje prikrivaju sve vidljive strane početne kocke, kao na slici. Koji je najmanji broj kocaka potreban kako bi se prekrile sve vidljive strane druge strukture?

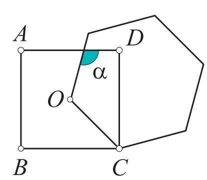


A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 13 **E.** 19

6. Troznamenkasti palindrom broj je oblika aba, gdje su a i b znamenke (mogu biti jednake ili različite). Odredi zbroj znamenaka najvećeg troznamenkastog palindroma djeljivog brojem 6.

A. 16 **B.** 18 **C.** 20 **D.** 21 **E.** 24

7. Martin je nacrtao kvadrat $ABCD$ i pravilan šesterokut stranice $\overline{OC}$, gdje je O sjecište dijagonala kvadrata (vidi sliku). Odredi mjeru kuta α.



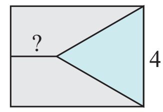
A. 105° **B.** 110° **C.** 115° **D.** 120° **E.** 125°

8. Ardal je ogradio zemljište oblika pravokutnika s 40 m ograde. Duljine stranica zemljišta izražene u metrima prosti su brojevi. Koja je najveća moguća površina Ardalovog zemljišta?

A. 99 m^2 **B.** 96 m^2 **C.** 91 m^2 **D.** 84 m^2 **E.** 51 m^2

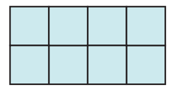
Pitanja za 4 boda:

9. Pravokutnik je podijeljen na tri dijela jednakih površina. Jedan je dio jednakostraničan trokut stranice duljine 4 cm, a druga su dva dijela trapezi, kao na slici. Kolika je duljina kraće osnovice trapeza?



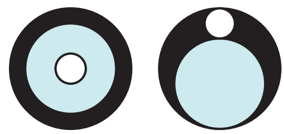
A. $\sqrt{2}$ cm **B.** $\sqrt{3}$ cm **C.** $2\sqrt{2}$ cm **D.** 3 cm **E.** $2\sqrt{3}$ cm

10. Jelena upisuje slova A, B, C i D u prikazanu 2×4 tablicu. U svaku kućicu upisuje točno jedno slovo. Želi tablicu popuniti tako da se svako od četiri slova pojavljuje točno jednom u svakom retku i u svakom 2×2 kvadratu. Na koliko načina to može učiniti?



A. 12 **B.** 24 **C.** 48 **D.** 96 **E.** 198

11. Sanjin je od tri različita papira u boji izrezao tri kruga. Postavio ih je jedan na drugi kao na lijevoj slici. Zatim je premjestio krugove tako da se svaka dva kruga dodiruju u jednoj točki, kao na desnoj slici. Na lijevoj je slici površina vidljivog crnog dijela sedam puta veća od površine bijelog kruga. Koliki je omjer površina vidljivog crnog dijela na ove dvije slike?

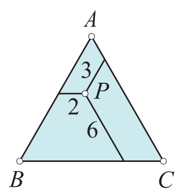


A. 3 : 1 **B.** 4 : 3 **C.** 6 : 5 **D.** 7 : 6 **E.** 9 : 7

12. Marijina kći upravo je rodila kćer. Za dvije će godine umnožak dobi Marije, njezine kćeri i njezine unuke iznositi 2024. I Marija i njezina kći imaju paran broj godina. Koliko godina Marija ima danas?

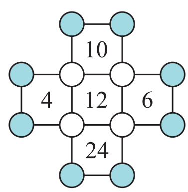
A. 42 **B.** 44 **C.** 46 **D.** 48 **E.** 50

13. Unutar jednakostraničnog trokuta odabrana je točka P. Iz točke P konstruiramo tri dužine paralelne sa stranicama trokuta, kao na slici. Ti segmenti su duljina 2 m, 3 m i 6 m. Koliki je opseg trokuta ABC?



A. 22 m **B.** 26 m **C.** 33 m **D.** 39 m **E.** 44 m

14. U svaki od 12 krugova na slici upisan je jedan prirodan broj. U svaki kvadrat upisan je umnožak brojeva u njegovim vrhovima. Odredi umnožak osam brojeva koji se nalaze u sivim krugovima.



A. 20 **B.** 40 **C.** 80 **D.** 120 **E.** 480

15. Filip ima n^3 $(n > 2)$ identičnih kockica. Od njih je napravio veliku kocku čiju je površinu zatim obojio. Broj kockica kojima je obojena samo jedna strana jednak je broju kockica kojima ni jedna strana nije obojena. Koliko iznosi n?

A. 4 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8 **E.** 10

16. Kristina ima 12 karata numeriranih od 1 do 12. Po jednu kartu stavlja u svaki vrh osmerokuta na način da zbroj brojeva na kartama koje leže na istoj stranici bude višekratnik broja 3. Koje brojeve Kristina nije iskoristila?

A. 1, 5, 9, 12 **B.** 3, 5, 7, 9 **C.** 1, 2, 11, 12 **D.** 5, 6, 7, 8 **E.** 3, 6, 9, 12

Pitanja za 5 bodova:

17. Rastav broja $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ na proste faktore oblika je kao na slici. Prosti faktori zapisani su u rastućem poretku. Tinta je prekrila neke faktore i neke eksponente. Koji je eksponent na broju 17?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

18. Karlo naizmjenice po danima ili stalno laže ili stalno govori istinu. Jedan je dan izgovorio četiri od pet danih izjava. Koju izjavu nije mogao izgovoriti taj dan?
A. Lagao sam jučer i lagat ću sutra.
B. Govorim istinu danas i govorit ću istinu sutra.
C. Broj 2024 djeljiv je brojem 11.
D. Jučer je bila srijeda.
E. Sutra će biti subota.

19. Zbroj znamenaka broja N tri je puta veći od zbroja znamenaka broja $N+1$. Koji je najmanji mogući zbroj znamenaka broja N?
A. 9 **B.** 12 **C.** 15 **D.** 18 **E.** 27

20. Jana ima crne, sive i bijele jedinične kocke. Iskoristit će njih 27 kako bi napravila kocku $3 \times 3 \times 3$. Želi da trećina površine te kocke bude crne, trećina sive, a trećina bijele boje. Označimo s A najmanji mogući broj crnih kockica kojima to može postići, a s B najveći mogući broj crnih kockica kojima to može postići. Koliko iznosi $B - A$?
A. 1 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 7 **E.** 9

21. Ana je 24 puta bacila igraću kocku. Svaki se broj od 1 do 6 pojavio barem jednom. Broj 1 pojavio se više puta nego ijedan drugi broj. Ana je zbrojila sve dobivene brojeve. Zbroj koji je dobila bio je najveći mogući. Koji je zbroj dobila?
A. 83 **B.** 84 **C.** 89 **D.** 90 **E.** 100

22. Olja se šetala parkom. Polovicu ukupnog vremena hodala je brzinom 2 km/h. Zatim je prehodala pola ukupnog puta brzinom 3 km/h. Do kraja šetnje hodala je brzinom 4 km/h. Koliki je dio ukupnog vremena hodala brzinom 4 km/h?
A. $\frac{1}{14}$ **B.** $\frac{1}{12}$ **C.** $\frac{1}{7}$ **D.** $\frac{1}{5}$ **E.** $\frac{1}{4}$

23. Alisa želi izbaciti neke cijele brojeve od 1 do 25, a zatim odvojiti preostale brojeve u dva skupa tako da umnožak brojeva unutar svakog skupa bude jednak. Koliko je najmanje brojeva Alisa mogla ukloniti?
A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7 **E.** 8

24. Dano je n različitih pravaca $l_1, l_2, \ldots, l_n$ u ravnini. Pravac l_1 siječe točno 5 pravaca, pravac l_2 siječe točno 9 pravaca, a pravac l_3 siječe točno 11 pravaca. Koja je najmanja moguća vrijednost broja n?
A. 11 **B.** 12 **C.** 13 **D.** 14 **E.** 15

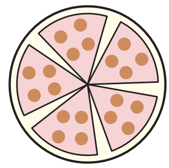
Zadatci za učenike 4. razreda srednje škole (Student)

Pitanja za 3 boda:

1. Koji je od zadanih brojeva za dva manji od višekratnika broja 10, za dva veći od potpunog kvadrata i dvostruko veći od prostog broja?

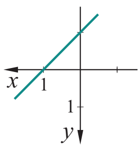
A. 78 **B.** 58 **C.** 38 **D.** 18 **E.** 6

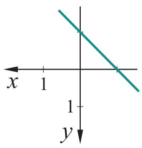
2. Mladi je klokan razrezao pizzu na šest jednakih dijelova. Pojeo je jednu krišku pa preostale razmjestio tako da između svake dvije bude isti razmak, kao na slici. Koliki je sada kut između dvije kriške pizze?

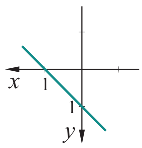


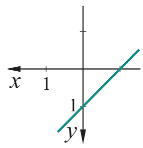
A. $5°$ **B.** $8°$ **C.** $9°$ **D.** $10°$ **E.** $12°$

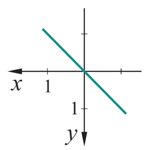
3. Josip ima neobičnu naviku crtanja koordinatnog sustava tako da mu je pozitivan smjer koordinatnih osi lijevo, odnosno dolje. Kako bi izgledao graf funkcije $y = x + 1$ u Josipovu koordinatnom sustavu?

A. 

B. 

C. 

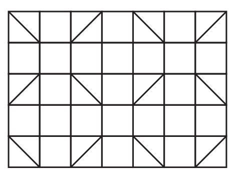
D. 

E. 

4. Kata je namjestila igraću kocku tako da su vjerojatnosti dobivanja svakog od brojeva 2, 3, 4 ili 5 još uvijek $\frac{1}{6}$, no vjerojatnost dobivanja broja 6 dvostruko je veća od vjerojatnosti dobivanja broja 1. Kolika je vjerojatnost da se bacanjem Katine igraće kocke dobije 6?

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{7}{36}$ **D.** $\frac{2}{9}$ **E.** $\frac{5}{18}$

5. Dabar želi obojiti kvadrate i trokute prikazane na slici tako da susjedni likovi budu obojeni različitim bojama (čak i oni kojima je zajednički samo vrh). Koliki je najmanji broj boja koji mu za to treba?



A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6 **E.** 7

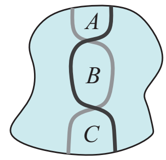
6. Na stolu je 6 čaša okrenutih otvorom prema gore. U svakom potezu možemo okrenuti točno 4 čaše. Koliko je najmanje poteza potrebno kako bi sve čaše bile okrenute otvorom prema dolje?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

7. Martin je počeo s brojem 1 i pomnožio ga sa 6 ili 10. Zatim je rezultat pomnožio sa 6 ili 10. Nastavio je isti postupak. Koji od ponuđenih brojeva Martin nije mogao dobiti svojim postupkom?

A. $2^{100}3^{20}5^{80}$ **B.** $2^{90}3^{20}5^{80}$ **C.** $2^{90}3^{20}5^{70}$ **D.** $2^{110}3^{80}5^{30}$ **E.** $2^{50}5^{50}$

8. Kroz park prolaze crna i siva staza, kao na slici. Svaka staza dijeli park na dva dijela jednake površine. Koja od ponuđenih tvrdnji mora biti točna za površine A, B i C?



A. $A = C$ **B.** $B = A + C$ **C.** $B = \frac{1}{2}(A + C)$

D. $B = \frac{2}{3}(A + C)$ **E.** $B = \frac{3}{5}(A + C)$

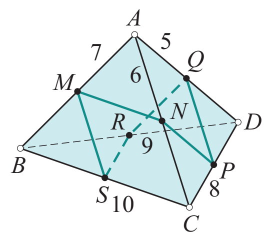
Pitanja za 4 boda:

9. Točno jedna od ponuđenih tvrdnji o određenom prirodnom broju n je istinita. Koja?

A. n je djeljiv s 3 **B.** n je djeljiv sa 6 **C.** n je neparan

D. $n = 2$ **E.** n je prost

10. Trostrana piramida $ABCD$ ima bridove duljina 5, 6, 7, 8, 9 i 10. Točke M, N, P, Q, R i S polovišta su bridova piramide, kao na slici. Kolika je duljina zatvorene izlomljene linije $MNPQRSM$?

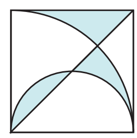


A. 19 **B.** 20 **C.** 21 **D.** 22 **E.** 23

11. Ivan ima crne i bijele jedinične kocke. Iskoristit će njih 27 kako bi napravio $3 \times 3 \times 3$ kocku. Želi da polovina površine te kocke bude crne, a polovina bijele boje. Koji je najmanji mogući broj crnih kockica kojima to može postići?

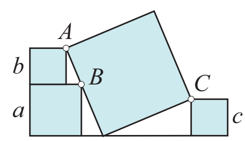
A. 14 **B.** 13 **C.** 12 **D.** 11 **E.** Ništa od navedenog.

12. U kvadrat stranice duljine 6 cm ucrtana je dijagonala, polukružnica i četvrtina kružnice. Kolika je površina osjenčanog dijela, u cm^2?



A. 9 **B.** 3π **C.** $6\pi - 9$ **D.** $\frac{10\pi}{3}$ **E.** 12

13. Na slici su četiri kvadrata. Tri manja imaju duljine stranica a, b i c. Vrhovi A i C dvaju manjih kvadrata podudaraju se s nasuprotnim vrhovima velikoga kvadrata. Vrh B trećeg malog kvadrata nalazi se na stranici velikog kvadrata. Koji od ponuđenih izraza predstavlja duljinu stranice najvećeg kvadrata?



A. $\frac{1}{2}(a + b + c)$ **B.** $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ **C.** $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$

D. $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$ **E.** $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

14. Koliko ima troznamenkastih brojeva koji sadrže barem jednu od znamenaka 1, 2 ili 3?

A. 27 **B.** 147 **C.** 441 **D.** 557 **E.** 606

15. Mirta je zapisala četveroznamenkast broj $N = \overline{pqrs}$. Kada je stavila decimalnu točku između znamenaka q i r, primijetila je da je dobiveni broj $\overline{pq.rs}$ prosjek dvoznamenkastih brojeva $\overline{pq}$ i $\overline{rs}$. Odredi zbroj znamenaka broja N.

A. 14 **B.** 18 **C.** 21 **D.** 25 **E.** 27

16. Dvije svijeće jednake visine počele su gorjeti u isto vrijeme. Jedna od njih izgorjet će za 4 sata, a druga za 5 sati, obje konstantnom brzinom. Nakon koliko će sati jedna od svijeća biti tri puta viša od druge?

A. $\frac{40}{11}$ **B.** $\frac{45}{12}$ **C.** $\frac{63}{20}$ **D.** 3 **E.** $\frac{47}{14}$

Pitanja za 5 bodova:

17. Andrej ima šest kartica. Na svakoj je kartici sa svake strane napisan jedan broj. Parovi brojeva na karticama su: $(5,12)$, $(3,11)$, $(0,16)$, $(7,8)$, $(4,14)$ i $(9,10)$. Kartice se mogu staviti na prazna mjesta na slici u bilo kojem redoslijedu, okrenute na bilo koju stranu. Koji je najmanji rezultat koji Andrej može dobiti?

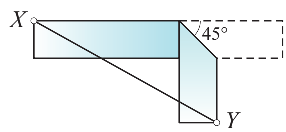
$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

A. -23 **B.** -24 **C.** -25 **D.** -26 **E.** -27

18. Klokan rješava jednadžbu $ax^2+bx+c=0$, a Dabar jednadžbu $bx^2+ax+c=0$, gdje su i međusobno a, b i c različiti cijeli brojevi i različiti od nule. Ispostavilo se da te dvije jednadžbe imaju točno jedno zajedničko rješenje. Koja od ponuđenih izjava mora biti točna?

A. Zajedničko rješenje mora biti 0.
B. Jednadžba $ax^2+bx+c=0$ ima točno jedno rješenje.
C. $a>0$ **D.** $b<0$ **E.** $a+b+c=0$

19. Papirnatu vrpcu dugačku 12 cm i široku 2 cm presavinemo tako da njena dva dijela budu pod pravim kutom, kao na slici. Koliko iznosi najmanja moguća udaljenost od X do Y, u cm?



A. $6\sqrt{2}$ **B.** $7\sqrt{2}$ **C.** 10 **D.** 8 **E.** $6+\sqrt{2}$

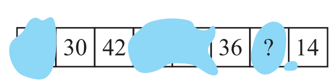
20. Rajka ima nekoliko simetričnih 12-stranih igraćih kockica sa stranama označenima prirodnim brojevima od 1 do 12. Vjerojatnosti pojavljivanja svakoga od tih brojeva međusobno su jednake. Kada ih baca sve odjednom, vjerojatnost da padne samo jedan broj 12 jednaka je vjerojatnosti da ne padne niti jedan broj 12. Koliko kockica ima Rajka?

A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 11 **E.** 12

21. Za realne brojeve x, y i z vrijede jednakosti $2^x=3$, $2^y=7$, $6^z=7$. Koji od ponuđenih izraza vrijedi?

A. $z=\frac{y}{1+x}$ **B.** $z=\frac{x}{y}+1$ **C.** $z=\frac{y}{x}-1$ **D.** $z=\frac{x}{y-1}$ **E.** $z=y-\frac{1}{x}$

22. Inicijalno je u svaki od osam kvadratića na papiru upisan broj 0. U svakom potezu odabiremo četiri uzastopna kvadratića od njih osam te brojevima upisanim u njima pribrajamo 1. Na slici je prikazano stanje nakon određenog broja poteza, no tinta je prekrila neke brojeve. Koji je broj u kvadratiću označenom upitnikom?



A. 24 **B.** 30 **C.** 36 **D.** 48 **E.** Ništa od navedenog.

23. Za funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ vrijedi $f(20 - x) = f(22 + x)$ za svaki realan broj x. Poznato je da funkcija f ima samo dvije nultočke. Koliko iznosi zbroj tih dviju nultočaka?

A. -1 **B.** 20 **C.** 21 **D.** 22 **E.** Ništa od navedenog.

24. Kružnica je s 12 točaka podijeljena na 12 jednakih dijelova. Koliko ima trokuta kojima su vrhovi u tim točkama, a koji imaju kut mjere $45°$?

A. 48 **B.** 60 **C.** 72 **D.** 84 **E.** 96

Rješenja

Cadet

1. B	2. C	3. E	4. D	5. D	6. E	7. C	8. C
9. B	10. A	11. D	12. B	13. A	14. D	15. D	16. E
17. A	18. B	19. D	20. D	21. E	22. D	23. C	24. A

Junior

1. A	2. E	3. C	4. B	5. D	6. E	7. A	8. C
9. B	10. B	11. D	12. B	13. C	14. B	15. D	16. E
17. C	18. C	19. B	20. D	21. D	22. A	23. B	24. B

Student

1. C	2. E	3. D	4. D	5. C	6. B	7. B	8. B
9. C	10. C	11. E	12. A	13. C	14. B	15. D	16. E
17. D	18. E	19. B	20. D	21. A	22. A	23. E	24. D

Obavijesti se mogu dobiti na mrežnim stranicama HMD-a:

`http://www.matematika.hr/klokan/2024/`