

Motivacija učenika u osnovnoj školi za učenje matematike kroz rješavanje problema

IVANA - Marija PAVKOVIĆ

Osnovna škola „Josip Vergilij Perić“, Stjepana Vrljića 17, 21 260 Imotski, Republika Hrvatska

e-pošta: impavko@pmfst.hr

Sažetak Motivacija učenika i kako motivirati učenike za učenje matematike i aktivno sudjelovanje tijekom nastave matematike oduvijek je interesiralo učitelje. Učenje matematike karakterizira se kroz unutarnju motivaciju, rješavanje domaće zadaće i metakognitivna iskustva. Kako su dosadašnja istraživanja pokazala, većina učenika smatra da im je matematika potrebna za život, za daljnje obrazovanje, ali mala skupina učenika uči matematiku kako bi stvorili bolje povezivanje i produbljivanje znanja. Ovaj rad će se baviti pokazivanjem veze između rješavanja problema na nastavi matematike i motivacije za učenje matematike. Konkretno, poboljšava li poučavanje matematike rješavanjem problema motivaciju učenika za učenje matematike. Stoga, kao rezultat istraživanja predstavljenog u ovom radu bile bi i preporuke kako bi učitelji trebali raditi na motivaciji učenika za učenje matematike te da učenici steknu određene vještine kao što je rješavanje problema.

Ključne riječi: motivacija; nastava matematike; rješavanje problema; suradničko učenje; uspjeh

Motivation of primary school students to learn mathematics through problem solving

IVANA - MARIJA PAVKOVIĆ

"Josip Vergilij Perić" elementary school, Stjepana Vrljića 17, 21 260 Imotski, Republic of Croatia,

e-mail: impavko@pmfst.hr

Abstract Student motivation and how to motivate students to learn mathematics and active participation during mathematics classes has always been of interest to teachers. Learning mathematics is characterized by internal motivation, solving homework and metacognitive experiences. As previous research has shown, the majority of students believe that they need mathematics for life, for further education, but a small group of students learn mathematics in order to create better connections and deepen their knowledge. This paper will deal with showing the connection between problem solving in mathematics classes and motivation to learn mathematics. Specifically, does teaching mathematics through problem solving improve students' motivation to learn mathematics. Therefore, as a result of the research presented in this paper, there would be recommendations that teachers should work on motivating students to learn mathematics, and that students acquire certain skills such as mathematical literacy and problem solving.

Keywords: mathematics teaching; motivation; problem solving; collaborative learning; success

1 Uvod

Tijekom vremena učitelji su postavljali sebi pitanje: „Na koji način oblikovati pedagoške metode kako bi povećali motivaciju učenika za učenje matematike“ (Walter i Hart, 2009). Motivacija se definira kao želja, moć, tendencija da se djeluje na određeni način (Marangunić, 2021). Zanimljivo je da iz godine u godinu istraživanja u matematičkom obrazovanju rastu, dok u drugim granama opadaju (Lerman, 2010). Prema istraživanjima većina učenika smatra matematiku korisnom u određenom dijelu (Grootenboer i Marshman, 2016). Manji dio učenika smatra matematiku važnom za daljnje obrazovanje, u smislu kako matematiku uče da bi produbili i povezali svoje znanje. Većina učenika smatra kako im kompleksniji matematički koncepti neće biti potrebni za svakodnevni život (Grootenboer i Marshman, 2016).

Učenici nižih razreda osnovne škole, uživaju u matematici (Kurnik, 2008; Cheeseman i Mornane, 2014; Grootenboer i Marshman, 2016; Horvat, 2018). Većinu koncepata koje moraju naučiti i ishoda koje moraju usvojiti povezuju s realnim svijetom. Međutim, nakon što prijeđu u više razrede osnovne škole, stav i uvjerenja o matematici se mijenjaju u negativnom smislu, a na prijelazu u srednju školu to se posebno osjeti (Grootenboer i Marshman, 2016). Budući da se u višim razredima osnovne škole počinje pojavljivati taj negativan stav i uvjerenja o matematici, potrebno je pronaći način kako to ublažiti. Motivacija se bavi pitanjima uzroka ljudskog ponašanja. Stoga je potrebno otkriti kako pobuditi učenikovu motivaciju za učenje matematike, kako je održati, a možda i povećati.

Izmjenom različitih kombinacija metoda i oblika pristupa poučavanju, sustavno praćenje učenika, davanje učeniku kvalitetne povratne informacije, pružanje podrške učeniku dijelovi su suvremene nastave koja u centar odgojno-obrazovnog procesa postavlja učenika (Jelovica i Erceg, 2021).

U ovom istraživanju u određenom vremenskom periodu rješavanje problema će biti dio nastave matematike i to u suradničkom okruženju u malim heterogenim skupinama od troje ili četvero učenika (Slavin, 1987).

Probleme koji će biti predstavljeni učenicima, osim učenja u suradničkom okruženju, učenici će rješavati na način da će ih učitelj usmjeravati heuristički. Prema Liljedahlu (2016) pretpostavlja se da će heuristika, heurističke strategije, principi i alati omogućiti učenicima snalaženje u problemskim situacijama i na taj način poboljšati učenikovu sposobnost za rješavanje problema. Također,

Polya (1945) navodi kako je jedna od najvažnijih zadaća učitelja pomaganje učenicima, ali ne previše i ne premalo, nego pronaći način koji bi učenicima osigurao razuman udio u samostalnom radu pri rješavanju problema. Probleme koji će učenici rješavati su takvi da ih učenici mogu riješiti. Jer, kako navode Hodnik i Manfreda Kolar (2022), rješavanje problema i postavljanje problema međusobno su povezani. U smislu, rješava se problem koji se postavi te se postavlja problem tako da se može riješiti. Kako bi se problem riješio, potrebno je znati osnovne karakteristike problema, kao što je matematički koncept s kojim je povezan, proceduru, postoji li poveznica s realnim svijetom i koja je to. ulogu koju predstavlja. Potrebno je imati dobro povezanu mentalnu shemu.

Dalje, Burton (1980) navodi kako je rješavanje problema kao metoda poučavanja jako vrijedna jer obuhvaća individualne razlike, stvara pozitivan afekt i omogućuje unapređenje vještina koje su povezane s rješavanjem problema. Međutim, Burton (1980) navodi i da se ne može svaki aspekt matematike poučavati na ovaj način, ali bi mogao pridonijeti promjeni u stavu i interesu za učenje matematike. Slično navode i Malik i dr. (2010), da je se stav učenika prema učenju matematike poboljšao nakon poučavanja rješavanjem problema.

2 Rješavanje problema i motivacija

Motivacijom se smatra ono što neku osobu navodi da djeluje prema nekom cilju i u tom djelovanju ustraje (Marangunić, 2022).

Ako se motivacija promatra kao intrinzična i ekstrinzična, odnosno unutarnja i vanjska, može se reći da je unutarnja ta koja zapravo dugoročno motivira učenika za rad. Npr., što je veća zanimljivost informacija, sadržaja, učenici će biti motiviraniji za rad. Takva motivacija temelji se na zadovoljenju potreba kao što su ljubav, sloboda, zabava, uspjeh (Cigdem Ozcan, 2015).

Ekstrinzična motivacija je motivacija nastala nekim vanjskim podražajem. Npr. učenik piše domaću zadaću jer na taj način udovoljava svojim roditeljima i učitelju (Cigdem Ozcan, 2015). Smatra se da je bolje napisati zadaću nego ne napisati je uopće.

U obrazovanju se još uvijek koriste bihevioralne teorije i vanjski izvori motivacije kao glavni alat za motiviranje učenika, iako istraživanja pokazuju da bolji učinak na uspjeh učenika u matematici ima unutarnja motivacija (Jensen, 1998; Cigdem

Ozcan, 2015). Nije uvijek loše koristiti i vanjsku motivaciju jer učenici ponekad uče samo radi toga. Moglo bi se istražiti djeluje li ekstrinzična motivacija na uspjeh učenika te djeluje li poticajno na učenike, u smislu da otkriju svoje sposobnosti prilikom učenja matematike.

U odgojno-obrazovnim temama nastava matematike ima svoje mjesto, zbog tradicionalnog stava prema matematici kao teške i kao predmet u kojem se nailazi na poteškoće u poučavanju. Neki učenici s lakoćom uče matematiku i brzo usvajaju nastavne koncepte te postižu dobre rezultate, dok poneki ne uče i ne postižu dobre rezultate. S druge strane, postoje učenici koji ulažu puno truda i postižu dobre rezultate kao i oni koji ulažu puno truda, ali unatoč tome rezultati nisu izvrsni (Horvat, 2018).

Postavlja se pitanje utječe li slika o sebi, odnosno o samopouzdanju učenika na njegovu intrinzičnu motivaciju. Među novim istraživanjima pojavljuju se rezultati koji pokazuju da okružje nastavnog procesa treba biti poticajno, zabavno, zanimljivo i povezano sa svakodnevicom (Kurnik, 2008; Horvat, 2018). Horvat (2018) navodi da to nije dovoljno za samo poboljšanje uspjeha, ali može utjecati na motivaciju učenika i željom da budu uporniji i kontinuiraniji u radu.

Učitelji se susreću u svom radu i s razinom motivacije s kojom učenici dolaze u školu. Naime, prema istraživanjima, primarnu motivaciju za učenje učenici stječu iz odgojno-obrazovnih postupaka u obitelji (Turner i sur., 2002.; Horvat, 2018.) Stupanj obrazovanja roditelja utječe na akademski uspjeh učenika (Horvat, 2018).

Također, strah zbog početnog neuspjeha u matematici rezultira smanjenom motivacijom i lošijim uspjehom (Horvat, 2018). Možemo zaključiti da puno čimbenika, unutarnjih i vanjskih utječe na učenikovu želju za učenjem matematike.

Stoga, kako bi se povećala motivacija učenika za učenje matematike potrebno je tijekom planiranja nastave razmotriti emocionalno stanje učenika, odnos učitelja i učenika, odnos učenika prema učenju i sudjelovanju u nastavnim aktivnostima (Horvat, 2018).

Dakle, motivacija se ne bi trebala svoditi samo na početak sata, nego biti sustavno planirana izvedbenim planom. Okružje mora biti poticajno, pohvalno, s podrškom učenicima gdje iznose svoja mišljenja bez osude (Horvat, 2018). U kontekstu nastavnog procesa motivacija je složen proces koji uključuje motiviranost učenika i učitelja (Bratanić i Maršić, 2005). Učiteljeva motiviranost

za rad koja može ovisiti i o njegovim materijalnim pravima utječe na motivaciju učenika. Ako učitelj nije motiviran za rad, on će teško pronaći način za motivirati učenika.

Zadovoljavanje učenikovih potreba, angažiranost učenika, motivacija i akademsko postignuće čine dinamičan sustav. Odnosno, učenici bi za kompetentno rješavanje problema trebali, u najmanju ruku, biti uvijek spremni potražiti podršku od svog učitelja i imati blizak odnos s vršnjacima i učiteljem, kako bi taj sustav bio na većoj razini (Conesa i dr., 2022).

S druge strane, rješavanje problema općenito smatra se najvažnijom kognitivnom aktivnosti u svakodnevnom životu (Jonassen, 2000).

Gagne smatra kako središnja točka obrazovanja treba biti kako naučiti učenike misliti, kako koristiti 'zdrav razum' (razmišljati racionalno) i da postanu što bolji u rješavanju problema (Jonassen, 2000). Problem se može definirati kao nepoznata veličina u nekoj situaciji (razlika između konačnog i trenutnog stanja). Pronalaženje vrijednosti nepoznatog mora imati neku društvenu, kulturnu ili intelektualnu vrijednost (Jonassen, 2000).

Rješavanje problema u obrazovanju još uvijek nema svoju formalnu strukturu iako je mnogo ljudi nagrađeno zbog rješavanja problema. Premalo se pridaje pozornosti na proučavanje samog procesa rješavanja problema. Problemi se mogu razlikovati i proučavati prema strukturi, specifičnosti, apstraktnosti i složenosti (Jonassen, 2000).

Proces rješavanja problema može se definirati kao sposobnost poduzimanja određenih koraka za postizanje određenog cilja. Neki problemi imaju jedno rješenje, a neki više rješenja. Dvije su općeprihvaćene metode rješavanja problema: algoritamska metoda, koja zahtijeva niz koraka za rješavanje, može biti vremenski dugotrajnija, i heuristički pristup koji smanjuje broj slučajeva te se obično primjenjuje u obrazovanju (Hughes i Estrada, 2017).

Matematički problem je problem koji se može prikazati, analizirati i po mogućnosti riješiti matematičkim strategijama. Kao takav može biti jednostavniji, problem iz realnog svijeta, ili složeniji, apstraktniji problem.

Sposobnost povezivanja matematike s realnim svijetom, kao i sposobnost povezivanja unutar matematike, pomažu učenicima razumjeti gradivo i poboljšati uspjeh (Wawan i Retnawati, 2022). Međutim, postavlja se pitanje je li

u nastavi matematike uvijek moguće koristiti povezanost s realnim svijetom, a samim time i je li potrebno.

Učenicova percepcija učitelja ima pozitivan i značajan utjecaj na sposobnost rješavanja problema. Učenici koji imaju visoko mišljenje o svom učitelju, njegovim kompetencijama, ljubavi prema predmetu i pravednosti svog učitelja brže usvajaju nastavne sadržaje jer su motivirani za aktivno učenje matematike. Učenici koji imaju nisko i negativno mišljenje o kompetencijama svog učitelja, nisu spremni na sudjelovanje u nastavi. Isto tako, intervencije usmjerene na percepciju učenika o relevantnosti gradiva za učenje, mogu imati dugotrajan učinak na motivaciju (Wawan i Retnawati, 2022).

U pojedinim istraživanjima autori navode artikulaciju tipova problema od kojih svaka uključuje različite kognitivne i afektivne te svrhovite procese koji zahtijevaju usmjerenu podršku (Jonassen, 2000). Stoga će se kasnije u ovom radu objasniti različiti tipovi problema i priložiti primjeri matematičkih problema koje ću koristiti u ovom istraživanju.

Većina psihologa i pedagoga smatra rješavanje problema najvažnijom vještinom u životu jer se ljudi svakodnevno susreću s raznim problemima. Nažalost, što se tiče nastave, nije baš zastupljena rješavanjem problema (Jonassen, 2000).

Čižmešija (2015) navodi kako je rješavanje problemskih zadataka uvjetovano učenikovim stavovima i vještinama, kao i metakognicijom, kako bi se primijenili određeni procesi i povezivanja matematičkih koncepata (slika 1). Kako bi učenik bio uspješan u rješavanju matematičkih problema, potrebno je imati određene matematičke vještine, sposobnost razumijevanja koncepta i biti svjestan procesa koji su uključeni u postupak rješavanja problema, imati pozitivan stav prema te sposobnost prisjećanja i povezivanja naučenog.

Slika 1. Rješavanja problema kao skup određenih vještina i stavova (Čižmešija, 2015)



Tijekom godina istraživanja pokazalo se kako rješavanje problema nije jedinstvena aktivnost jer svi problemi nisu jednaki svojim sadržajem, oblikom i postupkom rješavanja (Jonassen, 2000).

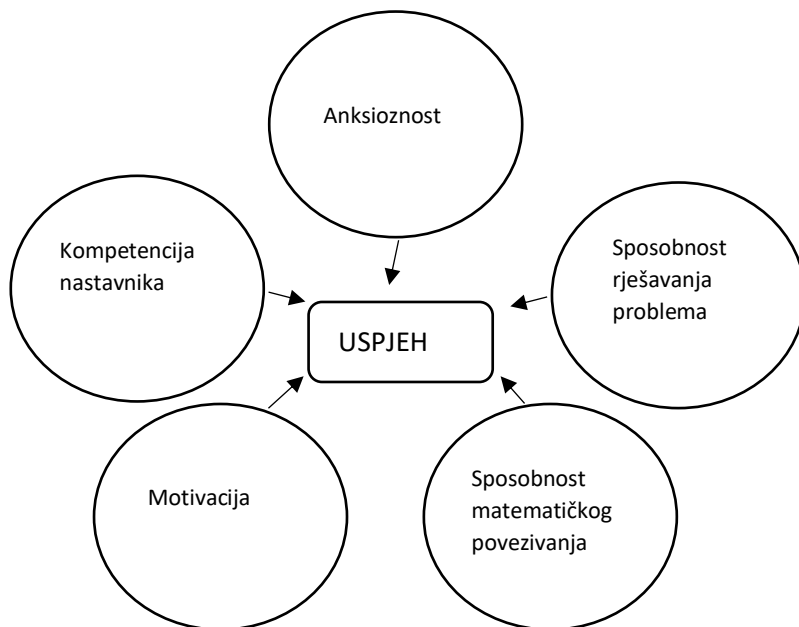
Kako je već navedeno, problemi se mogu razlikovati prema strukturi, složenosti i apstraktnosti. Svakako treba naglasiti da ova tri elementa nisu nezavisna, ali niti ekvivalentna. U nastavi se obično koriste dobro strukturirani problemi, manje ili više složeni i oni koji nemaju veliku razinu apstraktnosti. Učitelj koji učenicima predstavlja problem odlučuje o karakteristikama samog problema jer je svrha da učenici uspiju doći do rješenja, odnosno da usvoje određene ishode i vještine. Složenost problema utječe na učenikovu sposobnost rješavanja, odnosno složeniji problemi zahtijevaju više kognitivnih operacija nego jednostavniji (Jonassen, 2000).

Utjecaj na rješavanje problema imaju i unutarnji faktori samog rješavatelja problema (Jonassen, 2000). Odnosno, sposobnost učenika za rješavanje problema objašnjava se kroz tri poddimenzije, unutarnja motivacija, spremnost na izvršavanje domaćih zadaća i metakognitivna iskustva (slika 2) (Cigdem Ozcan, 2015). U istraživanjima se navodi kako motivacija učenika utječe na sposobnost rješavanja problema, a sposobnost rješavanja problema znatno utječe na uspjeh (Cigdem Ozcan, 2015).

Slika 2. Tri poddimenzije rješavanja problema (Cigdem Ozcan, 2015)



Izravni i neizravni utjecaj na uspjeh iz matematike imaju sljedeći faktori (slika 3): kompetencija nastavnika, anksioznost, sposobnost rješavanja problema, motivacija i sposobnost matematičkog povezivanja (Wawan i Retnawati, 2022).

Slika 3. Faktori koji utječu na učenikov uspjeh (Wawan i Retnawati, 2022)

Svi navedeni faktori, osim anksioznosti, značajno utječu na učenikova postignuća, dok sposobnost matematičkog povezivanja ima najveći izravni utjecaj na uspjeh (Wawan i Retnawati, 2022).

Motivacija za učenje ima pozitivan i značajan utjecaj na sposobnost rješavanja problema jer ako su učenici motivirani unutarnjom motivacijom, uključuju se u nastavu matematike i njihovo znanje je dugotrajnije (Wawan i Retnawati, 2022). Ako učenici osjećaju anksioznost, što im izaziva osjećaj zbunjenosti i nelagode, nisu motivirani za učenje (Wawan i Retnawati, 2022).

Kako bi se povećala motivaciju učenika, moraju se uzeti u obzir učenikove želje i tendencije, samim time će i biti motiviran. Tako se mijenjaju i negativna uvjerenja o matematici i podiže samopouzdanje kod učenika. Većina učenika prema Wawan i Retnawati (2022) želi nastavne sadržaje koji su im zanimljivi, suradnju s drugim učenicima i podršku učitelja. Učenici su najviše motivirani kada rade zajedno na problemu, istražuju i analiziraju (Wawan i Retnawati, 2022).

Arthur, Dogbe i Asiedu-Addo (2022) u svom istraživanju navode kako je učenje uz pomoć vršnjaka imalo pozitivan i potpun utjecaj na motivaciju učenika za učenje matematike.

Kako bi se razvile određene vještine, potrebno je motivirati učenike, potaknuti ih na komunikaciju i na interakciju. To se najbolje odvija kroz aktivnosti koje potiču raspravu (rješavanje problema) radom u paru ili grupnim radom (Radford, Netten i Duquette, 1997). Također, Radford, Netten i Duquette (1997) smatraju da je za razvoj matematičkih vještina potrebno slijediti hijerarhiju, odnosno postavljati probleme od jednostavnijeg ka složenijem.

Slično navode i Manfreda Kolar i Hodnik (2021), da se prilikom poučavanja matematike pripazi na složenost zadataka, odnosno da se prijelaz s razine reprodukcije na razinu povezivanja i refleksije što više olakša. Drugim riječima, da se zadatci rješavaju od jednostavnijih ka složenijima.

3 Metodologija

3.1 Cilj istraživanja

Cilj istraživanja je pronaći način za motiviranje učenika za učenje matematike te istražiti koji su sve faktori koji utječu na motivaciju učenika. Odnosno, postoji li povezanost između motivacije učenika i sposobnostima, stavu. Kao što se vidi u teorijskoj pozadini ovog rada, puno je istraživanja o rješavanju problema u matematici te se pretpostavlja da bi rješavanje problema u nastavi matematike moglo motivirati učenike za učenje matematike. Stoga je cilj istraživanja bio saznati kako rješavanje problema u matematici ima utjecaj na učenje matematike. Problemom se smatra onaj zadatak koji učenicima nije blizak u smislu da nije nešto što se često pojavljuje.

3.2 Problemi istraživanja

Problemi istraživanja su pronaći odgovore i dobiti rezultate za sljedeća pitanja:

1. Koliko su učenici šestih i sedmih razreda uspješni u rješavanju problema?
2. U kojoj mjeri rješavanje problema mijenja stavove učenika prema učenju matematike?

3.3 *Uzorak*

Istraživanje je provedeno u jednoj osnovnoj školi u Imotskoj krajini u školskoj 2022./2023. godini. Ispitanici su bili učenici 6. i 7. razreda osnovne škole, ukupno 35 učenika.

3.3 *Metode istraživanja*

U istraživanju se koristila kombinacija kvantitativne i kvalitativne metode. Naime, korištenje upitnika je dio kvantitativne metode. Za analizu strategija rješavanja problema učenika korištena je kvalitativna metoda.

3.4 *Prikupljanje podataka*

Instrumenti koji su se koristili u istraživanju bile su ankete, jedna prije početka eksperimenta, u kojem se saznala motivacija učenika za učenje matematike. Nakon toga učenici su rješavali matematičke probleme u malim heterogenim skupina od troje ili četvero učenika. Učenici su raspoređivani u skupine prema kriteriju uspjeha iz matematike. Učenici su u grupi, tijekom dva školska sata, rješavali probleme vezane za koncept razlomka te zbrajanje i oduzimanje razlomaka u 6. razredu, a u 7. razredu su rješavali probleme vezane za linearnu ovisnost. Tijekom rješavanja problema, učenici su međusobno komunicirali, postavljali si pitanja. Svaki učenik je imao neki zadatak za riješiti. Učitelj je koordinirao nastavom i usmjeravao učenike kroz rješavanje problema. Ako su učenici imali nejasnoća kako krenuti ili gdje započeti, učitelj ih je vodio poticajnim pitanjima ili potpitanjima. Navodio ih je da povezuju trenutačne probleme s prethodno stečenim iskustvom. Zatim je među istim učenicima provedena anketa o motivaciji za učenje matematike nakon poučavanja rješavanja problema. Treba uzeti u obzir da se nakon provedenog istraživanja ne može čvrsto prihvatiti da će učenici u konačnici biti motiviraniji za učenje matematike u potpunosti, ali može svakako pridonijeti pomaku prema tome.

U 6. razredu učenici su uvježbavali uspoređivanje nenegativnih racionalnih brojeva i zbrajanje i oduzimanje nenegativnih racionalnih brojeva. Dakle, učenici su primjenjivali uspoređivanje te zbrajanje i oduzimanje nenegativnih racionalnih brojeva pri rješavanju problema. Konkretnije radi se o sljedećim dvama ishodima Kurikuluma predmeta Matematika (Narodne novine, 2023):

A. 6. 4 Primjenjuje uspoređivanje nenegativnih racionalnih brojeva.

A. 6. 5 Računa s nenegativnim racionalnim brojevima.

U 7. razredu učenici su rješavali probleme vezane za linearnu ovisnost i grafički prikaz linearne ovisnosti. Učenici su modelirali problem linearnom ovisnošću, analizirali prikaz i izvodili zaključke. U Kurikulumu predmeta Matematika radi se o sljedećem ishodu:

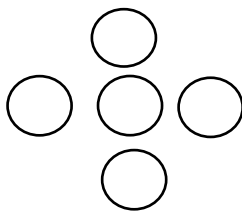
B. 7. 4 Primjenjuje linearnu ovisnost.

Evo nekoliko primjera problema:

Problem. Layla, članica skupine Winx, u šetnji planinama naišla je na špilju. U njoj je otkrila da je cijeli strop prekriven vilinskom prašinom. Kako nije mogla sve uzeti, svojim moćima je izrezala krug prekriven vilinskom prašinom i ponijela ga kući. Na putu do kuće ispao joj je i razbio se u osam jednakih dijelova. Odlučila je sebi ostaviti tri dijela, a $\frac{2}{8}$ je dala Mjuzi. Koliko je kruga ostalo za podijeliti drugim vilama?

Problem. Maja je pozvala Matiju, Peru, Marka i Luciju na pizzu. Matija je rekao da želi pojesti $\frac{3}{8}$ pizze, Marko $\frac{7}{8}$, Lucija $\frac{4}{8}$, Pero $\frac{6}{8}$, a Maja $\frac{3}{8}$. Koliko pizza će im trebati da svatko dobije željeni dio? Skiciraj!

Problem. U kružice na slici rasporedite brojeve $1, \frac{1}{2}, \frac{3}{10}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}$ tako da zbroj brojeva u retku bude jednak zbroju brojeva u stupcu. Svaki broj smijete upotrijebiti samo jedanput. Pronađite sva rješenja te ih klasificirajte u skupine



Problem. Ana je za rođendan dobila 200 kuna. Svaki dan troši po 8 kuna. Dvadeseti dan trošenja vidjela je bojice koje koštaju 10 kuna. Može li Ana nakon tih 20 dana kupiti te bojice?

Problem. Tiskanje i distribucija školskih novina košta 20 kuna po izdanju te 5 kuna po primjerku. Ako se primjerak novina prodaje za 10 kuna, napišite ovisnost koja prikazuje trošak po tiskanom primjerku te prihod po prodanom primjerku.

Koliko primjeraka novina je potrebno prodati da bi se isplatilo tiskati školske novine?

***Problem.** U gradu postoje dvije tvrtke koje nude usluge taksi prijevoza. Radio taxi svoje usluge naplaćuje prema sljedećem cjeniku: start 10 kuna, a cijena po prijeđenom kilometru 5 kuna. Taxi Cammeo polazak naplaćuje 15 kuna s uključenom 2 kilometra, a svaki dodatni kilometar 6 kuna.*

- a) Koja je tvrtka povoljnija za koje relacije?*
b) Mateja se sa Bundeke vraća kući u Gajnice. Ako zna da će je Taxi Cammeo odvesti rutom preko Ilice koja ima 13 km, a Radio Taxi rutom preko Zagrebačke avenije koja ima 15 km, koji taxi je Mateji povoljniji?

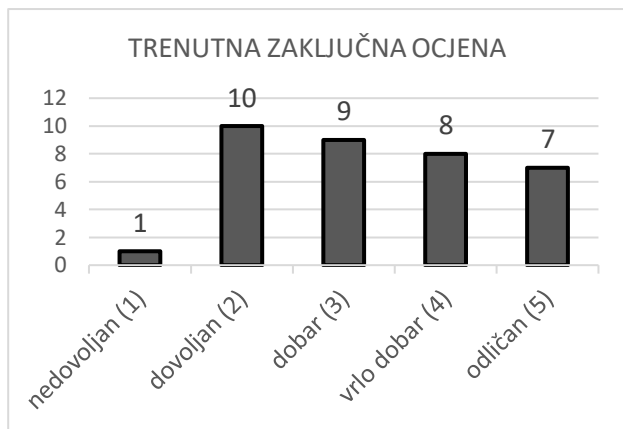
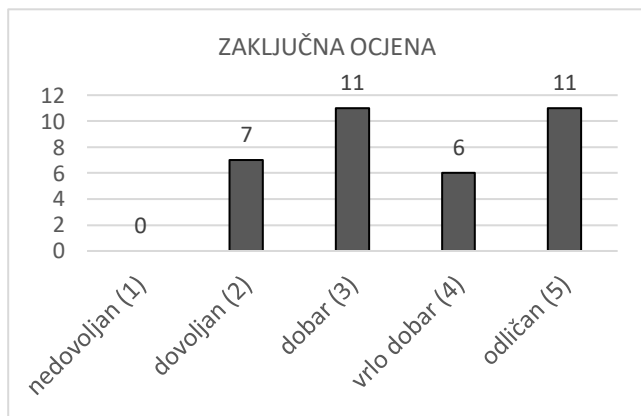
Prije samog sudjelovanja u istraživanju, prikupljena je suglasnost roditelja za sudjelovanje njihove djece u istraživanju. Također, sukladno Etičkom kodeksu struke, roditeljima je jamčena tajnost podataka koji će biti strogo povjerljivi i čuvani. S obzirom na to da su obje ankete anonimne, svi izvještaji nastali na temelju ovog istraživanja koristit će rezultate koji govore o grupi učenika ove dobi općenito te se nigdje neće navoditi rezultati pojedinog sudionika.

Oba anketna upitnika biti će dana učenicima u papirnatom obliku za vrijeme nastave. Oba upitnika su u prilogu.

4 Rezultati i rasprava

U istraživanju je sudjelovalo 35 učenika šestih i sedmih razreda, od kojih 13 (37 %) muškog, a 22 (63 %) ženskog spola. Učenika šestog razreda bilo je 15 (43 %), a učenika sedmog razreda 20 (57 %).

Kada bi se trenutno zaključivale ocjene iz matematike, bilo bi 7 odličnih, 8 vrlo dobrih, 9 dobrih, 10 dovoljnih i 1 nedovoljan, prema procjeni učenika. Dok je prethodne godine statistika zaključenih ocjena iz predmeta Matematika na kraju nastavne godine sljedeća: 11 odličnih, 6 vrlo dobrih, 11 dobrih i 7 dovoljnih. Prosječna zaključna ocjena trenutačno je 3,19 dok je prethodne godine iznosila 3,59. Na temelju navedenih podataka i uspoređujući podatke iz grafa 1 i 2, može se zaključiti da je uspjeh u silaznoj putanji.

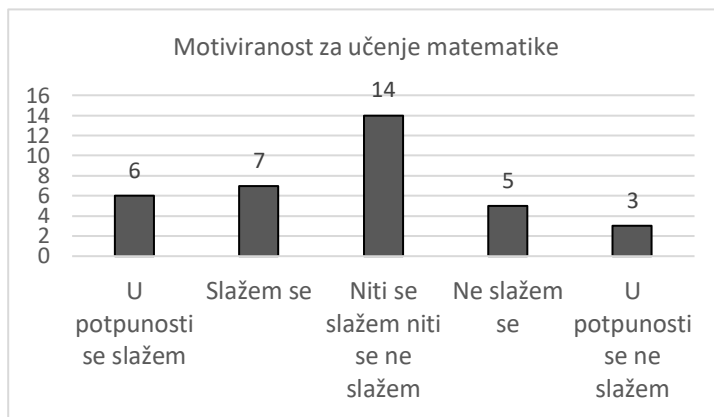
Graf 1. Trenutačna zaključna ocjena**Graf 2. Zaključna ocjena prethodne godine**

Stoga je potrebno poraditi na motivaciji učenika kako bi se rizici smanjenja uspjeha ublažili. Dalo bi se naslutiti da je jedan od načina rješavanje problema u skupini.

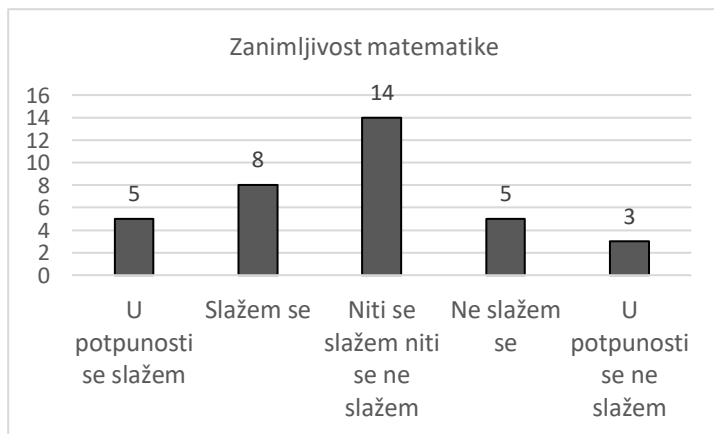
Analizirajući podatke dalje, s tim da su rezultati obaju razreda prikazani u istom grafu, uočeno je da većina učenika, njih 14 (40 %), ne može odlučiti jesu li ili nisu motivirani za učenje matematike, a njih 13 (37 %) motivirano je, dok 8 učenika

(23 %) nije motivirano za učenje matematike (graf 3). Nadalje, 14 učenika (40 %) ne može se odlučiti je li matematika zanimljiva ili nije, 13 učenika (37 %) misli da je zanimljiva, a 8 učenika (23 %) smatra da matematika nije zanimljiva (graf 4).

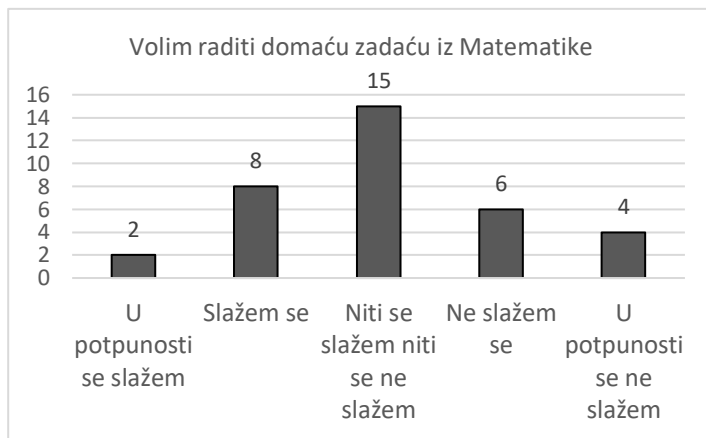
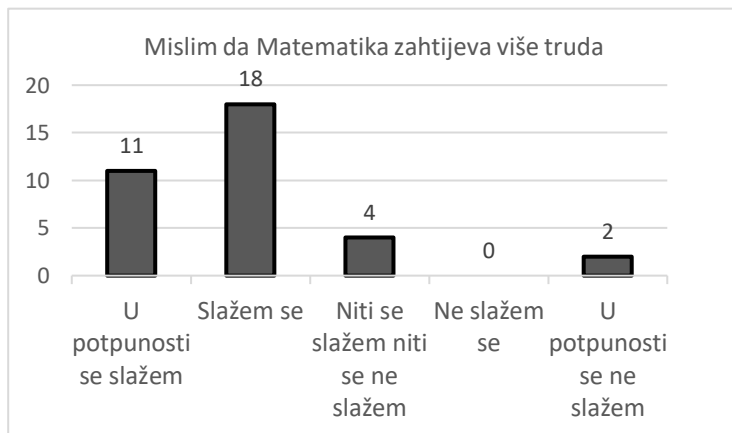
Graf 3. Motiviranost za učenje matematike



Graf 4. Zanimljivost matematike



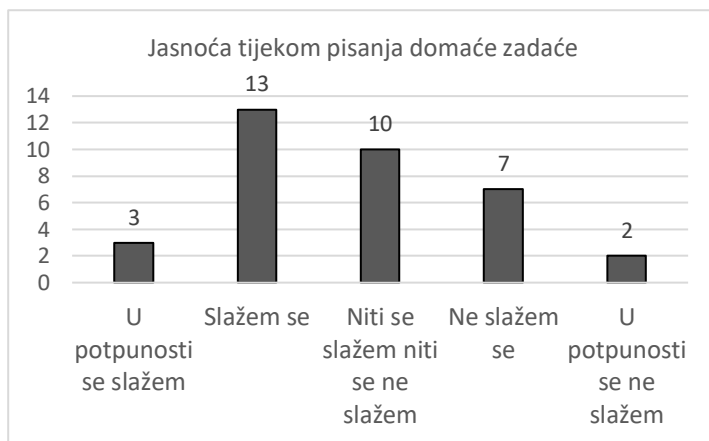
Čak 43 % učenika ne može se odlučiti voli li raditi domaću zadaću iz Matematike. Dok je onih koji jje vole raditi i ne vole podjednak broj, što se vidi u grafu 5. Može se uočiti da svakako ima prostora za daljnje proučavanje. Ono u čemu su učenici složeni je to što smatraju da Matematika zahtijeva više truda (graf 6).

Graf 5. Rješavanje domaće zadaće iz Matematike**Graf 6. Zahtjevnost Matematike**

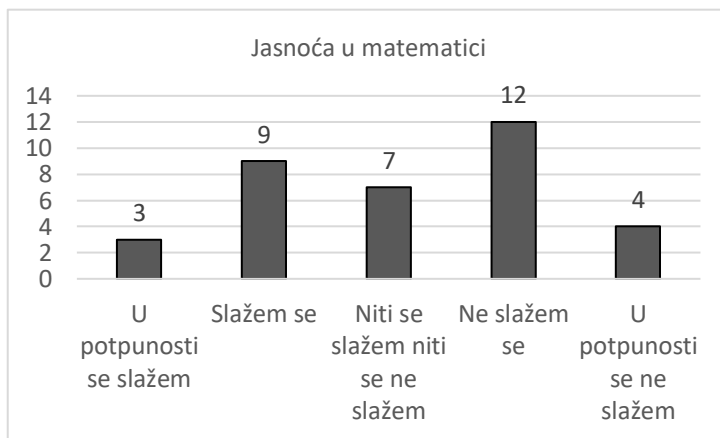
Kako je metakognicija važna za rješavanje problema jer je važno osvijestiti nejasnoće prilikom učenja matematike, tako se iz istraživanja saznalo da 48 % učenika smatra da uvijek znaju što im nije jasno dok rješavaju domaću zadaću, ostali se ne mogu odlučiti znaju li ili ne što im nije uvijek jasno. Samo 34 % učenika smatra da uvijek znaju što im nije jasno na satu matematike, a ostali se ne mogu odlučiti, a njih 37 % smatra da ne mogu postaviti pitanje na satu matematike upravo zbog toga što ne znaju što im nije jasno. Ostali učenici se ne

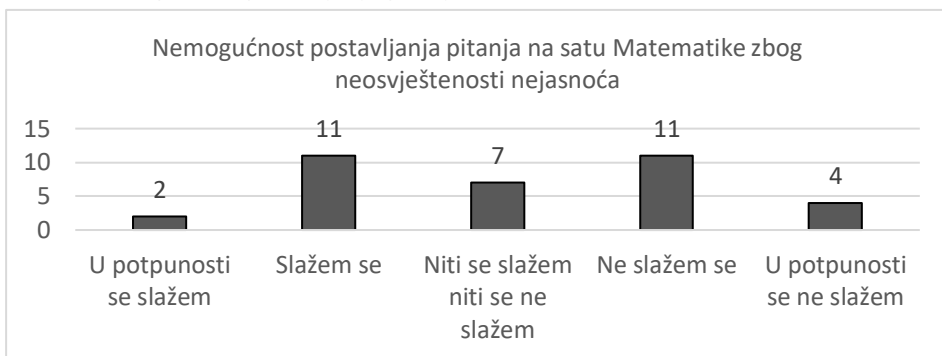
slažu s navedenim tvrdnjama ili se ne mogu odlučiti. Podatci su zornije prikazani na grafovima 7, 8 i 9.

Graf 7. Jasnoća tijekom pisanja domaće zadaće

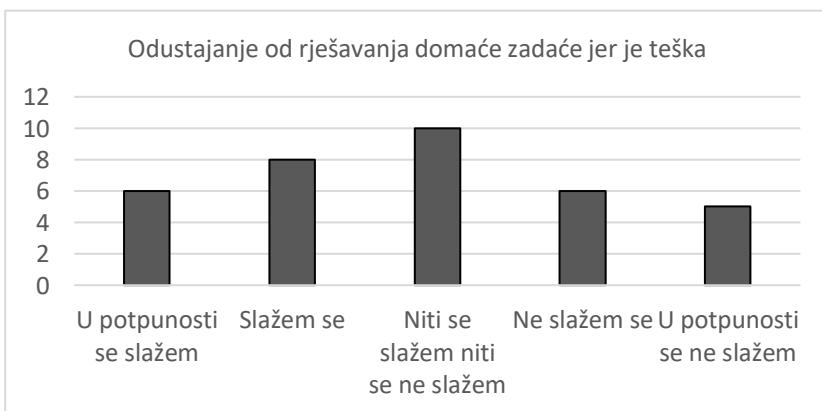


Graf 8. Jasnoća tijekom nastavnog sata

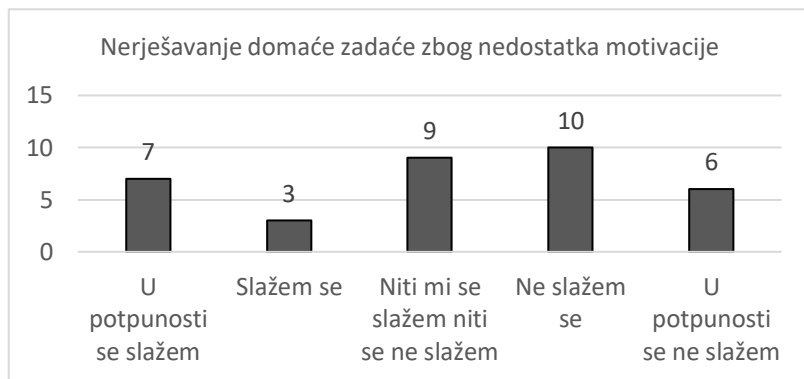


Graf 9. Nemogućnost postavljanja pitanja na satu Matematike zbog neosvještenosti nejasnoća

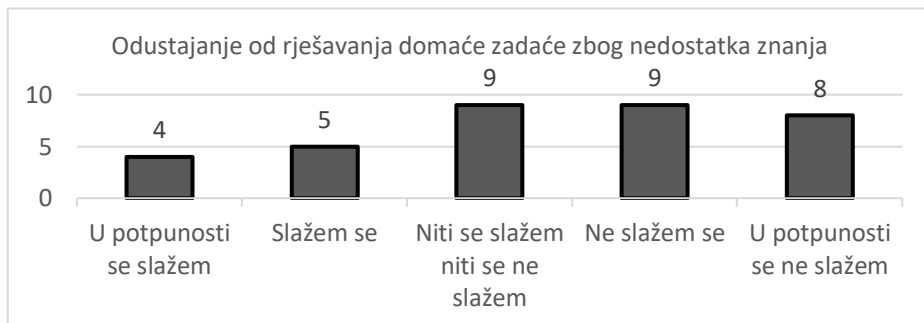
Kako što se vidi iz pregleda literature, nerješavanje domaće zadaće, što zbog manja znanja, što zbog manjka motivacije, utječe na rješavanje problema u Matematici, a samim time i na uspjeh (Cigdem Ozcan, 2015). Analiziranjem podataka dobili smo da čak 40 % učenika ne rješava domaću zadaću jer je teška, a 25 % ne rješava domaću zadaću zbog nedostatka znanja. Pokazalo se da 28 % učenika ne rješava domaću zadaću zbog nedostatka motivacije. Ostali učenici su neodlučni ili se ne lažu s navedenim tvrdnjama. Zornije se rezultati vide u grafovima 10, 11 i 12. Može se zaključiti da velik broj učenika, ako se uzmu u obzir i one neodlučni, nisu ustrajni u rješavanju domaće zadaće iz Matematike što zbog nedostatka znanja, što zbog složenosti domaće zadaće i motivacije.

Graf 10. Odustajanje od rješavanja domaće zadaće zbog složenosti

Graf 11. Odustajanje od domaće zadaće zbog nedostatka motivacije



Graf 12. Odustajanje od domaće zadaće zbog nedostatka znanja



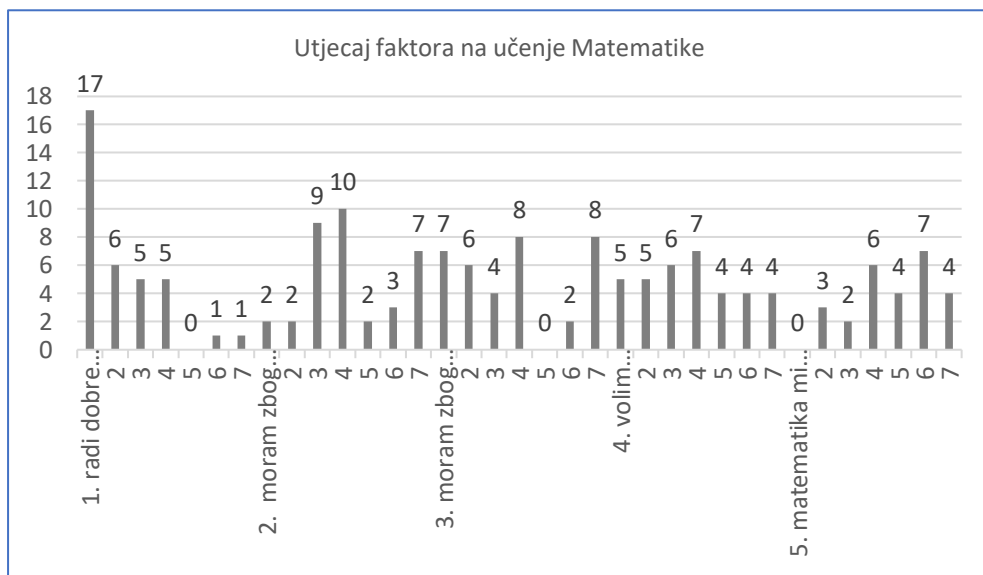
Jedan od ključnih faktora za produblјivanje znanja iz Matematike je i razlog zbog kojeg učenici uče Matematiku. Analiziranjem podataka pokazalo se da čak 49 % učenika uči Matematiku zbog dobre ocjene, 20 % zbog roditelja, a samo 14 % voli Matematiku kao nastavni predmet. Učenicima su dane izjave u kojima su morali odabrati stupanj od 1 do 7 na semantičkoj ljestvici oblika: vrijedi za mene 1 2 3 4 5 6 7 ne vrijedi za mene. Zornije se podatci mogu vidjeti na grafu 13.

Nadalje, analiziranjem podataka saznali smo da učenici najviše preferiraju rad u grupi, a zatim individualni rad i rad u paru, dok najmanje preferiraju frontalni rad (graf 14).

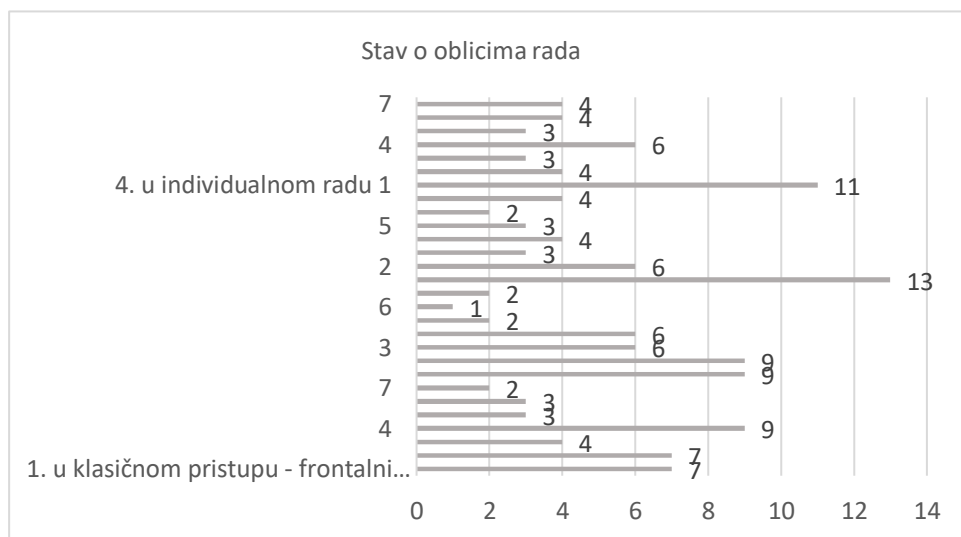
Ova analiza potvrdila je prethodna istraživanja da učenici radije rješavaju zadatke iz Matematike radeći sa svojim kolegama iz razreda.

Učenici su se trebali i izjasniti o razini svoje motivacije za učenje Matematike, njih 24 % smatra kako im je razina motivacije loša, a 18 % ne znaju procijeniti svoju razinu motivacije za učenje Matematike.

Graf 13. Utjecaj faktora na učenje Matematike



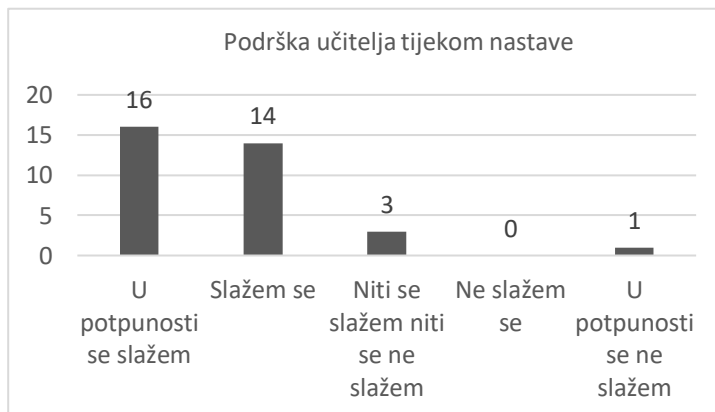
Graf 14. Stav o oblicima rada



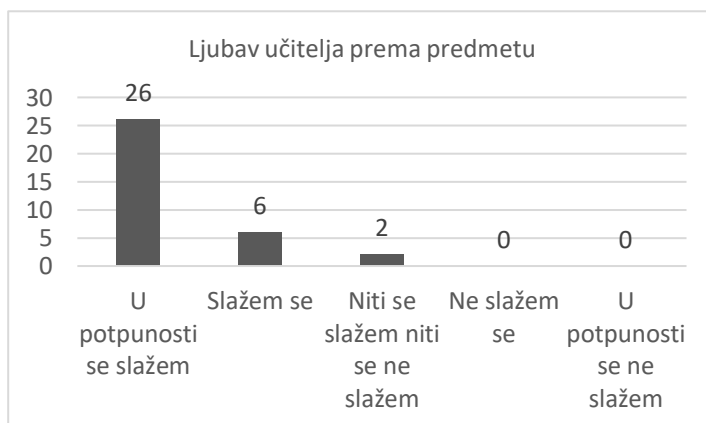
U ovom aspektu također ima prostora za daljnje istraživanje, otkrivanje faktora koji utječu na nedostatak motivacije i ublažavanje istih. S druge strane, čak 76 % učenika smatra da im je bitna ocjena iz Matematike. Možemo zaključiti da je učenicima bitna ocjena iz Matematike, ali postoji dobar dio učenika koji nije motiviran za učenje Matematike.

Kako su pojedini autori navodili da je bitno da učitelj „voli“ svoj predmet i da daje podršku učenicima tijekom nastave, tako su navedene tvrdnje o ljubavi prema predmetu i pružanju podrške učenicima te 94 % učenika smatra da učitelj pokazuje ljubav prema predmetu, a njih 88 % smatra kako im učitelj pruža podršku tijekom učenja (Wawan i Retnawati, 2022).

Graf 15. Podrška učitelja tijekom nastave



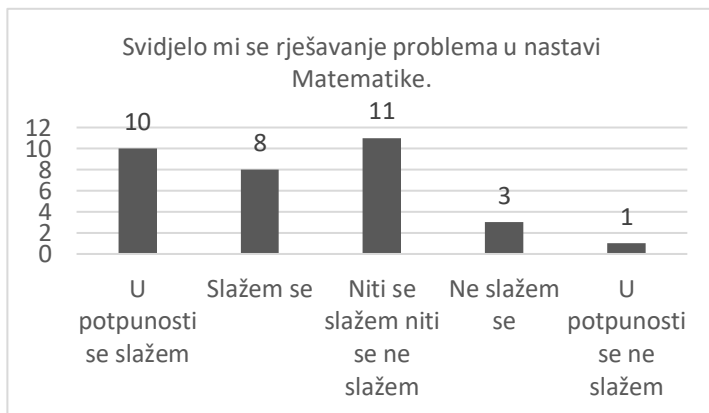
Graf 16. Ljubav učitelja prema predmetu



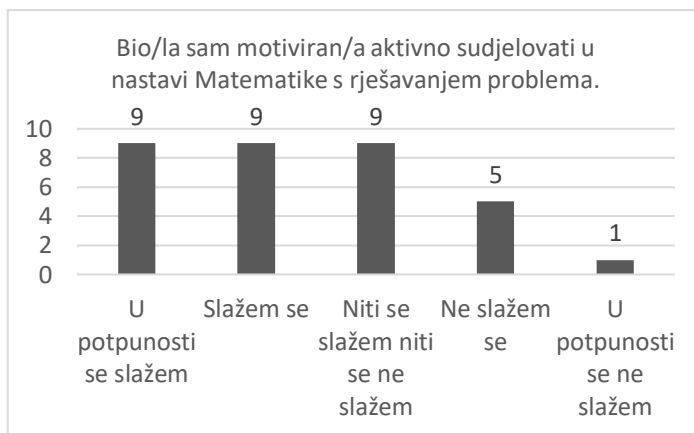
Na pitanja otvorenog tipa kao što su: Što te osobno motivira za učenje Matematike? Učenici su najčešće odgovorili da je to ocjena, odnosno uspjeh i to njih 28 %, drugi najučestaliji odgovor je bio da ih ništa ne motivira, odnosno 20 %. Prema tome se može postaviti pitanje jesu li zaista učenici samo ekstrinzično motivirani za učenje Matematike? Utječe li vanjska motivacija ili uopće nemotiviranost učenika na loš uspjeh iz Matematike, što bi moglo biti predmetom daljnjeg istraživanja.

Nakon što su učenici rješavali probleme u skupinama, gdje su međusobno komunicirali, postavljali si pitanja i pomagali, a učitelj ih je usmjeravao poticajnim pitanjima i potpitanjima da povežu svoje znanje i prethodno iskustvo s podacima koje imaju, da riješe probleme skicirajući, uočavanjem pravila. Nakon što su učenici riješili probleme, popunjavali su anketu. Analiziranjem podataka dobiveni su sljedeći podatci: 55 % učenika se svidjelo rješavati probleme, dok se njih 33 % nije moglo odlučiti je li im se svidjelo ili ne. Također, 55 % učenika je bilo motivirano aktivno sudjelovati prilikom rješavanja problema, a njih 27 % se ne može odlučiti.

Graf 17. Svidjelo mi se rješavanje problema u nastavi Matematike

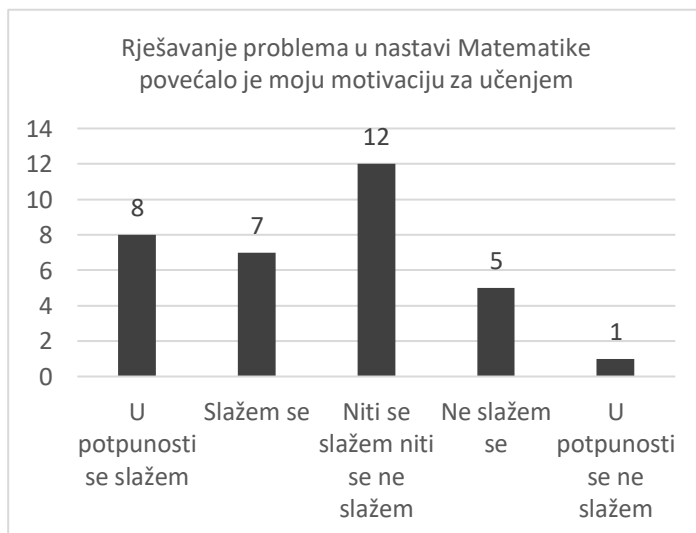


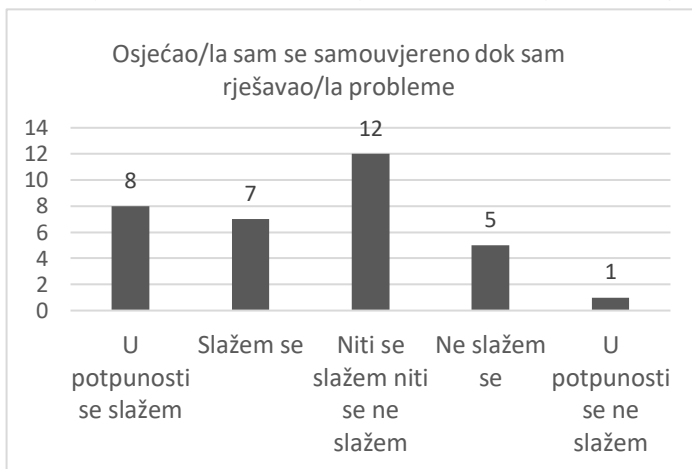
Graf 18. Motiviranost učenika za aktivno sudjelovanje



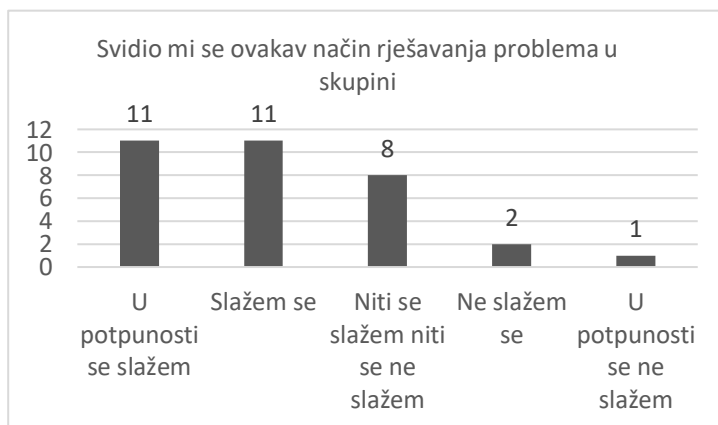
Čak 45 % učenika smatra da je rješavanje problema povećalo njihovu motivaciju za učenjem Matematike, a njih 37 % se ne može odlučiti. Također, 45 % učenika se osjećalo samouvjereno prilikom rješavanja problema, a njih 37 % se ne može odlučiti.

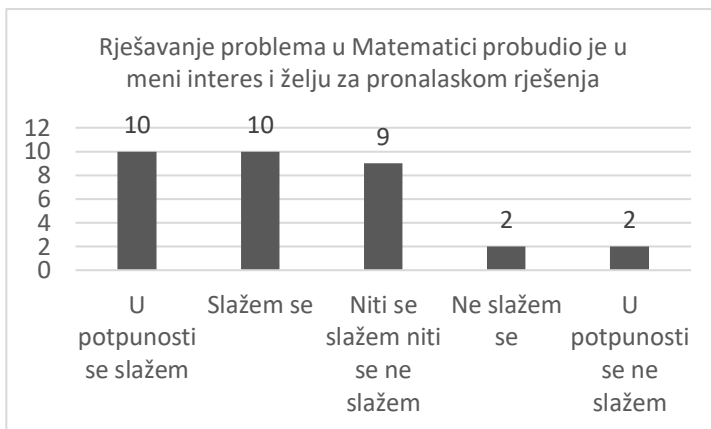
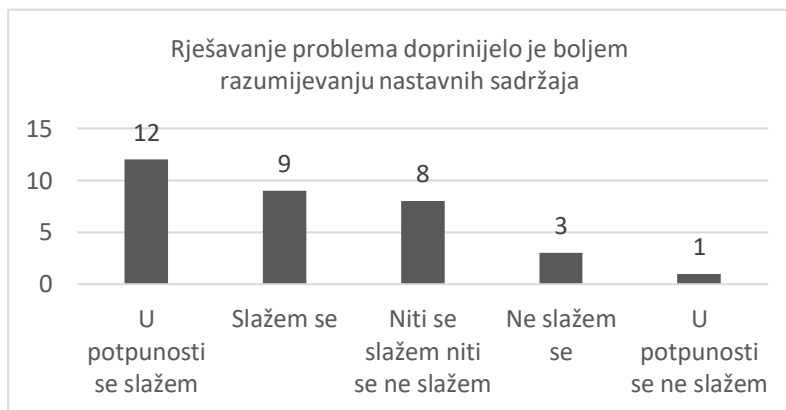
Graf 19. Rješavanje problema u nastavi Matematike povećalo je moju motivaciju za učenjem

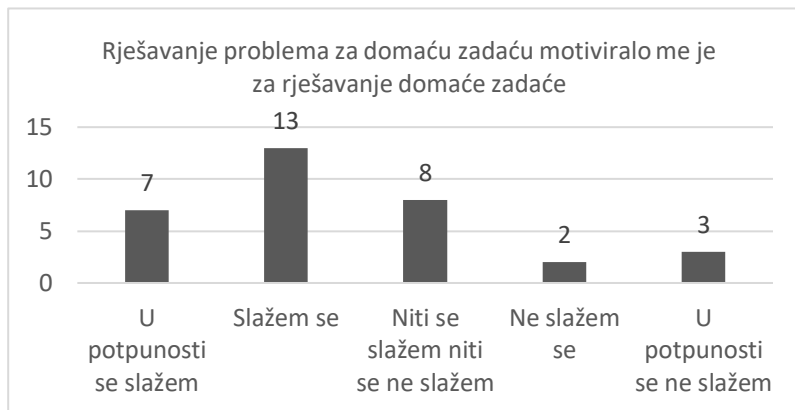


Graf 20. Osjećao/la sam se samouvjerenio dok sam rješavao/la probleme

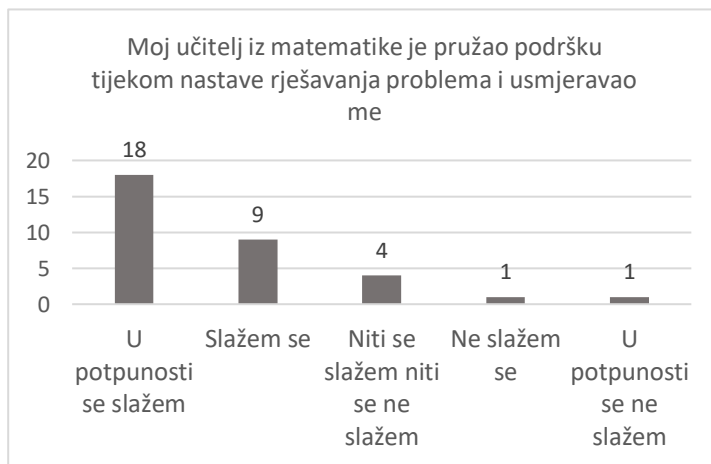
Dobiveni su podatci da se 67 % učenika svidjelo rješavati probleme u skupini. Nadalje, 61 % učenika je imalo želju i interes za pronalaskom rješenja prilikom rješavanja problema te 61 % učenika je bilo motivirano za rješavanje domaće zadaće. Osim toga, 64 % učenika smatra da im je rješavanje problema doprinijelo boljem razumijevanju nastavnih sadržaja.

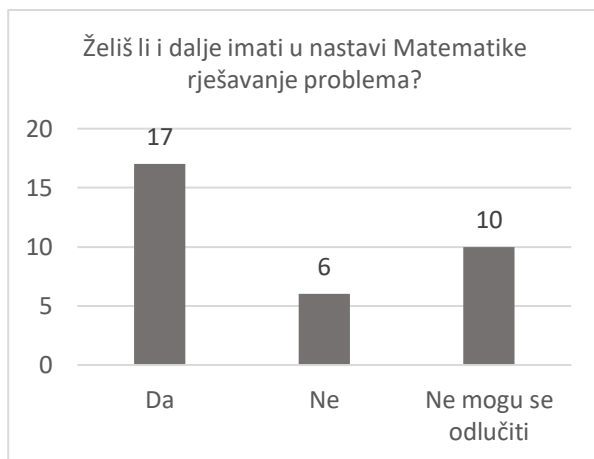
Graf 21. Rješavanje problema u skupini

Graf 22. Interes i želja za pronalaskom rješenja**Graf 23. Bolje razumijevanje nastavnih sadržaja**

Graf 24. Motiviranost za rješavanje domaće zadaće

Slično kao i prethodnoj anketi, 82 % učenika smatra da im je učitelj pružao podršku i usmjeravao ih tijekom rješavanja problema.

Graf 25. Podrška nastavnika

Graf 26. Rješavanje problema u daljnjoj nastavi

Na kraju, 52 % učenika želi i dalje rješavati probleme u nastavi Matematike, dok ih se 30 % ne može odlučiti. Oni učenici koji su pojasnili svoj odgovor, zašto žele imati i dalje rješavanje problema u nastavi, najčešće su naveli da im je to zanimljivo i da žele raditi u skupini.

Kako bi provjerili postoji li razlika između motivacije učenika prije i nakon rješavanja problema za učenje Matematike, proveden je neparametrijski Wilcoxonov test sume rangova za zavisne uzorke. Rezultati testa su pokazali da postoji statistički značajna razlika između motivacije učenika prije i nakon rješavanja problema što možemo vidjeti u tablici 1. U tablici 2 prikazane su prosječne vrijednosti te se može vidjeti da se te prosječne vrijednosti razlikuju.

Tablica 1. Wilcoxonov test sume rangova

Wilcoxonov test sume rangova	
Razlika između motivacije prije i nakon rješavanja problema	<i>p</i> vrijednost
	0,46

Tablica 2. Deskriptivna statistika

Deskriptivna statistika					
	N	Minimum	Maximum	Srednja vrijednost	Standardna devijacija
MOT1	35	1	5	3,23	1,165
MOT2	33	1	5	3,48	1,121

Većina učenika je uspješno riješila probleme koji su bili predstavljeni njima. Svakako, treba naglasiti da su učenici bili raspoređeni u heterogene skupine prema procjeni učitelja o njihovim trenutnim znanjima iz Matematike. Nadasve, svaki učenik je bio uključen u rad svoje skupine. Učenici su se podijelili unutar grupe tako da je svaki učenik rješavao po jedan zadatak, a nakon toga bi predstavio rješenje ostatku članova svoje skupine. Prema opažanju učitelja, pojedini učenici su bili uspješniji u rješavanju problema, a pojedini malo manje uspješni. Postoji i mali dio učenika, njih nekoliko u šestom i sedmom razredu,, koje je trebalo dodatno poticati na sudjelovanje u rješavanju problema. Međutim, radeći zajedno i upravljajući svojim učenjem, učenici su osvijetlili neke nejasnoće. Učitelj je tijekom cijelog procesa vodio i usmjeravao učenike, što se pokazalo kao uspješna i poticajna metoda. Dakle, prema dobivenim rezultatima, strategija rješavanja problema u heterogenim skupinama uz heuristiku (crtanje slike, traženje uzorka ili pravila, analiza i sinteza) u kojem se učenike usmjeravalo poticajnim pitanjima da se prisjećaju prethodnog znanja i iskustva, naprave plan što trebaju napraviti, provedu taj plan te se na kraju osvrnu na svoje rješenje pokazala se uspješnom. Međutim, ovaj rezultat treba razmotriti s obzirom na to da su radom u grupi učenici opušteniji i svakako im je zabavnije. Postoji prostor za daljnje istraživanje ove strategije rješavanja problema u više matematičkih koncepata kako bi se dobilo više rezultata, što bi se možda moglo generalizirati. Može se zaključiti i da se povećala motivacija učenika za učenje Matematike nakon rješavanja problema s 37 % na 45 %. Ostaje prostora za istraživanje povećava li se još više motivacija za učenje Matematike nakon više slijedova rješavanja problema.

5 Ograničenja

Istraživanje je provedeno na malom broju ispitanika, 35 učenika pa je to jedno od ograničenja ovog istraživanja. Ostaje provesti ovo istraživanje na većem uzorku kako bi rezultati bili pouzdaniji te kako bi se mogli donijeti zaključci koji bi rezultirali generalizacijom. Također, vrijeme intervencije u razredu je kratko što je također jedno od ograničenja. Preostaje provjeriti u daljnjim istraživanjima utjecaj rješavanja problema na motivaciju učenika za učenje Matematike i uspješnost rješavanja problema na više problema i u različitim nastavnim konceptima.

6 Zaključak

Motivacija je jedan od glavnih faktora koji utječu na uspjeh učenika u Matematici kao što su naveli Wawan i Retnawati, (2022). Iz rezultata prve ankete vidi se da su učenici uglavnom motivirani vanjskim faktorima, a vrlo malo njih uči Matematiku radi osobnog zadovoljstva, dakle pod utjecajem unutarnje motivacije. Istraživanje je pokazalo da su učenici svjesni zahtjevnosti Matematike, ali da im je glavna motivacija ocjena. Također, dosta učenika odustaje od pisanja domaće zadaće jer je teška i jer nisu motivirani, a rješavanje domaće zadaće je potrebno za bolji uspjeh u Matematici kao i promišljanje o samom procesu rješavanja problema i eventualnim nejasnoćama tijekom pisanja domaće zadaće (Cigdem Ozcan, 2015). Velik broj učenika nema ta metakognitivna iskustva. (Cigdem Ozcan, 2015).

Iz rezultata druge ankete može se zaključiti da su učenici bili motiviraniji u rješavanju domaće zadaće, motiviraniji za učenje Matematike, aktivnije sudjelovali u nastavi, produbili svoje znanje. Učenici su bili motivirani i oblikom rada u skupini. Svakako, treba naglasiti i da učenike motivira pozitivno ozračje u razredu, ljubav učitelja prema Matematici i podrška učitelja tijekom procesa učenja (Wawan i Retnawati, 2022). Učenicima se svidjelo rješavanje problema u nastavi Matematike te su se osjećali samouvjereno u istom.

Iz rezultata ankete se vidi da učitelj pokazuje ljubav prema predmetu i da pruža podršku učenicima tijekom nastave. Iako je Matematika zahtjevan predmet, učenici su pokazali da se osjećaju ugodno za vrijeme nastave i da u bilo kojem trenutku mogu zatražiti pomoć. Ipak, ne treba očekivati da će svi učenici nakon ovakvog načina poučavanja rješavanja problema biti uspješniji u Matematici, dovoljno je da se poveća interes i motivacija za učenje Matematike kod nekih učenika.

Izjava o sukobi interesa

The author declared no potential conflicts of interest with respect to the research, authorship, and/or publication of this article.

Literatura

- Arthur, Y. D., Dogbe, C. S. K., & Asiedu-Addo, S. K. (2022). Enhancing Performance in Mathematics Through Motivation, Peer Assisted Learning, And Teaching Quality: The Mediating Role of Student Interest. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(2), em2072. DOI: <https://doi.org/10.29333/ejmste/11509>
- Bratanić, M. i Maršić, T. (2005). Povezanost motivacije učenika s gledištima o nastavniku. *Napredak: časopis za pedagoški teoriju i praksu*, 146 (3), 300-312.
- Burton, L. (1980). The Teaching of Mathematics to Young Children Using a Problem Solving Approach. *Educational Studies in Mathematics*, 11(1), 43–58. DOI: <http://www.jstor.org/stable/3482044>
- Cheeseman, J. & Mornane, A. (2014). *Primary students' perceptions of their mathematics learning*. In J. Anderson, M. Cavanagh, & A. Prescott (Eds.), Curriculum in focus: Research guided practice (Proceedings of the 37th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia) (pp. 135–142). Sydney: MERGA.
- Cherry, K. (3.5.2023.) *Intrinsic Motivation: How Internal Rewards Drive Behavior*. Preuzeto sa: <https://www.verywellmind.com/what-is-intrinsic-motivation-2795385> (10.5.2023.)
- Cigdem Ozcan, Z. (2015). The relationship between mathematical problem-solving skills and self-regulated learning through homework behaviours, motivation, and metacognition. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(3), 408 – 420. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2015.1080313>
- Conesa, P. J., Onandia-Hinchado, I., Andoni Dunabeitia, J. & Angeles Moreno, M. (2022). Basic psychological needs in the classroom: A literature review in elementary and middle school students. *Learning and Motivation* 79. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.lmot.2022.101819>
- Čižmešija, A. (2015). Poučavanje i učenje matematike rješavanjem problemskih zadataka, ppt
- Grootenboer, P. & Marshman, M. (2016). Mathematics, Affect and Learning. Middle School Students' Beliefs and Attitudes About Mathematics Education. Singapore: *Springer*
- Hodnik Čadež, T. & Manfreda Kolar, V. (2015). Usporedba tipova generalizacija i shema rješavanja problema korištenih za rješavanje matematičkog problema. *Educ Stud Math* 89 , 283–306. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9598-y>
- Hodnik, T. & Manfreda Kolar, V. (2022). Problem solving and problem posing: from conceptualisation to implementation in the mathematics classroom. *CEPS Journal*, 12 (1). 7-12. DOI: 10.26529/cepsj.1418
- Horvat, Z. (2018). Motivacija u suvremenoj nastavi matematike. *Poučak*, 19 (73), 21-28. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/210193> (11.5.2023.)
- Hughes, C. & Estrada, J. (2017). Problem Solving. *Encyclopedia of Clinical Neuropsychology*. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-56782-2_1477-2

- Jelovica, L. i Erceg, N. (2022). Motivacija učenika u osnovnoj školi za učenje fizike
- Jensen, E. (1998). *Teaching with the brain in mind*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Jonassen, D.H. (2000). Toward a design theory of problem solving. *Educational Technology Research and Development*, 48 (4), 63-85. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02300500>
- Kurnik, Z. (2008). Zabavna matematika. *Matematika i škola*, IX, 196-202
- Lerman, S. (2010). *Theories of Mathematics Education: Is Plurality a Problem?*. In: Sriraman, B., English, L. (eds) *Theories of Mathematics Education*. Advances in Mathematics Education. Springer, Berlin, Heidelberg. DOI: 10.1007/978-3-642-00742-2_11
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). Problem Solving in Mathematics Education. In: *Problem Solving in Mathematics Education*. ICME-13 Topical Surveys. Springer, Cham. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-40730-2_1
- Malik, M. A., Shah, Z. A., Iqbal, Z. & Rauf, M. (2010). Effect of problem solving teaching strategy on 8th grade student's attitude towards science. *Journal of education and practice*, 1(3), 16-27.
- Marangunić, N., (2022). Motivacija i učenje., ppt
- Manfreda Kolar, V. & Hodnik, T. (2021). Mathematical literacy from the perspective of solving contextual problems. *European Journal of Educational Research*, 10(1), 467-483. DOI: <https://doi.org/10.12973/eu-jer.10.1.467>
- Narodne novine, (2023) https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html Pristupljeno 23. svibnja 2023.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*; a new aspect of mathematical method. Princeton University Press
- Radford, L., Netten, J. & Duquette, G. (1997). Developing Target Second Language Skills Through Problem-Solving Activities in Mathematics. *NYSABE Journal*, 12
- Slavin, R.E., (1987). Grouping for Instruction in the Elementary School. *Educational Psychologist*, 22 (2), pp. 109-127. DOI: 10.1207/s15326985ep2202_2
- Turner, J. C., Meyer, D. K., Anderman, E. M., Midgley, C., Gheen, M. & dr. (2002.), The classroom environment and students' reports of avoidance strategies in mathematics: A multimethod study. *Journal of Educational Psychology*, 94(1), 88-106. DOI: 10.1037//0022-0663.94.1.88
- Walter, J. & Hart, J. (2009). Understanding the complexities of student motivations in mathematics learning. *The Journal of Mathematical Behavior*. 28. 162-170. DOI: 10.1016/j.jmathb.2009.07.001

Wawan, Y. & Retnawati, H. (2022). Empirical study of factors affecting the students' mathematics learning achievement. *International Journal of Instruction*, 15(2), 417-434. DOI: <https://doi.org/10.29333/iji.2022.15223a>