

# MODELIRANJE DINAMIKE PUNJENJA I PRAŽNjenja RETENCIJA/DETENCIJA

## MODELING THE INFLOW AND OUTFLOW DYNAMICS OF RETENTION/DETENTION BASIN

Monika Greblo\* i Vanja Travaš\*

### Sažetak

*U radu je prikazan proračunski postupak za modeliranje dinamike pražnjenja i punjenja retencija/detencija namijenjenih privremenom zadržavanju vode, odnosno ostvarivanju potrebne transformacije vodnog vala. Proračunski postupak se temelji samo na principu očuvanja mase te je stoga vrlo jednostavan i atraktivan za praktičnu primjenu (uz pretpostavku da se dinamičke pojave mogu opravdano zanemariti). Kako bi se za mjerodavne ekstremne hidrološke uvjete provjerila učinkovitost retencije u privremenom zadržavanju vodnog vala, vremenska promjena razine vode u retenciji određena je rješenjem jednadžbe očuvanja mase koja nastalu promjenu volumena vode u retenciji dovodi u vezu s razlikom masenih protoka na ulazu i izlazu iz retencije u istom vremenskom periodu. Proračunski postupak prikazan u radu uvažava dotok vode iz površinskih pritoka i dotok vode nastao oborinama iznad retencije te su od masenih protoka na izlazu iz retencije uvaženi: protok istjecanja pod tlakom kroz ispušni otvor, protok prelijevanja vode na preljevnom pragu i infiltracijski protok na dnu retencije. Proračunski postupak se time sveo na jednostavno numeričko rješavanje obične i nelinearne diferencijalne jednadžbe prvog reda.*

**Ključne riječi:** retencije, jednadžba očuvanja mase, istjecanje, prelijevanje, infiltracija

### Abstract

*The paper presents a calculation method that can be used to model the dynamics of emptying and filling retention basins intended for the temporary retention of water, i.e. to achieve the necessary transformation of the flood wave hydrograph. The calculation method is based only on the principle of mass conservation and is therefore very simple and attractive for practical application (assuming that dynamic*

---

\* Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka

E-mail: [mgreblo@student.uniri.hr](mailto:mgreblo@student.uniri.hr), [vanja.travas@uniri.hr](mailto:vanja.travas@uniri.hr)

*phenomena can be reasonably neglected). To verify the effectiveness of retention for the relevant hydrological extreme conditions, the temporal change in water level must be determined by solving the mass conservation equation, which correlates the resulting change in water volume in the retention and the difference in mass flows at the inlet and outlet of the retention in the same time period. The presented procedure takes into account the inflow of water from the surface flow and the inflow of water resulting from precipitation above the retention basin. Therefore, for water flows at the outlet, the following are taken into account: the water flow under pressure through the outlet, the water flow over the spillway crest and the infiltration flow at the bottom of the retention basin. The calculation method was reduced to a simple numerical solution of an ordinary and non-linear differential equation of the first order.*

**Key words:** retention, mass conservation equation, outflow, overflow, infiltration

## 1. Uvod

Zadržavanjem oborinske vode u nekom lokaliziranom području (unutar ili izvan urbanizirane sredine) smanjuju se protoci otjecanja na susjednim i nizvodnim površinama, čim se povoljno utječe na smanjenje vjerojatnosti formiranja plavljenih površina. Iako ovakvi objekti, koji čine dio zelene infrastrukture, mogu imati različite nazive, što će zavisiti o nekim njihovim specifičnostima, za njih se najčešće koristi termin retencija ili pak detencija [1] za slučaj da su opremljeni evakuacijskim elementima kojima se može regulirati dinamika njihovog pražnjenja. Kako bi se postigla ovakva funkcionalna namjena predmetnih objekata, za objekte je neophodno provjeriti može li se u mjerodavnim eksploatacijskim uvjetima (ekstremne oborine) njima postići potrebna transformacija ulaznog i izlaznog hidrograma, odnosno tzv. transformacija vodnog vala [2]. U tu svrhu je potrebno raspolagati modelom kojim se može aproksimirati dinamika izmjene volumena vode u retenciji/detenciji na temelju razlike protoka kojima se ona puni i prazni [3].

U nastavku će se prikazati relativno jednostavan proračunski algoritam koji se može koristiti u prethodno navedene svrhe, odnosno u svrhe izrade analiza od praktičnog značaja potrebnih za dizajniranje i dimenzioniranje retencijskih/detencijskih površina. Taj će se proračunski algoritam temeljiti na numeričkoj aproksimaciji jednadžbe očuvanja mase koja će uvažiti dvije komponente protoka s kojima se retencija/detencija puni (oborine i površinski tok) te tri komponente s kojima se prazni i to putem istjecanja, prelijevanja i infiltracije. S obzirom na to da se za dinamika istjecanja može regulirati zatvaračem, u formalnom terminološkom smislu će se raditi o detenciji, a ne o retenciji. Međutim, u nastavku će se i dalje

koristiti termin retencija jer se on i najčešće koristi u praksi (pa čak i onda kada se radi o detenciji).

## 2. Proračunski algoritam

Modeliranje vremenske promjene dubine vode  $h_r$  u retenciji, tj. funkcije  $h_r(t)$ , će se temeljiti na numeričkoj aproksimaciji jednadžbe očuvanja mase. Na taj način, počevši od zadanog početnog uvjeta  $h_r(t = 0)$ , funkcija  $h_r(t)$  će se aproksimirati numeričkim rješenjem obične diferencijalne jednadžbe prvog reda

$$A_r(h_r) \frac{dh_r}{dt} = \sum_i Q_i \quad (1)$$

u kojoj je  $A_r(h_r)$  funkcija površine vodnog lica  $A_r$  koja zavisi o dubini vode  $h_r$ , mjerene od kote dna retencije  $z_r$  (najniže kote), a  $\sum_i Q_i$ , na desnoj strani jednadžbe, suma svih protoka kojima se retencija puni i prazni (što će biti određeno predznakom protoka) pa će tako vrijediti

$$A_r(h_r) \frac{dh_r}{dt} = Q_{ul}(t) - Q_{iz}(h_r) \quad (2)$$

gdje  $Q_{ul}(t)$  predstavlja hidrogram sume svih protoka s kojima se retencija puni te  $Q_{iz}(h_r)$  hidrogram protoka s kojima se retencija prazni. Posebno je važno prepoznati da je protok  $Q_{ul}(t)$  unaprijed poznat, odnosno zadan te da je protok  $Q_{iz}(h_r)$  zavisao o rješenju jednadžbe  $h_r$ , a da je predmetna veza najčešće nelinearna (pa je i jednadžba (1) nelinearna). Rješenje jednadžbe (2) će se aproksimirati zamjenom diferencija s konačnim razlikama, odnosno supstitucijom  $dt \rightarrow \Delta t$  i  $dh_r \rightarrow \Delta h_r$  čime ona poprima oblik

$$A_r(h_r) \frac{\Delta h_r}{\Delta t} = \bar{Q}_{ul} - \bar{Q}_{iz} \quad (3)$$

gdje se povlaka nad članovima desne strane uvodi kako bi se označilo da oni predstavljaju srednje vrijednosti određene unutar vremenskog inkrementa  $\Delta t$ . Kako se predmetna analiza temelji na pretpostavci da je dinamika punjenja predmetnih objekata relativno spora, čime se zaobilazi potreba modeliranja principa očuvanja količine gibanja, valja primijetiti da će izbor vremenskog koraka  $\Delta t$  prvenstveno zavisiti o obliku retencije (tj. općenito o obliku spremnika u kojem se nalazi voda), odnosno da će nagle promjene u funkciji  $A_r(h_r)$  zahtijevati i manje vremenske korake [4]. Pritom, kako funkcija  $A_r(h_r)$  u predmetnim slučajevima vrlo malo odstupa od linearne funkcije (horizontalne dimenzije ovakvih infiltracijskih površina su značajno veće od njihove vertikalne dimenzije), za modeliranje

ovakvih procesa mogu se odabrati i veći vremenski koraci (reda veličine od nekoliko minuta pa i više). S druge strane, kako je prikazani proračunski postupak eksplicitan te ne iziskuje rješavanje nelinearne algebarske jednadžbe, vrlo ga je lako programski implementirati (u npr. program Excel) te nije zahtjevan u kontekstu računalnih resursa. Na temelju navedenoga, a za potrebe izrade analiza od praktičnog značaja, mogu se usvojiti vremenski koraci od npr. jedne minute (60 s) i to za duže vremenske domene (pa čak i od nekoliko dana). Istovremeno, valja i napomenuti da se izbor vremenskog koraka može provjeriti utjecajem njegove promjene na dobivene rezultate. Naime, sve dok promjena vremenskog koraka ne utječe značajno na rezultate modela, on se može smatrati prihvatljivim. Uvažavajući navedeno, za promjenu dubine vode  $\Delta h_r$  vrijedit će

$$\Delta h_r = h_r^{(n+1)} - h_r^{(n)} \quad (4)$$

gdje  $h_r^{(n+1)}$  označava nepoznatu dubinu vode na kraju vremenskog koraka, a  $h_r^{(n)}$  dubinu vode na početku vremenskog koraka koja je za prvi vremenski korak poznata iz zadanog početnog uvjeta, a za ostale iz izračunate dubine s kraja prethodnog vremenskog koraka. Na taj način, prethodna jednadžba može se napisati u obliku [5]

$$A_r(h_r) \frac{h_r^{(n+1)} - h_r^{(n)}}{\Delta t} = \bar{Q}_{ul} - \bar{Q}_{iz} \quad (5)$$

gdje će nepoznata dubina na kraju trenutnog vremenskog koraka biti

$$h_r^{(n+1)} = h_r^{(n)} + \frac{\Delta t}{A_r(h_r)} (\bar{Q}_{ul} - \bar{Q}_{iz}) \quad (6)$$

te se kvantifikacija drugog člana desne strane može provesti za: (i) poznatu dubinu vode  $h_r^{(n)}$ , čime će se formirati eksplicitni numerički algoritam, ili pak (ii) nepoznatu dubinu vode  $h_r^{(n+1)}$ , čime će se formirati implicitni numerički algoritam. Eksplicitni numerički algoritam je relativno jednostavan za računalnu implementaciju te je uvjetno stabilan, pa se stoga češće primjenjuje implicitni algoritam koji je bezuvjetno stabilan, ali isto tako i nešto složeniji za računalnu implementaciju (jer će zahtijevati provođenje iteracijskog postupka) Kako bi se predmetni proračun učinio što jednostavnijim za praktični rad te ujedno i ne ugrozila njegova numerička stabilnost, u nastavku će se koristiti kompromisno proračunsko rješenje kojem će točnost zavisiti o izboru vremenskog koraka  $\Delta t$ . Dakle, na početku vremenskog koraka  $\Delta t$  prvo će se pretpostaviti da postoje protoci kojima se retencija prazni te da je površina  $A_r$  konstantna i određena poznatom dubinom vode  $h_r^{(n)}$  na početku trenutnog vremenskog koraka (čime se uvodi linearizacija geometrije

retencije). U tom slučaju će tzv. linearizirana dubina vode  $\hat{h}_r^{(n+1)}$  na kraju vremenskog koraka biti određena s [5]

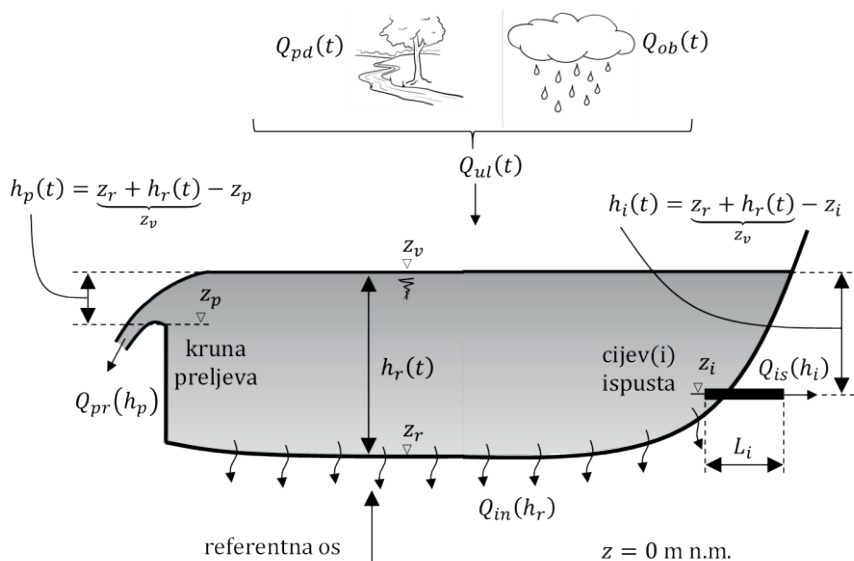
$$\hat{h}_r^{(n+1)} = h_r^{(n)} + \frac{\Delta t}{A_r(h_r^{(n)})} \bar{Q}_{ul}^{(n+1)} \quad (7)$$

te će predstavljati aproksimiranu dubinu vode na kraju vremenskog koraka koja će se u nastavku koristiti kako bi se aproksimirao protok  $\hat{Q}_{iz}^{(n+1)}$  kojim se u tom periodu retencija prazni. Kako je protok  $\bar{Q}_{ul}^{(n+1)}$  kojim se retencija puni unaprijed poznat, tj. zadan, razlika protoka  $\bar{Q}_{ul}^{(n+1)} - \hat{Q}_{iz}^{(n+1)}$  pomnožena s vremenskim korakom  $\Delta t$  će predstavljati volumen vode koji je unutar vremenskog koraka  $\Delta t$  ispušten iz retencije ili skladišten u retenciji (zavisno o predznaku razlike). Drugim riječima, počevši od poznatog volumena  $V_r^{(n)}$  s početka proizvoljnog vremenskog koraka  $\Delta t$ , na kraju vremenskog koraka  $\Delta t$  volumen vode će biti

$$V_r^{(n+1)} = V_r^{(n)} + \Delta t \cdot (\bar{Q}_{ul}^{(n+1)} - \hat{Q}_{iz}^{(n+1)}) \quad (8)$$

te će istom odgovarati dubina vode

$$h_r^{(n+1)} = f(V_r^{(n+1)}) \quad (9)$$



**Slika 1.** Konceptualni model analiziranog hidrauličkog sustava.

koja će predstavljati ostvarenu dubinu vode na kraju vremenskog koraka. Treba primijetiti da će predmetni proračunski algoritam zahtijevati

poznavanje funkcije  $V_r(h_r)$ , koja slijedi iz funkcije  $A_r(h_r)$ , ali i inverzne funkcije  $h_r(V_r)$ .

### 3. Modeliranje protoka $\bar{Q}_{ul}$

Modeliranje vremenske promjene dubine vode  $h_r$  u retenciji će u prvom redu zahtijevati zadavanje dinamike protoka (hidrograma  $Q(t)$ ) kojima se retencija puni. Za predmetni slučaj će se uvažiti dvije komponente protoka i to: (i) protok  $\bar{Q}_{ob}(t)$  ostvaren oborinama dospjelih direktno na površinu retencije i (ii) protok  $\bar{Q}_{pd}(t)$  ostvaren površinskim dotokom (Slika 1) pa će tako vrijediti

$$\bar{Q}_{ul}(t) = \bar{Q}_{ob}(t) + \bar{Q}_{pd}(t) \quad (10)$$

#### 3.1 Modeliranje oborinskog dotoka $\bar{Q}_{ob}(t)$

Modeliranje oborinskog dotoka  $\bar{Q}_{ob}$  će se svesti na množenje trenutnog intenziteta oborine  $i(t)$  i površine vodnog lica retencije  $A_r(h_r)$ . U tu svrhu treba zadati vremensku promjenu intenziteta oborine  $i(t)$ , za što se mogu koristiti podaci prethodno provedenih terenskih mjerenja za neki relevantni hidrološki događaj ili pak prognozirati neki mjerodavni hidrološki scenarij odgovarajućim metodama. Za potrebe izrade numeričkog primjera će se u tu svrhu koristiti analitički model [6]

$$i(t) = i_0 + i_p \cdot \left( \left| \max\left(\frac{t_p - t}{t_p}, 0\right) - 1 \right|^{p_l} \right) \cdot \exp\left(-\frac{\max(t - t_p, 0)}{p_d}\right) \quad (11)$$

u kojem je  $i_0$  bazni intenzitet oborine, odnosno intenzitet koji traje tijekom čitave vremenske domene (najčešće se zadaje jednakim nuli),  $i_p$  maksimalni intenzitet oborine koji se događa u trenutku  $t_p$ , a  $p_l$  i  $p_d$  predstavljaju bezdimenzionalne parametre modela kojima se modelira oblik funkcije  $i(t)$  prije i nakon maksimuma.

#### 3.2 Modeliranje površinskog dotoka $\bar{Q}_{pd}(t)$

Vremenska promjena površinskog dotoka  $\bar{Q}_{pd}$  kojim se retencija puni će zavisiti o mnogo različitih faktora te naročito o tehničkom rješenju punjenja retencije. Za izradu numeričkog primjera, dinamika površinskog dotoka će se modelirati analogno jednadžbi (11), tj. pretpostaviti će se da vrijedi

$$\bar{Q}_{pd}(t) = \quad (12)$$

$$Q_{pd,0} + Q_{pd,p} \cdot \left( \left| \max \left( \frac{t_p - t}{t_p}, 0 \right) - 1 \right|^{p_l} \right) \cdot \exp \left( - \frac{\max(t - t_p, 0)}{p_d} \right)$$

gdje je, analogno prethodnom slučaju,  $Q_{pd,0}$  bazni površinski dotok koji traje tijekom čitave vremenske domene,  $Q_{pd,p}$  maksimalni površinski dotok koji se ostvaruje u trenutku  $t_p$ , a  $p_l$  i  $p_d$  predstavljaju bezdimenzionalne parametre modela kojima se modelira oblik funkcije  $\bar{Q}_{pd}(t)$  prije i nakon maksimuma.

#### 4. Modeliranje protoka $\bar{Q}_{iz}$

Za potrebe rješavanja jednadžbe (8), neophodno je kvantificirati protok  $\hat{Q}_{iz}^{(n+1)}$ , tj. sumu svih protoka kojima se retencija prazni. Protok će biti određen nelinearnom funkcijom dubine vode  $\hat{h}_r^{(n+1)}$  te će vrijediti

$$\hat{Q}_{iz}^{(n+1)} = \bar{Q}_{is}(\hat{h}_r^{(n+1)}) + \bar{Q}_{pr}(\hat{h}_r^{(n+1)}) + \bar{Q}_{in}(\hat{h}_r^{(n+1)}) \quad (13)$$

gdje je  $\bar{Q}_{is}$  protok istjecanja,  $\bar{Q}_{pr}$  protok prelijevanja te  $\bar{Q}_{in}$  protok infiltracije čije je modeliranje obrazloženo u nastavku (Slika1).

##### 4.1 Modeliranje protoka istjecanja $\bar{Q}_{is}$

Ispust iz retencije, koji u formalnom smislu retenciju svrstava u detencije, može se koristiti u različite svrhe, između kojih se mogu navesti: (i) ispuštanje mulja akumuliranog pri dnu retencije, (ii) povezivanje retencije s nekom drugom retencijskom površinom ili nekim postojećim sustavom odvodnje oborinske vode (i jedno i drugo sa ciljem bržeg pražnjenja retencije), (iii) reguliranje dinamike punjenja i pražnjenja retencije, itd. Protok vode kroz ispuštanje bit će određen umnoškom  $\bar{Q}_{is} = c_i \cdot A_i \cdot v_i$  u kojem je  $c_i$  koeficijent istjecanja kojim se uvodi utjecaj kontrakcije izlaznog mlaza koja nastaje kao posljedica inercije vode odnosno oblikovanja nizvodnog profila ispusta,  $A_i$  poprečni presjek cijevi ispusta koji će za promjer  $D_i$  biti jednak  $0,25D_i^2\pi$ , te  $v_i$  brzina istjecanja koja je radi lokalnih i linijskih gubitaka tlaka manja od Torricellijeve brzine. Isto tako, za modeliranje protoka istjecanja  $\bar{Q}_{is}$  treba uvažiti i relativni odnos kote površine vode  $z_v$  i kote tjemena cijevi  $z_i$ . Štoviše, treba primijetiti da dubina vode na koti tjemena cijevi neće jamčiti tok pod tlakom, već se u ispustu može ostvariti i tok sa slobodnim vodnim licem. Na taj način, da bi ispuštanje bio u potpunosti ispunjen s vodom i tako ostvario tok pod tlakom, neophodno je da kota  $z_v$  premaši kotu  $z_i$  za neki određeni iznos (koji se može uvesti u proračun fiktivnim podizanjem kote  $z_i$ ). Na temelju prethodno navedenoga, modeliranje istjecanja će u prvom redu zahtijevati kvantifikaciju dubine vode  $h_i$  iznad tjemena ispusta

$$h_i = \underbrace{z_r + \hat{h}_r^{(n+1)}}_{z_v} - z_i \quad (14)$$

te će se zatim zavisno o predznaku ove veličine odrediti protok  $\bar{Q}_{is}$  iz uvjeta

$$\bar{Q}_{is}(h_i) = \begin{cases} 0 & \text{ako } h_i(t) \leq 0 \\ n_i c_i \frac{D_i^2 \pi}{4} \sqrt{\frac{2gh_i}{\underbrace{\alpha + \lambda \frac{L_i}{D_i} + \xi_{ul} + \xi_{iz}}_{v_i}}} & \text{ako } h_i(t) > 0 \end{cases} \quad (15)$$

gdje je  $n_i$  predstavlja broj cijevi ispusta (jer nije praktično povećavati protok kroz ispušt povećanjem promjera ispusta radi smanjenja dubine  $h_i$  pa se stoga povećanje protočne površine radije uvodi većim brojem cijevi istog promjera i na istoj koti  $z_i$ ),  $\alpha$  Coriolisov koeficijent,  $\lambda$  Darcyjev koeficijent trenja,  $L_i$  dužina ispusta te  $\xi_{ul}$  i  $\xi_{iz}$  koeficijenti lokalnih gubitaka na ulazu i izlazu iz ispusta. Pritom, treba prepoznati da će modeliranje protoka  $\bar{Q}_{is}$  zahtijevati iterativnu petlju jer Darcyjev koeficijent trenja  $\lambda$  nije unaprijed poznat te je zavisan o brzini toka  $v_i$  koju treba odrediti. Na taj način, brzina toka  $v_i$  će se u prvoj iteraciji odrediti koristeći neku pretpostavljenu vrijednost  $\lambda$  te će se zatim za istu odrediti Reynoldsov broj  $N_{Re}$  definicijom

$$N_{Re} = \frac{\rho \cdot |\bar{v}_i| \cdot D_i}{\mu} \quad (16)$$

gdje je  $\rho$  gustoća te  $\mu$  dinamička viskoznost oborinske vode, pa se time može i odrediti nova vrijednost Darcyjevog koeficijenta trenja  $\lambda$  koja će se koristiti u narednoj iteraciji. Predmetni postupak se ponavlja sve dok razlika između brzina u dvije susjedne iteracije ne postane manja od neke unaprijed zadane vrijednosti kojom je određen kriterij konvergencije. Pritom, kako bi se proračunski postupak u što većoj mjeri ubrzao, predlaže se da se koeficijent  $\lambda$  određuje nekom od raspoloživih eksplicitnih aproksimacija Colebrookove jednačbe, kao npr. Haalandova aproksimacija [7]

$$\lambda = -1,8 \cdot \log \left( \left( \frac{\epsilon_i}{D_i} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{N_{Re}} \right)^{-2} \quad (17)$$

u kojoj je  $\epsilon_i$  hrapavosti stijeke ispusta.



#### 4.2 Modeliranje protoka prelijevanja $\bar{Q}_{pr}$

Preljevne građevine na retencijama se nešto rjeđe susreću na izvedenim objektima, a uglavnom se koriste kako bi se kotom krune preljeva  $z_p$  zadala maksimalna dozvoljena dubina vode u retenciji. Na taj način, protok  $\bar{Q}_{pr}$  će biti zavisan o visini preljevnog mlaza  $h_p$ , koja je određena s

$$h_p = \underbrace{z_r + \hat{h}_r^{(n+1)}}_{z_v} - z_p \quad (18)$$

te će se modelirati uvjetom

$$\bar{Q}_{pr}(h_p) = \begin{cases} 0 & \text{ako } h_p(t) \leq 0 \\ m_p \cdot b_p \cdot \sqrt{2g} \cdot h_p^{\frac{3}{2}} & \text{ako } h_p(t) > 0 \end{cases} \quad (19)$$

u kojem je  $b_p$  širina preljevnog mlaza, odnosno širina krune preljeva koja mora biti okomita na lokalni smjer toka te  $m_p$  koeficijent prelijevanja koji se za oštrobriđne preljeve može odrediti koristeći empirijsku jednadžbu [8]

$$m_p(h_p) = \left(0,405 + \frac{0,0027}{h_p}\right) \cdot \left(1 + 0,55 \cdot \left(\frac{h_p}{h_p + P}\right)^2\right) \quad (20)$$

gdje je  $P$  visina preljeva koja se u predmetnom slučaju, uz adekvatno oblikovanje retencije, može odrediti razlikom  $z_p - z_r$ .

#### 4.3 Modeliranje protoka infiltracije $\bar{Q}_{in}$

Osnovni mehanizam pražnjenja svih retencija je infiltracija akumulirane vode u propusno dno. Modeliranje predmetnog protoka  $\bar{Q}_{in}$  će zahtijevati modeliranje infiltracije  $f(t)$ , tj. brzine kojom opada razina vode u retenciji. Naime, protok  $\bar{Q}_{in}$  će se aproksimirati umnoškom  $f(t) \cdot A_r(h_r)$  u kojem će se  $A_r(h_r)$  tumačiti kao površina dna retencije iznad koje se nalazi akumulirana voda (uvedena pogreška je gotovo zanemariva u slučajevima retencija s relativno malim nagibom stranica). Na taj način, modeliranje protoka  $\bar{Q}_{in}$  će se svesti na modeliranje infiltracije  $f$ , što u općem slučaju predstavlja vrlo izazovan zadatak [9] jer će funkcija infiltracije  $f(t)$  između ostalog zavisiti i o vremenskoj i prostornoj promjeni stupnja saturacije tla  $\theta$  kojim je opisan udio vode u porama tla [10]. Kako bi se predmetni zadatak pojednostavio i time izbjeglo rješavanje Richardsove jednadžbe [10], pretpostavit će se da je kapilarna difuzivnost tla ispod retencije relativno mala te se tako unutar

tla može uspostaviti jasna granica između područja koje je potpuno ispunjeno vodom, odnosno saturirano i područja koje je nesaturirano. U tom slučaju se infiltracija može modelirati Green-Amptovim modelom prema kojem je

$$f(t) = K_s \cdot \left( 1 + \frac{\Delta\theta \cdot (\psi + \hat{h}_r)}{F(t)} \right) \quad (21)$$

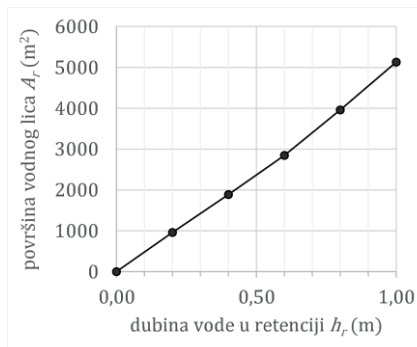
gdje je  $K_s$  saturirana hidraulička vodljivost tla,  $\Delta\theta$  razlika između stupnja potpune saturacije  $\theta_s$  i inicijalnog, tj. početnog stupnja saturacije tla  $\theta_i$ ,  $\psi$  usisni potencijal od kapilarnih efekata te  $F(t)$  tzv. kumulativna infiltracija, odnosno ukupna količina vode, normirana na jedinicu površine, koju je tlo apsorbiralo do određenog trenutka. Za poznate hidrauličke parametre tla, ovim se modeliranje protoka  $\bar{Q}_{in}$  svodi na modeliranje kumulativne infiltracije  $F(t)$  koja je prema Green-Amptovim modelom određena implicitnom jednačbom [11]

$$F(t) = K_s \cdot t + \Delta\theta \cdot (\psi + \hat{h}_r) \cdot \ln \left( 1 + \frac{F(t)}{\Delta\theta \cdot (\psi + \hat{h}_r)} \right) \quad (22)$$

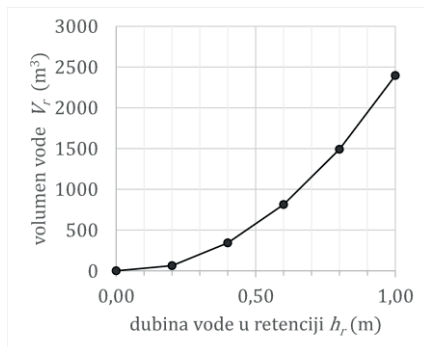
čije rješavanje zahtjeva iterativnu petlju.

## 5. Numerički primjer

Primjena prethodno izloženog proračunskog postupka će se ilustrirati na hipotetskom slučaju retencije koja se nalazi u nekoj urbaniziranoj sredini i kojoj je svrha rasteretiti okolni sustav odvodnje oborinske vode (što se u novije vrijeme relativno često susreće kao tehničko rješenje sprječavanja formiranja plavljenih površina koje nastaju kao posljedica porasta otjecanja koji se između ostalog može dovesti i u vezu s klimatskim promjenama).

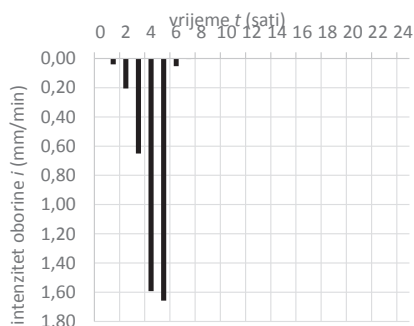


**Slika 2.** Površina vodnog lica  $A_r$  u zavisnosti o dubini vode  $h_r$

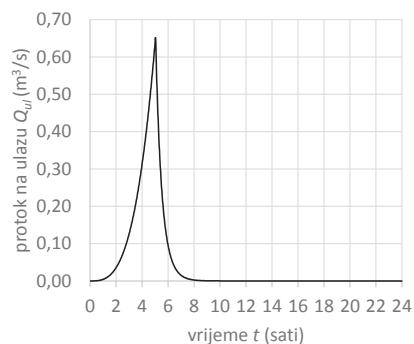


**Slika 3.** Volumen vode  $V_r$  u zavisnosti o dubini vode  $h_r$

Geometrijske karakteristike retencije određene su funkcijom  $A_r(h_r)$  koja je prikazana na Slici 1 i iz koje slijedi i funkcija  $V_r(h_r)$  koja je prikazana na Slici 3. Retencija se nalazi u slivnom području površine 0,78 ha te je, uzevši u obzir raspored karakterističnih slivnih površina i zadanih koeficijenta otjecanja  $c$  ( $c=0,29$  za krovove,  $c=0,81$  za prometnice te  $c=0,42$  za propusno tlo), i intenzitet oborine  $i_p$  od 100 mm/sat, racionalnom metodom [4] određen vršni protok otjecanja u iznosu od 1,28 m<sup>3</sup>/s od kojeg će se tehničkim rješenjem punjenja retencije, koje će se svesti na adekvatan raspored površinskih korita, 40 % protoka preusmjeriti u retenciju. Dinamika punjenja i pražnjenja retencije će se modelirati u vremenskoj domeni od 24 sata te će se vrh vodnog vala, tj. protok  $Q_{pd,p}$ , u iznosu od 0,51 m<sup>3</sup>/s, pretpostaviti u petom satu (kao i maksimalna vrijednost intenziteta  $i_p$ ). Dinamika intenziteta oborina je modelirana primjenom modela (11), i to za parametre  $i_0 = 0$ ,  $p_l = 4$  i  $p_d = 1000$ , te je prikazana na Slici 4. S druge strane, dinamika površinskog dotoka  $Q_{pd}$  (Slici 5) je modelirana modelom (12), i to za parametre  $Q_{pd,0} = 0$ ,  $p_l = 3$  i  $p_d = 2000$ .



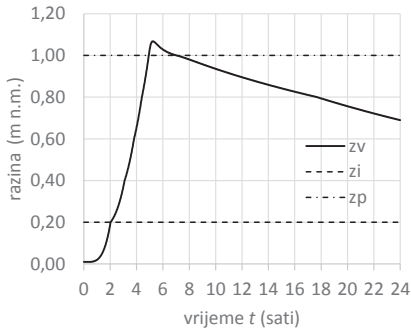
**Slika 4.** Vremenska promjena intenziteta oborina



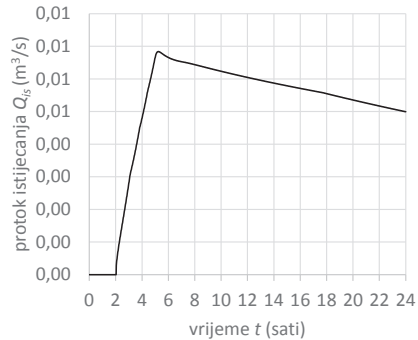
**Slika 5.** Vremenska promjena površinskog dotoka

Retencija je opremljena ispustom narednih hidrauličkih karakteristika: (i)  $z_i = 0,2$  m n.m., (ii)  $n_i = 1$ , (iii)  $c_i = 0,92$ , (iv)  $L_i = 90$  m, (v)  $D_i = 0,1$  m, (vi)  $\epsilon_i = 0,01$  mm, (vii)  $\alpha = 1,05$ , (viii)  $\xi_{ul} = 0,89$  te (ix)  $\xi_{iz} = 0,92$ . Retencija ima i preljev s krunom širine  $b_p = 10$  m na koti  $z_p = 1$  m n.m., dok je kota dna retencije  $z_r$  na 0 m n.m. Dno retencije ima sljedeće hidrauličke karakteristike: (i)  $K_s = 0,5$  cm/sat, (ii)  $\psi = 0,3$  m, (iii)  $\theta_s = 0,44$  te (iv)  $\theta_i = 0,02$ . Koristeći prethodni proračunski algoritam (7, 8 i 9), za zadanu dinamiku punjenja retencije (Slika 5) i prethodno prikazane modele pražnjenja retencije (15, 19 i 21), Slika 6 prikazuje rezultirajuću promjenu kote vodnog lica u odnosu na kotu tjemena ispusta  $z_i$  i krune

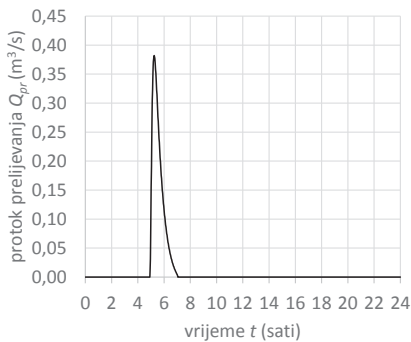
preljeva  $z_p$ , dok Slike 7, 8 i 9 prikazuju vremenske promjene protoka: (i) istjecanja  $\bar{Q}_{is}$ , (ii) prelijevanja  $\bar{Q}_{pr}$  te (iii) infiltracije  $\bar{Q}_{in}$ .



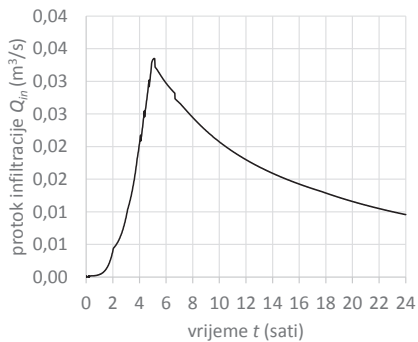
**Slika 6.** Vremenska promjena razine vode u retenciji



**Slika 7.** Vremenska promjena protoka  $\bar{Q}_{is}$  istjecanja kroz ispušt



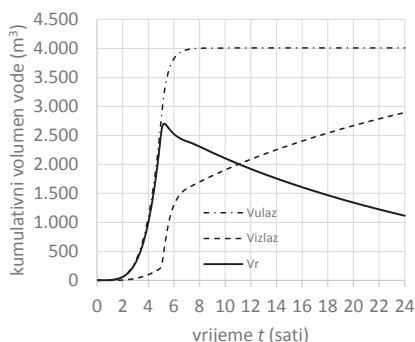
**Slika 8.** Vremenska promjena protoka  $\bar{Q}_{pr}$  prelijevanja preko krune preljeva



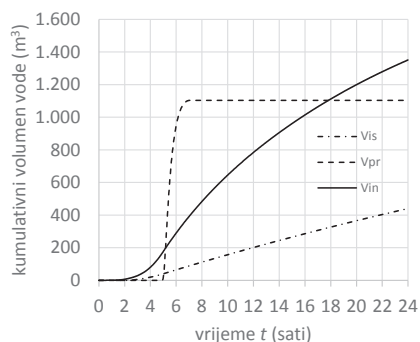
**Slika 9.** Vremenska promjena protoka  $\bar{Q}_{in}$  infiltracije vode u tlo

Umnoškom protoka i vremenskog koraka će se odrediti volumen vode te se tako može provesti analiza bilance vode u retenciji. U tu svrhu će se koristiti kumulativni volumen vode (ne trenutni) koji je u odabranom trenutku određen sumom svih prethodnih volumena vode. Na taj način, na Slici 10 je prikazana vremenska promjena kumulativnog volumena vode koji ulazi u retenciju, kumulativni volumen koji izlazi iz retencije i volumen vode  $V_r$  u retenciji koji predstavlja razliku navedenih volumena. S druge strane, na Slici 11 je prikazana dekompozicija kumulativnog volumena vode koji izlazi iz retencije na sastavne dijelove koji se odnose na istjecanje, prelijevanje i infiltraciju. Kako bi se provjerilo tehničko rješenje retencije, za mjerodavni scenarij oborina posebno je važno odrediti

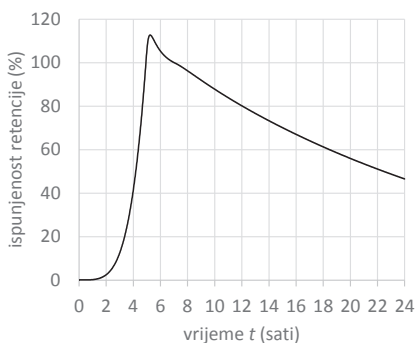
postotni udio ispunjenosti retencije vodom, kako je prikazano na Slici 12. U predmetnom slučaju se ispunjenost premašuje za 10 % te u slučaju da je ispunjenost još i veća, potrebno je intervenirati u tehničko rješenje punjenja ili pražnjenja kako bi se spriječilo nekontrolirano izlivanje iz retencije. Slika 13 prikazuje očekivanu promjenu hidrograma u kojoj vrh izlaznog hidrograma presijeca ulazni hidrogram [6].



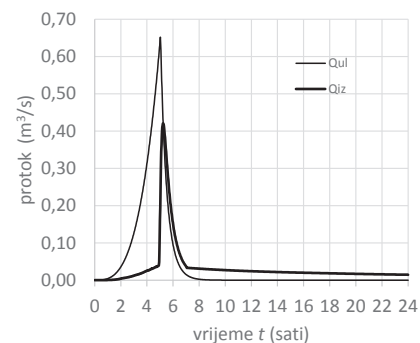
**Slika 10.** Vremenska promjena volumena vode u retenciji



**Slika 11.** Dekompozicija volumena vode koje istječu iz retencije



**Slika 12.** Vremenska promjena ispunjenosti retencije vodom



**Slika 13.** Transformacija hidrograma

## 6. Zaključak

U radu je prezentiran proračunski postupak za modeliranje dinamike punjenja i pražnjenja retencija ili detencija koji se radi svoje jednostavnosti može relativno lako implementirati u npr. program Excel i na taj način koristiti za izradu analiza od praktičnog značaja, odnosno za stručni rad. Proračunski postupak temelji se na numeričkoj aproksimaciji rješenja jednadžbe očuvanja mase. S druge strane, kako bi se izbjeglo

rješavanje nelinearne jednadžbe, u tu svrhu je prezentiran specifični proračunski postupak koji se provodi kroz nekoliko proračunskih koraka.

Na temelju svega prethodno navedenoga može se zaključiti sljedeće: (i) ukoliko se inercijalne sile mogu zanemariti, tj. na njih nije potrebno usmjeriti pažnju (što neće vrijediti u slučaju da je potrebno provesti dimenzioniranje elemenata građevine koji su u doticaju s vodom u toku), dinamika punjenja i pražnjenja depresijskih površina (kao npr. retencijskih površina) se može modelirati primjenom jednadžbe očuvanja mase; (ii) u konvencionalnom slučaju, u kojem su protoci na izlazu iz depresijske površine određeni samo ispuštom, preljevom i infiltracijom, navedeno će rezultirati nelinearnog običnom diferencijalnom jednadžbom prvog reda te je stoga istu potrebno linearizirati; (iii) linearizaciju jednadžbe je moguće provesti na uobičajen način i to tako da se desna strana razvije u Taylorov red te se zatim odbace članovi višeg reda (uz to da se linearizacija provodi za početni uvjet kojem odgovara stacionarno stanje toka, kako bi prvi član reda bio jednak nuli te se tako isto mogao odbaciti). Ovim postupkom će se polazna varijabla modela dubine vode  $h$  zamijeniti odstupanjem  $\delta h$  od polaznog ravnotežnog stanja te će numerička aproksimacija rješenja jednadžbe zahtijevati neki iterativni postupak kao npr. Newtonova metoda (čime proračunski postupak postaje daleko kompleksniji za svakodnevnu primjenu); (iv) kako bi se navedeno nastojalo zaobići, u radu je prikazan proračunski postupak koji kontrolirano „žrtvuje“ točnost proračuna (gdje pogreška proračuna opada s redukcijom vremenskog koraka) u korist jednostavnosti proračunskog algoritma (što ga čini atraktivnim za praktičnu primjenu).

## Literatura

- [1] Quan, N.H.; Tran, P.G.; Pathirana, A.; Radhakrishnan, M.; Quang, C.N.X. (2014): Urban Retention Basin in a Developing City: From Theoretical Effectiveness to Practical Feasibility. 13th International Conference on Urban Drainage, Sarawak, Malaysia.
- [2] Bergue, J.M.; Ruperd, Y. (2000): Stormwater Retention Basins. CRC Press.
- [3] Abduljaleel, Y.; Salem, A.; ul Haq, F.; Awad, A.; Amiri, M. (2023): Improving Detention Ponds for Effective Stormwater Management and Water Quality Enhancement under Future Climate Change: A simulation study using the PCSWMM model. Scientific reports, Vol. 13.
- [4] Travaš, V., (2013). Oscilacije vodnih masa u vodnoj komori generičkog oblika, Građevinar, Vol. 66.
- [5] Travaš, V.; (2024). Upute za izradu seminarskog rada iz kolegija Hidrotehničke mjere prilagodbe klimatskim promjenama. Građevinski fakultet u Rijeci.

- [6] Travaš, V.; (2024). Rukopis predavanja kolegija Računarska hidraulika. Građevinski fakultet u Rijeci.
- [7] Haaland, S. (1983): Simple and Explicit Formulas for the Friction Factor in Turbulent Pipe Flow. *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 105.
- [8] Agroskin, I., Dimitrijević, G. i Pikalov, F. (1973): Hidraulika. Tehnička knjiga, Zagreb.
- [9] Farthing, M.W.; Ogden, F.L. (2017): Numerical Solution of Richards' Equation: A Review of Advances and Challenges. *Soil Science Society of America Journal*.
- [10] Dussailant-Jones, A.; Wu, C., Potté, K. (2004): Richards Equation Model of a Rain Garden. *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol 9.
- [11] Kale, S.; Patil, M.; Shinde, M.G. (2013): Runoff Estimation Modelling: Green-Ampt An Efficient Method. LAP LAMBERT Academic Publishing.