

SUPERLUMINAL TRANSFORMATIONS IN GENERAL RELATIVITY

VALERIJ S. GURIN

Astronomical Section of Minsk Department of Astronomical-Geodesical Society of USSR, Minsk, USSR

Received 8 June 1983

UDC 530.12

Original scientific paper

In the work the Schwarzschild gravitational field and the gravitational field of tachyon are considered. It is defined that the Schwarzschild metric is transformed to the tachyon metric under Recami-Mignani superluminal transformations which extend the special theory of relativity to the tachyons. The representations on the global six-dimensional space-time in the theory of relativity is introduced.

1. Введение

В современной релятивистской физике в последние годы построена согласованная теория сверхсветовых объектов — тахионов, основанная на их равноправном с досветовыми объектами — брадионами рассмотрении в рамках специальной теории относительности, дополненной третьим постулатом. Этот постулат называется принципом реинтерпретации¹⁾: любой объект с отрицательной энергией интерпретируется как антиобъект, движущийся в противоположном направлении в пространстве и наделённый положительной энергией; объекту, движущемуся назад во времени соответствует антиобъект, движущийся вперёд во времени. Первые два постулата специальной теории относительности устанавливают однородность и изотропию пространства-времени, а также относительность инерциальных систем отсчёта (принцип относительности). Отсюда следует инвариантность скорости распространения взаимодействий — скорости света¹⁾.

Общая теория относительности основана на общем принципе относительности неинерциальных систем отсчёта. Она тоже может быть обобщена на сверхсветовые объекты.

Сверхсветовое расширение специальной теории выполняется через обобщение преобразований Лоренца на скорости V большие скорости света c , то есть с помощью суперлюминальных преобразований¹⁾. Мы в данной работе рассмотрим применение подобных преобразований в общей теории относительности в простейших гравитационных полях, а также в рамках данного подхода покажем возможность введения представлений о шестимерном пространстве-времени.

2. Гравитационные поля брадиона и тахиона

Статическое сферически-симметричное гравитационное поле в вакууме, созданное брадионной массой M , описывается метрикой Шварцшильда, которая в сферических координатах $(t, r, \vartheta, \varphi)$ имеет вид (использованы геометризованные единицы, в которых $c = G = 1$):

$$ds^2 = (1 - 2M/r) dt^2 - (1 - 2M/r)^{-1} dr^2 - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2). \quad (1)$$

Метрика имеет особенности: $r=0$ — физическая сингулярность кривизны, $r=2M$ — горизонт событий, координатная сингулярность, которая устраняется при преобразованиях координат. Наиболее удобными и широко используемыми являются преобразования Крускала к пространству-времени с метрикой

$$ds^2 = (32M^3/r) \exp(-r/2M) (dv^2 - du^2) - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2), \quad (2)$$

где

$$u = (\pm (r/2M - 1))^{1/2} \exp(r/2M) f(t), \quad v = (\pm (r/2M - 1))^{1/2} \exp(r/2M) g(t),$$

$$\text{а} \quad f_{r>2M} = g_{r<2M} = \text{ch}(t/4M), \quad f_{r<2M} = g_{r>2M} = \text{sh}(t/4M) \quad (3)$$

(верхний знак соответствует $r > 2M$, а нижний $r < 2M$).

В таком полном многообразии шварцшильдовского поля интервал между двумя событиями, происходящими в одной пространственной точке ($dr = d\vartheta = d\varphi = 0$), $ds^2 = -(2M/r)(1 - r/2M) < 0$, как видно, имеет мнимую величину при $r < 2M$. Следовательно, интервал собственного времени $d\tau = g_{tt}^{1/2} dt$ тоже изменяется по мнимой величине. Аналогичной процедурой можно показать мнимый характер в области $r < 2M$ радиальной пространственной координаты. Таким образом, при $r < 2M$ геометрию поля можно описывать координатами $(\tau, \varrho, \vartheta, \varphi)$, полученными заменой: $t \rightarrow i\tau$, $r \rightarrow i\varrho$ ($M \rightarrow iM$) и соответствующей метрикой:

$$ds^2 = (-1 - 2M/\varrho) d\tau^2 + (1 - 2M/\varrho)^{-1} d\varrho^2 + \varrho^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) \quad (4)$$

Гравитационное поле тахиона, соответствующее шварцшильдовскому, было исследовано Пересом²⁾ и Готтом³⁾. Его метрика получается из изотропной формы метрики Шварцшильда

$$ds^2 = (1 - M/2R)^2 (1 + M/2R)^{-2} dt^2 + (1 + M/2R)^4 (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (5)$$

где

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad t = R(1 + M/2R), \quad (6)$$

путём преобразований²⁾

$$z = (Z - VT)(1 - V^2)^{-1/2}; \quad t = (T - VZ)(1 - V^2)^{-1/2}, \quad (7)$$

которые в терминах расширенной теории относительности¹⁾ следует при $V > 1$ считать суперлюминальными. По формулам²⁾

$$(Z - VT)(V^2 - 1)^{-1/2} = \varrho,$$

$$(T - VZ)(V^2 - 1)^{-1/2} = \text{Rch } \vartheta, \quad (8)$$

$$x + iy = \text{Rsh } \vartheta \exp(i\varphi),$$

в координатах $(\tau, \varrho, \vartheta, \varphi)$ (5) принимает удобный вид:

$$ds^2 = -(1 - 2M/\varrho) d\tau^2 + (1 - 2M/\varrho)^{-1} d\varrho^2 + \varrho^2 (d\vartheta^2 + \text{sh}^2 \vartheta d\varphi^2). \quad (9)$$

Хорошо видно сходство (9) с (4) с точностью до угловой части, которая различается из-за разной симметрии полей брадиона и тахиона, движущегося вдоль направления $\vartheta=0$, а из метрики Шварцшильда (1) можно, таким образом, получить и (4) — аналог (1) для $r < 2M$ и (9) — аналог (1) для $V > 1$ путём суперлюминальных преобразований, при которых $ds^2 \rightarrow -ds^2$. Это изменение знака квадрата интервала заключено также в суперлюминальном расширении специальной теории относительности¹⁾.

Гравитационное поле тахиона подобно полю брадиона допускает построение полного многообразия с метрикой (2)³⁾. Однако в данном случае характер пространственной и временной координат изменяется: пространственная становится времениподобной, а временная — пространственноподобной при $r > 2M$, аналогично тому, как это происходит при $r < 2M$ в поле Шварцшильда — под горизонтом событий чёрной дыры.

Следует отметить, что тахионная чёрная дыра по отношению к брадионам не является чёрной дырой³⁾, то есть движение брадионов в поле (9) не обнаруживает особенностей, характерных для чёрных дыр, горизонт событий для них отсутствует, а сингулярности $\varrho=0$ они не достигают, но могут проходить через *горловину кротовой норы* полного многообразия Крускала. Это качественно полностью соответствует поведению тахионов в поле брадионных чёрных дыр, исследованному в работах многих авторов^{4, 5, 6)}. Для тахионов брадионные чёрные дыры не являются дырами.

Таким образом, понятие чёрных дыр зависит от того, относительно каких объектов они рассматриваются. Здесь следует вспомнить, что в расширенной специальной теории относительности при едином рассмотрении брадионов и тахионов^{1, 7)} понятие тахион и брадион тоже относительны и зависят от того, в какой системе отсчёта, сублюминальной или суперлюминальной ведётся рассмотрение. Справедлив так называемый принцип дуальности.

Из вышеизложенного можно сделать вывод о необходимости обобщения принципа дуальности в общей теории относительности. И так, понятия тахион, брадион, чёрная дыра, горизонт событий не носят абсолютного характера, а относительны. Это является наиболее ярким проявлением принципа относительности современной релятивистской физики. Следовательно, нетривиальность топологии пространства-времени, предполагаемая обычно в связи с чёрными дырами^{8, 9, 10)}, тоже зависит от того, относительно какой системы отсчёта ведётся рассмотрение.

3. О шестимерном пространстве-времени

Как следствие развития теории относительности, расширенной к сверхсветовым объектам, в последние годы ряд авторов: Павшич^{7, 11, 12)}, Странд^{13, 14)}, Реками¹²⁾, Коле^{15, 16)}, Зиино^{17, 18)}, Паппас^{19, 20)}, вводят представление о шестимерной структуре пространства-времени.

В шести измерениях может быть реализовано всё многообразие событий, связанных с брадионами и тахионами. При этом четырёхмерное пространство-время, где ведутся физические наблюдения из *нашего мира* является гиперповерхностью объемлющего шестимерного пространства⁷⁾. Мнимые физические величины, появляющиеся при суперлюминальных преобразованиях от брадионов к тахионам или наоборот, интерпретируются как ненаблюдаемые. Основываясь на рассматриваемом характере гравитационных полей тахионов и брадионов, следует обобщить представления о шестимерном пространстве-времени и в общей теории относительности.

Именно в шести измерениях реализуется всё многообразие событий, происходящих как с брадионами так и с тахионами в полном многообразии гравитационного поля, вызванного либо тахионным либо брадионным источником массы. В области под горизонтом событий брадионного поля и в области над горизонтом событий тахионного поля, как мы показали во втором разделе, пространственная и временная координаты изменяются по мнимой величине. В области над горизонтом брадионного поля и в области под горизонтом тахионного поля имеет место изменение действительных пространственной и временной координат. Таким образом, вообще, в теории относительности необходимо время и пространство считать комплексными:

$$\tilde{T} = t + i\tau, \quad \tilde{R} = r + i\rho. \quad (10)$$

В сферической системе, следовательно, получается совокупность шести координат $(t, \tau, r, \rho, \vartheta, \varphi)$.

Следует учитывать тот факт, что введённое понятие о шестимерной структуре пространства-времени не следует представлять в локальном смысле. Это значит, что для любой системы отсчёта для любого наблюдателя существует только лишь четырёхмерное пространство-время. Шестимерная структура может проявиться для некоторой совокупности систем отсчёта и наблюдателей (не меньше двух), расположенных по разные стороны от горизонта событий чёрной дыры либо движущихся один медленнее света, другой — быстрее. Поэтому высшие размерности (дополнительные к четырём) и являются ненаблюдаемыми, что математически выражается множителем и в физических величинах, соответствующих этим размерностям. Таким образом, пространство-время теории относительности глобально шестимерно.

Наблюдаемое же нами в нашей вселенной пространство является гиперповерхностью объёмлющего. Высшие размерности могут проявиться либо через тахионы либо через чёрные дыры. То, что пространства-времени брадионных и тахионных чёрных дыр можно представить в виде таких гиперповерхностей, мы покажем в следующем разделе методом вложений.

4. Вложение тахионной и брадионной метрик в шестимерное пространство-время

Вложение метрики Шварцшильда (1) в шестимерное псевдоевклидово пространство с метрикой

$$ds^2 = dz_1^2 + dz_2^2 - dz_3^2 - dz_4^2 - dz_5^2 - dz_6^2 \quad (11)$$

было выполнено Казнером²¹⁾ путём преобразований:

$$z_1 = (1 - 2M/r)^{1/2} \cos t,$$

$$z_2 = (1 - 2M/r)^{1/2} \sin t,$$

$$(dz_3/dr)^2 = (r - 2M)^{-1} (M^2/r^3 + 2M), \quad (12)$$

$$z_4 = r \sin \vartheta \cos \varphi,$$

$$z_5 = r \sin \vartheta \sin \varphi,$$

$$z_6 = r \cos \vartheta.$$

Вложение тахионной метрики (9) в то же псевдоевклидово пространство (11) можно осуществить применением суперлюминальных преобразований к соотношениям (12), то есть путём замены: $t \rightarrow it$, $r \rightarrow ir$, $M \rightarrow iM$. При этом они примут вид:

$$z_1 = (1 - 2M/\varrho)^{1/2} \operatorname{ch} \tau,$$

$$z_2 = i(1 - 2M/\varrho)^{1/2} \operatorname{sh} \tau,$$

$$(dz_3/dr)^2 = (\varrho - 2M)^{-1} (M^2/\varrho^3 + 2M), \quad (13)$$

$$z_4 = \varrho \operatorname{sh} \vartheta \cos \varphi,$$

$$z_5 = \varrho \operatorname{sh} \vartheta \sin \varphi,$$

$$z_6 = \varrho \operatorname{ch} \vartheta.$$

Таким образом, оба гравитационных поля представляются гиперповерхностями в одном шестимерном пространстве-времени.

Рассмотрим теперь, каким образом уравнения общей теории относительности допускают суперлюминальные преобразования. Для этого проведём замену $t \rightarrow i\tau$, $r \rightarrow i\rho$ в уравнениях Эйнштейна для сферически-симметричной метрики общего вида:

$$ds^2 = \exp A dt^2 - \exp B dr^2 - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2), \quad A = A(r),$$

$$B = B(r) \quad (14)$$

Они выглядят следующим образом²²⁾:

$$\exp(-B) \left((dA/dr) r^{-1} + r^{-2} \right) - r^{-2} = 0, \quad \exp(-B) \left((dB/dr) r^{-1} - r^{-2} \right) +$$

$$+ r^{-2} = 0, \quad dB/dt = 0. \quad (15)$$

При указанной замене их инвариантность очевидна, что свидетельствует о том, что теория суперлюминальных преобразований может быть с полным правом перенесена в общую теорию относительности по крайней мере для гравитационных полей сферической симметрии, рассматриваемых здесь. В метрических коэффициентах $g_{tt} = (1 - 2M/r)$ и $g_{rr} = (1 - 2M/r)^{-1}$ при суперлюминальных преобразованиях не появляются мнимые и, поскольку при этом и массу M следует считать мнимой, как это известно для тахионов (здесь уместно вспомнить интерпретацию мнимых величин как ненаблюдаемых). Следует ожидать указанную инвариантность и для более сложных гравитационных полей.

5. Заключение

В данной работе на основе введения суперлюминальных преобразований в общую теорию относительности путём единого рассмотрения гравитационных полей брадионов и тахионов получены следующие результаты:

1) Установлено соответствие через суперлюминальные преобразования областей над и под горизонтом событий чёрной дыры, а также гравитационных полей брадиона и тахиона.

2) Показана возможность введения в теорию относительности понятия глобально шестимерного пространства-времени и представления в нём тахионного и брадионного миров как четырёхмерных гиперповерхностей объёмлющего пространства.

3) Установлен мнимый характер пространственной и временной координат под горизонтом событий и в суперлюминальной области и допустимость применения уравнений и решений общей теории относительности в мнимых координатах.

В заключение работы отметим, что представляет интерес применение развитого подхода к более сложным гравитационным полям, например к полю чёрной дыры Керра и к задаче о гравитационном коллапсе, явится предметом дальнейших работ автора.

Автор глубоко благодарит А. П. Трофименко за полезные обсуждения.

Литература

- 1) E. Recami and R. Mignani, Riv. Nuovo cimento 4 (1974) 209, 398;
- 2) A. Peres, Phys. Lett. A31 (1970) 361;
- 3) J. R. Gott III, Nuovo cimento B22 (1974) 49;
- 4) V. De Sabbata, M. Pavšić and E. Recami, Lett. Nuovo cimento 19 (1977) 341;
- 5) R. W. Fuller and J. A. Wheeler, Phys. Rev. 128 (1962) 319;
- 6) E. Honig, R. C. Roeder and K. Lake, Phys. Rev. D10 (1974) 3155;
- 7) M. Pavšić, Lett. Nuovo cimento 30 (1981) 111;
- 8) Ч. Мизнер, К. Торн и Дж. Уилер, *Гравитация*, том 3, Москва, 1977;
- 9) Я. Б. Зельдович и И. Д. Новиков, *Теория тяготения и эволюция звёзд*, Москва, 1971;
- 10) E. Recami and K. T. Shah, Lett. Nuovo cimento 24 (1979) 115;
- 11) M. Pavšić, Journ. Phys. A14 (1981) 3217;
- 12) M. Pavšić and E. Recami, Lett. Nuovo cimento 19 (1977) 273;
- 13) J. Strnad, Fizika 10 (1978) 217;
- 14) J. Strnad, Fizika 11 (1979) 105;
- 15) E. A. B. Cole, Nuovo cimento A40 (1977) 171;
- 16) E. A. B. Cole, Nuovo cimento B44 (1978) 157;
- 17) G. Ziino, Lett. Nuovo cimento 24 (1979) 171;
- 18) G. Ziino, Lett. Nuovo cimento 28 (1980) 551;
- 19) P. T. Pappas, Lett. Nuovo cimento 22 (1978) 601;
- 20) P. T. Pappas, Lett. Nuovo cimento 25 (1979) 429;
- 21) Л. Эйзенхарт, *Риманова геометрия*, Москва, Издат. иностр. лит., 1948, с. 227;
- 22) Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Москва, 1973, с. 383.

SUPERLUMINALNE TRANSFORMACIJE U OPĆOJ TEORIJI RELATIV-
NOSTI

VALERIJ S. GURIN

*Astronomical Section of Minsk Department of Astronomical-Geodesical Society of USSR, Minsk,
USSR*

UDK 530.12

Originalni znanstveni rad

Razmatrano je Schwarzschildovo gravitacijsko polje i gravitacijsko polje tahiona. Superluminalnim transformacijama Recami-Mignani, koje proširuju specijalnu teoriju relativnosti na tahione, Schwarzschildova metrika transformirana je na metriku tahiona. Uvedena je globalna šest-dimenzionalna reprezentacija prostor-vrijeme