

UDK 528.4:528.5

Izvorni znanstveni članak / Original scientific paper

Određivanje horizontalnih pomaka stupova kalibracijske baze metodom deformacijske analize

Karlo STIPETIĆ, Mladen ZRINJSKI, Đuro BARKOVIĆ, Ivka KLJAJIĆ, Antonio TUPEK, Krunoslav ŠPOLJAR – Zagreb¹

SAŽETAK. Pri gradnji kompleksnih građevinskih objekata, poput dugih tunela, mostova, brana i visokih zgrada, zahtjevi za kvalitetom geodetskih radova sve su viši. Kvalitetni geodetski radovi uvjetovani su kvalitetnom geodetskom osnovom s koje se mjerenja obavljaju te primjenom preciznog geodetskog instrumentarija. Kvalitetna geodetska osnova zahtijeva visoku razinu stabilnosti. Stabilnost geodetske osnove moguće je ispitati i odrediti geodetskom izmjerom i analizom u svrhu određivanja pomaka stupova geodetske osnove. Cilj ovog istraživanja je odrediti horizontalne pomake stupova kalibracijske baze Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Definirana je konfiguracija geodetske mreže posebne namjene te su određeni pomaci geodetskih stupova kalibracijske baze u 2D lokalnom lijevo orijentiranom Kartezijevu koordinatnom sustavu s ocjenom točnosti. Izmjera je obavljena u tri epohe (rujan 2023., veljača 2024. te travanj 2024.) metodom terestričke geodetske izmjere, a sve u svrhu analize stabilnosti kalibracijske baze. Pri određivanju pomaka geodetskih stupova te traženja grubih pogrešaka u mjerenjima, upotrijebljena je poopćena Baarda statistička metoda data snooping. Obradom i analizom rezultata geodetskih mjerenja određen je statistički značajan pomak jednog stupa kalibracijske baze, što može ukazivati na potencijalnu nestabilnost kalibracijske baze. Rad sadrži potpuni prikaz procesa planiranja, pripreme, obavljanja, obrade te analize geodetskih mjerenja u svrhu određivanja horizontalnih pomaka stupova metodom deformacijske analize.

Ključne riječi: kalibracijska baza, geodetska mreža, geodetska izmjera, deformacijska analiza, pomak.

¹ Karlo Stipetić, univ. mag. ing. geod. et geoinf., Sveučilište u Zagrebu – Geodetski fakultet, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: karlo.stipetic@geof.unizg.hr

prof. dr. sc. Mladen Zrinjski, Sveučilište u Zagrebu – Geodetski fakultet, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: mladen.zrinjski@geof.unizg.hr

prof. dr. sc. Đuro Barković, Sveučilište u Zagrebu – Geodetski fakultet, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: djuro.barkovic@geof.unizg.hr

izv. prof. dr. sc. Ivka Kljajić, Sveučilište u Zagrebu – Geodetski fakultet, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: ivka.kljajic@geof.unizg.hr

dr. sc. tech. Antonio Tupek, Sveučilište u Zagrebu – Geodetski fakultet, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: antonio.tupek@geof.unizg.hr

Krunoslav Špoljar, mag. ing. geod. et geoinf., Sveučilište u Zagrebu – Geodetski fakultet, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: krunoslav.spoljar@geof.unizg.hr

1. Uvod

Temeljni koncept određivanja promjena položaja, oblika i dimenzija prirodnih oblika topografske površine temelji se na metodologiji prostornog (3D, 2D + 1D), ravninskog (2D) i visinskog (1D) pozicioniranja konačnog skupa diskretnih točaka koje primjereno detaljno reprezentiraju topografsku površinu Zemlje. Djelovanje geodinamičkih sila dovodi do promjena u građi Zemlje koje se reflektiraju na topografsku površinu Zemlje, a time i na građevinske objekte izgrađene na njoj (Rožić i Razumović 2024). Određivanje pomaka i deformacija tijekom i nakon izgradnje građevinskih objekata jedan je od najzahtjevnijih geodetskih zadataka, a obuhvaća kontrolu stabilnosti konstrukcije tijekom i nakon izgradnje te kontrolu usklađenosti s građevinskim projektom. Određivanje pomaka i deformacija omogućuje pravovremeno upozorenje i pravovremenu reakciju u slučaju neočekivanog ponašanja konstrukcije (Zrinjski i dr. 2021).

Cilj ovog istraživanja je obaviti mjerenja te obraditi i analizirati podatke mjerenja, a sve u svrhu određivanja pomaka stupova, odnosno procjene stabilnosti geodetske osnove. U sklopu ovog istraživanja, mjerenja su obavljena na kalibracijskoj bazi Geodetskog fakulteta. Kalibracijska baza Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu služi za obavljanje preciznih geodetskih mjerenja i umjeravanje različitih geodetskih instrumenata. Općenito, kalibracijska baza se sastoji od dva ili više trajno stabilizirana geodetska stupa s ugrađenim vijkom za prisilno centriranje, a služi i za definiranje mjerila velikih duljina (Solarić i dr. 1992). Kalibracijska baza nalazi se na sjevernom nasipu oteretnog kanala Sava – Odra u Donjoj Lomnici te je u svojoj naravi približno linearan objekt. Zemljani nasip na kojem je kalibracijska baza izgrađena podložan je slijeganju, što posljedično pridonosi tome da su i geodetski stupovi kalibracijske baze podložni pomacima. Da bi se utvrdilo postoje li značajni pomaci stupova kalibracijske baze, potrebno je obaviti geodetsku izmjeru.

Formirana je geodetska mreža posebne namjene te je pripremljen potreban instrumentarij za obavljanje terestričkih mjerenja. Mjerenja horizontalnih pravaca obavljena su dosljednom primjenom girusne metode. Zenitni kutovi mjereni su u dva položaja instrumenta, a duljine su mjerene u dva ponavljanja sa svakog stajališta, obostrano. Uz mjerenja potrebnih geodetskih veličina za računanje koordinata mjereni su i atmosferski parametri (temperatura zraka, atmosferski tlak i relativna vlažnost zraka) u svrhu obavljanja korekcija mjerenih kosih duljina. Izjednačenje mjerenja i određivanje pomaka stupova obavljeno je primjenom softvera *Java Applied Geodesy 3D* (JAG3D), koji upotrebljava poopćenu Baarda metodu *data snooping* pri lokalizaciji grubo pogrešnih opažanja.

U nastavku rada detaljno je opisana metodologija istraživanja, prikazani su rezultati izjednačenja epoha mjerenja i određivanja pomaka točaka, analizirani su pomaci točaka geodetske osnove te je dan zaključak na temelju cjelokupnog istraživanja.

2. Metodologija istraživanja

Djelovanje geodinamičkih sila dovodi do promjena u građi Zemlje, koje se reflektiraju na topografsku površinu i javljaju u formi promjena njezina položaja, oblika i dimenzija (Rožić i Razumović 2024). Kao što je prethodno navedeno, geodetska mjerenja obavljena su na kalibracijskoj bazi Geodetskog fakulteta koja se nalazi na zemljanom nasipu oteretnog kanala Sava – Odra. Zemljani nasipi podložni su slijeganju pa je i geodetska osnova uspostavljena na kalibracijskoj bazi podložna pomacima. Cilj ovog istraživanja odrediti je pomake stupova geodetske osnove. U tu svrhu potrebno je isplanirati, obaviti, obraditi te analizirati geodetska mjerenja.

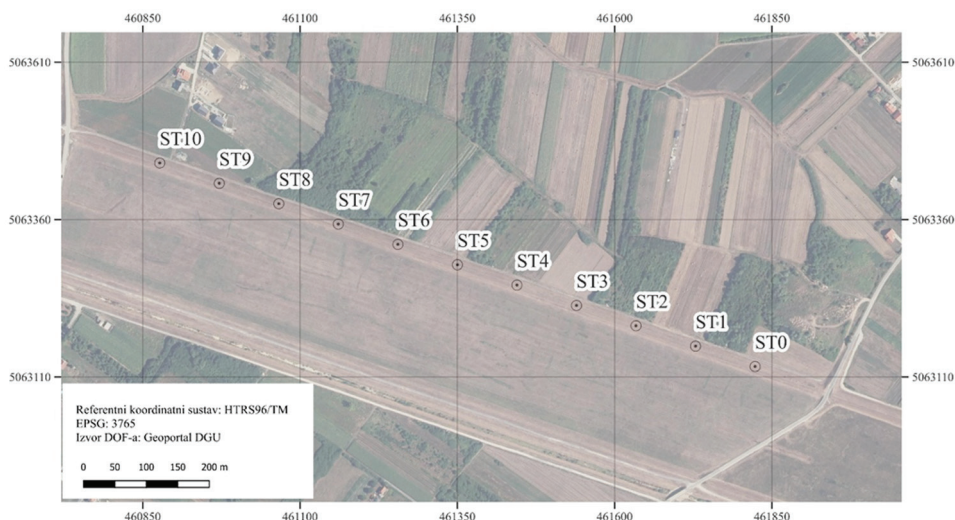
2.1. Kalibracijska baza Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu

Kalibracijska baza Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu izgrađena je za potrebe umjeravanja elektrooptičkih daljinomjera, ispitivanja točnosti novih tipova daljinomjera i postizanja jednoga zajedničkog mjerila pri mjerenju duljina do 6000 m na području Republike Hrvatske (Solaric i dr. 1992, Zrinjski 2010). Pri projektiranju kalibracijske baze posebna je pozornost posvećena analizi rasporeda stupova, tako da međusobni razmaci stupova na kalibracijskoj bazi omogućuju ispitivanje gotovo svih pogrešaka elektrooptičkih daljinomjera. Na slici 1 prikazan je položaj stupova kalibracijske baze u odnosu na početni stup kalibracijske baze. Sa slike 1 vidljivo je da na kalibracijskoj bazi postoji ukupno 23 stupa. Pri izgradnji kalibracijske baze, stabilizirana su još 3 geodetska stupa na većim udaljenostima – do 3000 m od početnog stupa, da bi se elektrooptički daljinomjeri mogli umjeravati na veće udaljenosti. Također, na udaljenosti od 6000 m od početnog geodetskog stupa, još jedna točka stabilizirana je prizemnim betonskim stupićem.



Slika 1. Prikaz međusobne udaljenosti geodetskih stupova (Zrinjski i dr. 2022).

Na slici 2 prikazani su isti stupovi kao i na slici 1 dolje, ali s digitalnim ortofotom u podlozi. Za potrebe ovog istraživanja, a prema nazivima sa slike 2, upotrijebljeni su stupovi ST0, ST2, ST4, ST6, ST8 i ST10. Geodetski stupovi s neparnim oznakama (ST1, ST3, ST5, ST7, ST9) nisu upotrijebljeni za obavljanje terenske izmjere.



Slika 2. Položaj stupova kalibracijske baze.

Kalibracijska baza Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu jedinstvena je u svijetu svojom duljinom, ali i iz razloga što nije natkrivena ni okružena vegetacijom, odnosno horizont iznad geodetskih stupova je čist, čime je omogućeno izvođenje GNSS mjerenja. Shodno tome, 2010. godine obavljena su precizna GNSS mjerenja te su određene elipsoidne koordinate stupova ST0, ST1, ST2, ST3, ST4, ST5, ST7, ST10 i na trigonometrijskoj točki Brusnik. Time su prvi put određene koordinate stupova kalibracijske baze Geodetskog fakulteta u Hrvatskom terestričkom referentnom sustavu za epohu 1995,55 (HTRS96) te u projekcijskom koordinatnom sustavu poprečne Mercatorove (Gauss–Krügerove) projekcije (engl. *Transverse Mercator Projection* – TM), skraćeno HTRS96/TM primjenom Hrvatskog pozicijskog sustava (engl. *Croatian Positioning System*–CROPOS). Određivanjem koordinata stupova kalibracijske baze u Europskom terestričkom referentnom sustavu za epohu 1989 (engl. *European Terrestrial Reference System 1989*–ETRS89) osigurano je povezivanje kalibracijske baze Geodetskog fakulteta s ostalim kalibracijskim bazama u Europi i svijetu, kada su one umjerene GNSS-om (Zrinjski i dr. 2011).

2.2. Teorijska osnova određivanja pomaka točaka

U okviru ovog istraživanja za izjednačenje geodetskih mjerenja korišten je softver *Java Applied Geodesy* (JAG3D). JAG3D je besplatan računalni softver otvorenog koda koji se primjenjuje za obradu i analizu geodetskih mjerenja. Omogućuje obradu mjerenja prikupljenih raznim geodetskim metodama, kao što su mjerenja geodetskim mjernim stanicama, nivelmanska mjerenja, GNSS mjerenja i dr. (URL 1). Također, omogućuje određivanje pomaka točaka te provedbu deformacijske analize. Metoda određivanja pomaka točaka na kojoj

se softver temelji, može se kategorizirati kao poopćena Baarda metoda *data snooping*. Za razliku od zasebnog izjednačenja mreža obje epohe, JAG3D kombinira dvije epohe na razini opažanja u ukupnom izjednačenju mreže. Testiranje hipoteza odgovara eksplicitnom postupku Karlsruhe pristupa određivanja pomaka točaka (Lösler i dr. 2017, URL 4). U nastavku je dan potpuni teorijski pregled upotrijebljene metodologije određivanja pomaka geodetskih stupova primjenom softvera JAG3D.

Određivanje pomaka točaka uključuje izjednačenje svake epohe zasebno i otkrivanje grubih pogrešaka mjerenja, otkrivanje i određivanje pomaka referentnih točaka te otkrivanje i određivanje pomaka točaka objekta. U okviru ovog istraživanja, određeni su samo pomaci referentnih točaka jer kontrolne točke nisu postojale.

2.2.1. Izjednačenje svake epohe zasebno i otkrivanje grubih pogrešaka mjerenja

U cilju otkrivanja grubih pogrešaka u mjerenjima, svaka epoha zasebno se izjednačava kao slobodna mreža, odnosno uz definiciju optimalnog datuma (Rožić 1992). Pri izjednačenju geodetske mreže primjenu nalazi Gauss-Markovljev model (Feil 1989). Funkcijski i stohastički modeli dani su izrazima (prema Lösler i dr. 2017):

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{Ax}, \quad (1)$$

$$\mathbf{C}_{\parallel} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{\parallel}, \quad (2)$$

gdje su:

$\mathbf{A}$ – matrica koeficijenata jednadžbi popravaka,

$\mathbf{x}$ – vektor prikraćenih nepoznanica,

$\mathbf{v}$ – vektor popravaka mjerenja,

$\mathbf{l}$ – vektor prikraćenih mjerenja,

$\mathbf{Q}_{\parallel}$ – matrica kofaktora mjerenja,

σ_0^2 – *a priori* faktor varijance,

$\mathbf{C}_{\parallel}$ – matrica varijanci-kovarijanci mjerenja.

Sustav normalnih jednadžbi kojim se može odrediti neki datum glasi (prema Lösler i dr. 2017):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{A} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{l} \\ g \end{bmatrix}, \quad (3)$$

gdje su:

$\mathbf{G}$ – matrica svojstvenih vektora,

$\mathbf{k}$ – vektor Lagrangeovih korelata.

Matrica $\mathbf{A}$ je singularna jer ne sadrži nikakve podatke o datumu geodetske mreže (prema Lehmann i Lösler 2017). Defekt datuma uklanja se pomoću dodatne jednadžbe uvjeta $\mathbf{G}^T \mathbf{x} = g$, pri čemu je matrica $\mathbf{G}$ odgovorna za definiranje datuma. Taj sustav jednadžbi proširen je korelacijskim vektorom $\mathbf{k}$, regularan je i daje procjenu nepoznatog faktora varijance (prema Lösler i dr. 2017):

$$\sigma^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{v}}{n - u + g} = \frac{\Omega}{r}, \quad (4)$$

pri čemu su:

n – broj mjerenja,

u – broj nepoznanica,

g – defekt datuma,

σ^2 – *a posteriori* procijenjeni faktor varijance.

Rezultirajuća geodetska mreža temelji se isključivo na mjerenjima koja su uzeta u obzir pri izjednačenju. Iz toga se razloga slobodno izjednačenje može primijeniti za detekciju grubih pogrešaka mjerenja. Opći model iz kojeg proizlazi detektiranje grubih mjerenja glasi (prema Lösler i dr. 2017):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{A} & \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{A} & \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{l} \\ \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{l} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

gdje su:

$\boldsymbol{\delta}$ – vektor procijenjenih grubih pogrešaka,

$\mathbf{B}$ – pridružena dizajn-matrica.

Ukoliko nema grubih pogrešaka mjerenja, ta dodatna integracija vektora $\boldsymbol{\delta}$ u model nema značajni utjecaj na krajnji rezultat izjednačenja i očekivana vrijednost tih dodatnih parametara je tada $E\{\boldsymbol{\delta}\} = \mathbf{0}$. Testiranjem hipoteze

utvrđuje se jesu li određeni parametri statistički značajni, tj. jesu li oni doista grube pogreške.

Vektor procijenjenih parametara grubih pogrešaka δ i pripadna matrica kofaktora $\mathbf{Q}_{\delta\delta}$ dani su izrazom (prema Lösler i dr. 2017):

$$\delta = -\mathbf{Q}_{\delta\delta} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{v}, \quad (6)$$

$$\mathbf{Q}_{\delta\delta} = (\mathbf{B}^T \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{Q}_{\text{vv}} \mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} \mathbf{B})^{-1}, \quad (7)$$

gdje je:

$\mathbf{Q}_{\text{vv}} = \mathbf{Q}_{\parallel} - \mathbf{A} \mathbf{Q}_{\text{xx}} \mathbf{A}^T$ – matrica kofaktora popravaka mjerenja.

Slijedi formiranje dviju test-statistika Fisherove razdiobe, T_{prio} i T_{post} koje se međusobno razlikuju samo po odabiru faktora varijance, uz odabir nivoa signifikantnosti (prema Lösler i dr. 2017):

$$T_{\text{prio}} = \frac{\delta \mathbf{Q}_{\delta\delta}^{-1} \delta}{m \sigma_0^2} \text{ za } F_{m,\infty} \mid H_0, \quad (8)$$

$$T_{\text{post}} = \frac{\delta \mathbf{Q}_{\delta\delta}^{-1} \delta}{m \sigma'^2} \text{ za } F_{m,r-m} \mid H_0, \quad (9)$$

gdje su:

r – broj prekobrojnih mjerenja,

m – dimenzija geodetske mreže,

$\sigma'^2 = \frac{\Omega - \delta^T \mathbf{Q}_{\delta\delta}^{-1} \delta}{r - m}$ – *a posteriori* procijenjeni faktor varijance proširenog modela,

$F_{m,\infty}$ – granična vrijednost F testa za test-statistiku T_{prio} ,

$F_{m,r-m}$ – granična vrijednost F testa za test-statistiku T_{post} .

Ispitivanje postojanja grubih pogrešaka u mjerenjima obavlja se testiranjem pomoću izraza (8) i (9).

Ako test-statistika uz određenu razinu signifikantnosti prati Fisherovu centralnu razdiobu F_{f_1, f_2} sa stupnjevima slobode f_1 i f_2 , tj. poprima manju vrijednost od granične vrijednosti Fisherove razdiobe, tada parametri vektora δ nisu statistički značajni. To znači da nema grubih pogrešaka mjerenja. U suprotnome se prihvaća alternativna hipoteza. Svako mjerenje ispituje se zasebno. Zato se zasebno provodi n pojedinačnih proširenja modela. U svakom pojedinom proširenju modela dobije se jedan parametar vektora δ . Ukoliko se za pojedino opažanje nulta hipoteza odbacuje, to mjerenje potrebno je izostaviti iz skupa mjerenja i ponoviti korake u izrazima od (6) do (9), iterativno sve dok se nulta hipoteza više ne odbacuje. Opisani postupak naziva se *data snooping* (Lösler i dr. 2017).

2.2.2. Otkrivanje i određivanje pomaka referentnih točaka

Da bi se uopće mogli odrediti pomaci točaka kalibracijske baze, potrebno je provjeriti stabilnost točaka koje definiraju referentni koordinatni sustav. Ovdje se primjenjuje princip zajedničkog izjednačenja obiju epoha, u čijem se linearnom funkcijskom modelu treba napraviti podjela na referentne točke i na točke objekta sukladno sljedećem izrazu (prema Lösler i dr. 2017):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{R,1} & \mathbf{A}_{O,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{R,2} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{O,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_R \\ \mathbf{x}_{O,1} \\ \mathbf{x}_{O,2} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

gdje su:

$\mathbf{l}_1$ – vektor prikraćenih mjerenja prve epohe,

$\mathbf{l}_2$ – vektor prikraćenih mjerenja druge epohe,

$\mathbf{x}_R$ – subvektor uvjetno stabilnih referentnih točaka,

$\mathbf{x}_{O,1}, \mathbf{x}_{O,2}$ – subvektori točaka objekta u prvoj, odnosno drugoj epohi.

Elementi jednadžbi popravaka referentnih točaka smješteni su u submatrice $\mathbf{A}_{R,1}$ i $\mathbf{A}_{R,2}$, dok su u submatricama $\mathbf{A}_{O,1}$ i $\mathbf{A}_{O,2}$ elementi točaka objekta kojeg se prati. Stohastički dio modela formira se tako da u matricu varijanci-kovarijanci $\mathbf{C}_{\parallel}$ upišu vrijednosti dobivene iz pojedinačnih izjednačenja epoha. Tako dobivena matrica je dijagonalna pošto se stohastičke ovisnosti

između epoha zanemaruju zbog duljeg vremenskog razdoblja između njih (Lösler i dr. 2017):

$$\mathbf{C}_{\Pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{l_1 l_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{l_2 l_2} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Da bi se dokazala nepromjenjivost točaka između epoha, ponovno se testiraju nulta i alternativna hipoteza. Statističke hipoteze sada glase (Lösler i dr. 2017):

$$H_0 : E(\delta_j) = 0 \quad \text{ i } \quad H_a : E(\delta_j) \neq 0, \quad (12)$$

gdje je δ_j pomak ispitivane referentne točke.

Ako je došlo do statistički značajnog pomaka neke referentne točke, to će u ovom zajedničkom modelu prve i druge epohe biti detektirano kao gruba pogreška. Potrebno je provesti onoliko proširenja modela koliko ima referentnih točaka, na način da se referentna točka za koju se pretpostavlja da se pomaknula, u drugoj epohi izražava kao funkcija koordinata prve epohe i promjene δ_j . Gauss-Markovljev prošireni model sada poprima oblik (Lösler i dr. 2017):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{R,1} & \mathbf{A}_{O,1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{R,2} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{O,2} & \mathbf{B}_{j,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_R \\ \mathbf{x}_{O,1} \\ \mathbf{x}_{O,2} \\ \delta_j \end{bmatrix}. \quad (13)$$

U ovom koraku ispituju se sva mjerenja u kojima sudjeluje j -ta točka, tako da su sada u vektoru $\mathbf{B}_{j,2}$ jedinice pridružene svim mjerenjima u drugoj epohi u kojima ispitivana točka sudjeluje. Također, vektor nepoznanica sada osim prikraćenih vrijednosti nepoznanica točaka, daje i vrijednost pomaka pojedine točke δ_j . Nulta hipoteza testira se pomoću već navedenih izraza (8) i (9). Ukoliko se ta nulta hipoteza za jednu ili više točaka odbaci, točka s najvećom test statistikom treba se premjestiti iz grupe referentnih točaka u grupu točaka objekta. Taj postupak provodi se iterativno sve dok se ne eliminiraju sve nestabilne referentne točke, odnosno sve dok nulta hipoteza ne bude prihvaćena.

2.2.3. Otkrivanje i određivanje pomaka točaka objekta

Nakon što se statistički dokaže stabilnost referentnih točaka, mogu se određivati eventualni pomaci točaka objekta. Nulta i alternativna hipoteza sada glase (Lösler i dr. 2017):

$$H_0: E(d_k) = 0 \quad \text{ i } \quad H_a: E(d_k) \neq 0, \quad (14)$$

gdje je d_k pomak pojedine točke objekta, a računa se pomoću izraza (prema Lösler i dr. 2017):

$$d_k = F_k \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{O,1} \\ \mathbf{x}_{O,2} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

gdje je:

$F_k = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I}_{k,1} & \mathbf{0} & \mathbf{L} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{k,2} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ – matrica koeficijenata koja se sastoji od nul-matrice, a na mjestima koja odgovaraju k -toj točki objekta u prvoj i drugoj epohi nalaze se jedinične matrice.

Odgovarajuća matrica kofaktora pomaka računa se prema izrazu (prema Lösler i dr. 2017):

$$\mathbf{Q}_{d_k d_k} = F_k \mathbf{Q}_{xx} F_k^T \quad (16)$$

Statistička značajnost izračunatih pomaka točke k testira se pomoću test-statistika $T_{prio,k}$ i $T_{post,k}$ (prema Lösler i dr. 2017):

$$T_{prio,k} = \frac{\mathbf{d}_k^T \mathbf{Q}_{d_k d_k}^{-1} \mathbf{d}_k}{m \sigma_0^2} \text{ za } F_{m,\infty} \mid H_0, \quad (17)$$

$$T_{post,k} = \frac{\mathbf{d}_k^T \mathbf{Q}_{d_k d_k}^{-1} \mathbf{d}_k}{m \sigma^2} \text{ za } F_{m,r} \mid H_0. \quad (18)$$

gdje su:

$F_{m,\infty}$ – granična vrijednost F testa za test-statistiku $T_{prio,k}$,

$F_{m,r}$ – granična vrijednost F testa za test-statistiku $T_{post,k}$.

Ukoliko je test-statistika manja ili jednaka graničnoj vrijednosti Fisherove razdiobe za određenu razinu signifikantnosti i stupnjeve slobode, zaključuje se da nije došlo do značajnog pomaka ispitivane točke. Ukoliko se dokaže suprotno, može se zaključiti da se dogodio značajan pomak te je potrebno provesti daljnju interdisciplinarnu analizu pomaka objekta.

2.3. Slijed obrade podataka

Nakon obavljenih geodetskih mjerenja, pristupa se obradi podataka mjerenja. Geodetska izmjera obavljena je mjerenjem horizontalnih pravaca u dva položaja instrumenta te su duljine mjerene u dva ponavljanja obostrano, stoga je obrada podataka mjerenja obuhvatila računanje sredina horizontalnih pravaca iz više ponavljanja, sredina zenitnih kutova, redukciju kosih duljina, izračun horizontalnih duljina te određivanje približnih nepoznanica u lijevo orijentiranom lokalnom 2D Kartezijevu koordinatnom sustavu.

2.3.1. Obrada duljina mjerenih elektrooptičkim daljinomjerom

Za duljine mjerene elektrooptičkim daljinomjerom potrebno je uzeti u obzir sljedeće korekcije i redukcije (Zrinjski 2010):

- atmosferske korekcije,
- redukciju na duljinu luka na srednjoj visini baze,
- redukciju duljine u horizontalnom smjeru na luk na srednjoj visini koji prolazi iznad ili ispod prve i zadnje točke baze.

U svrhu obrade mjerenja obavljenih na kalibracijskoj bazi, jedina značajna korekcija ili redukcija jest prva brzinska korekcija, stoga je samo ona i primijenjena na rezultate mjerenja. Druga brzinska korekcija je obavljena i nije značajnog iznosa za sve mjerene duljine na kalibracijskoj bazi. Redukcije duljina na elipsoid nisu obavljene jer je sva daljnja obrada mjerenja obavljena u ravninskom 2D lokalnom lijevo orijentiranom koordinatnom sustavu. Atmosferske korekcije odnose se na eliminaciju ili smanjenje utjecaja temperature, tlaka i vlažnosti zraka na rezultate mjerenja duljina. Izrazi obavljenih atmosferskih korekcija u ovome radu prikazani su u nastavku.

Prva brzinska korekcija, prema uputama proizvođača geodetske mjerne stanice Leica TC2003, računa se prema sljedećem izrazu (Zrinjski 2010):

$$\Delta D_1 = \left\{ 283,04 - \left[\frac{0,29195 \cdot p}{(1 + \alpha \cdot t)} - \frac{4,126 \cdot 10^{-4} \cdot h}{(1 + \alpha \cdot t)} \cdot 10^{\chi} \right] \right\} \cdot 10^{-6}, \quad (19)$$

gdje su:

ΔD_1 – prva brzinska korekcija duljine [ppm],

p – tlak zraka [hPa],

$$\alpha = \frac{1}{273,16},$$

t – temperatura zraka [°C],

h – relativna vlažnost zraka [%],

$$\chi = \frac{7,25 \cdot t}{237,3 + t} + 0,7857.$$

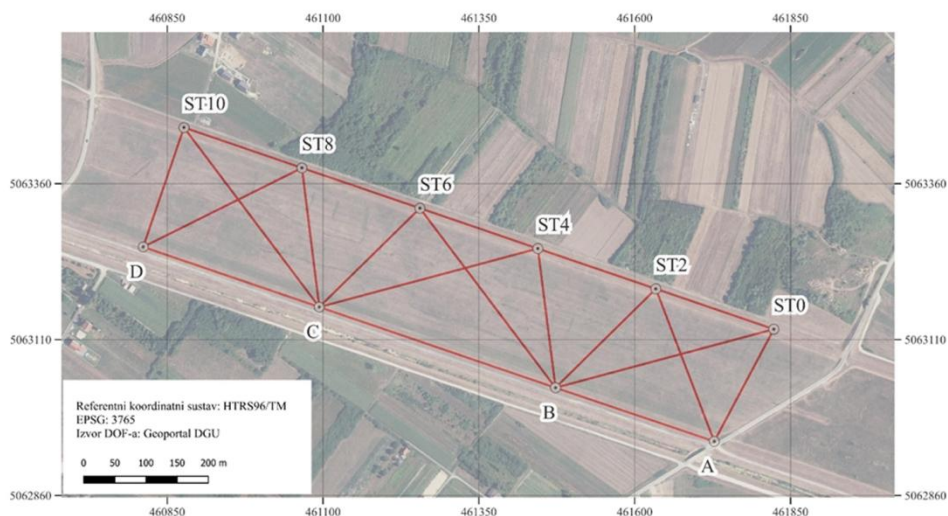
Duljina D_1 korigirana za prvu brzinsku korekciju, izračunata je prema izrazu:

$$D_1 = D + \Delta D_1 \cdot D. \quad (20)$$

2.4. Planiranje i konfiguracija geodetske mreže

Prema Kapoviću (2010) na oblik geodetske mreže i vrsta geodetskih mjerenja pri njenoj uspostavi utječe na raspodjelu položajne točnosti unutar geodetske mreže. Iz tog razloga, oblik geodetske mreže i vrstu geodetskih mjerenja potrebno je pažljivo isplanirati i analizirati. Idealan slučaj je kada se mreža uspije isplanirati na način da mjerenja zatvaraju idealne geometrijske figure – npr. pravilan geodetski četverokut. Na oblik geodetske mreže utječe ponajviše konfiguracija terena na kojem se mjerenja obavljaju te gotovo nikad neće biti moguće ostvariti idealne geometrijske figure.

Osnovni 2D oblici geodetskih mreža su: geodetski četverokut, dvostruki geodetski četverokut, lanac geodetskih četverokuta, lanac trokuta, mreža trokuta, centralni sustav, dvostruki centralni sustav, lanac centralnih sustava te kombinacija navedenih (Kapović i dr. 2006). Za oblik geodetske mreže, u svrhu ovog istraživanja, upotrijebljena je kombinacija geodetskih trokuta i geodetskih četverokuta, zbog velikih mogućnosti kontrola i otkrivanja grubih i sustavnih pogrešaka (slika 3).



Slika 3. Konfiguracija geodetske mreže na kalibracijskoj bazi uspostavljene u okviru ovog istraživanja.

Dio točaka geodetske mreže na kalibracijskoj bazi stabilizirani su betonskim stupovima (slika 4, lijevo). Pri geodetskoj izmjeri korišten je pribor za prisilno centriranje jer betonski stupovi na kalibracijskoj bazi imaju ugrađene centralne vijke, na koje je moguće postaviti podnožne ploče za instrument ili prizmu (slika 4, desno).



Slika 4. Stabilizacija (lijevo) i signalizacija (desno) na stupovima kalibracijske baze.

Kalibracijska baza približno je linearan objekt, stoga bez uvođenja dodatnih točaka nije moguće formiranje geodetske mreže. Upravo zbog toga na južnom nasipu kanala Sava – Odra privremeno su stabilizirane dvije točke bolnom te su trajno stabilizirane dvije točke prizemnim betonskim stupićem. Opis takvog načina stabilizacije geodetskih točaka dan je u Barković i Zrinjski (2020). Navedeni pristup stabilizaciji je prihvatljiv u ovom istraživanju jer pomaci na tim točkama nisu bili od interesa, već su samo posredno određeni.

Stabilizacijom dodatnih geodetskih točaka, geodetska mreža poprima oblik prikazan na slici 3. Iz takvog oblika geodetske mreže moguće je odrediti pomake geodetskih točaka, ali i obavljati brojne druge analize. Geodetske točke stabilizirane prizemnim betonskim stupovima signalizirane su uz pomoć stativa, kako bi bilo moguće postaviti prizmu ili geodetsku mjernu stanicu na geodetsku točku.

3. Priprema, obavljanje i analiza geodetskih mjerenja

Geodetska mjerenja obavljena su u 3 neovisne epohe: nulta epoha u rujnu 2023., prva epoha u veljači 2024. i druga epoha u travnju 2024., metodom terestričke geodetske izmjere. Prije mjerenja obavljena je *a priori* analiza mjerenja, a nakon mjerenja *a posteriori* analiza.

3.1. Instrumentarij korišten za obavljanje geodetske izmjere

Geodetska izmjera formirane geodetske mreže obavljena je primjenom geodetske mjerne stanice Leica TC2003 (slika 5, URL 2).



Slika 5. Precizna geodetska mjerna stanica i uređaj za mjerenje atmosferskih parametara.

Tehničke karakteristike geodetske mjerne stanice Leica TC2003, tvrtke Leica Geosystems, dane su u tablici 1. Tehničke karakteristike dane su i na mrežnoj adresi URL 2, no u tablici 1 prikazane su detaljnije tehničke specifikacije za konkretnu geodetsku mjernu stanicu koja je korištena pri terenskim mjerenjima u sklopu ovog istraživanja.

Tablica 1. *Tehničke karakteristike geodetske mjerene stanice Leica TC2003 (serijski broj: 439183) (prema Zrinjski 2010).*

Tehnička karakteristika	Vrijednost
Standardno odstupanje mjerenja horizontalnih pravaca i zenitnih kutova	0,5"
Standardno odstupanje mjerenja duljina (do 300 m)	0,3 mm + 1 ppm
Standardno odstupanje mjerenja duljina (veća od 300 m)	1 mm + 1 ppm

Za vrijeme preciznih mjerenja vrlo je važno što točnije izmjeriti atmosferske parametre: temperaturu, tlak i relativnu vlažnost zraka. Pogreška u mjerenju temperature od 1 °C uzrokuje pogrešku u mjerenoj duljini od 1 mm na 1000 m (Solarić i dr. 2012). Mjerenje atmosferskih parametara obavljalo se uređajem za određivanje atmosferskih parametara Lufft XA1000 (URL 3). Pri mjerenju atmosferskih parametara je korištena i precizna temperaturna i higrometerska sonda Lufft 8130.TFF.

3.2. Obavljanje terenskih mjerenja

U svrhu ovog istraživanja, horizontalni pravci i zenitni kutovi mjereni su u dva položaja instrumenta te su duljine mjerene u dva ponavljanja, obostrano. Pri geodetskoj izmjeri upotrijebljene su precizne (Leica GPH1P) i obične (Leica GPR121) prizme. Na stupovima kalibracijske baze postavljene su precizne prizme dok su se na točkama stabiliziranim bolcnom ili prizemnim betonskim stupom postavljene obične prizme zbog činjenice da je cilj istraživanja odrediti pomake na geodetskim stupovima kalibracijske baze, dok su ostale stabilizirane točke služile samo kao pomoć pri uspostavi geodetske mreže. Ovime je osigurano da su mjerenja prema stupovima kalibracijske baze uvijek obavljena najvišom mogućom točnošću.

Terenski uvjeti tijekom mjerenja u nultoj epohi nisu bili idealni, prvenstveno zbog visoke temperature zraka. Prilikom obavljanja mjerenja prve i druge epohe, terenski uvjeti su bili povoljniji te primjereniji za obavljanje preciznih geodetskih mjerenja.

Nulta epoha obavljena je u rujnu 2023. pri temperaturi zraka od oko 32 °C uz velik utjecaj titranja zraka. Prva epoha mjerenja obavljena je u veljači

2024. pri temperaturi zraka od oko 16 °C i izrazito povoljnim atmosferskim uvjetima. Druga epoha obavljena je u travnju 2024. pri temperaturi zraka od oko 25 °C, pri dobrim atmosferskim uvjetima.

3.3. *A priori* ocjena točnosti mjerenja

Prije obavljanja preciznih geodetskih mjerenja, potrebno je provesti *a priori* analizu mjerenja. *A priori* analiza mjerenja obuhvaća određivanje varijanci, odnosno standardnih odstupanja pojedinih vrsta mjerenja, ovisno o raznim faktorima. Jedini faktor koji je nemoguće neposredno matematički modelirati jest atmosferski utjecaj u trenutku mjerenja.

A priori varijancu mjerenja horizontalnih pravaca određuje se prema idućem izrazu (Novaković 2006):

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{\sigma_v^2 + \sigma_{o\check{c}}^2}{n} + 2\sigma_{hor.}^2 \cdot ctg^2 z + (\rho'')^2 \frac{4\sigma_c^2}{s^2} \left(1 - \frac{\cos \beta}{2}\right) + 2\left(\frac{s}{2R}\right) \sigma_{k_h}^2, \quad (21)$$

gdje su:

σ_v – standardno odstupanje viziranja,

$\sigma_{o\check{c}}$ – standardno odstupanje očitavanja,

σ_c – standardno odstupanje centriranja instrumenta i vizurne marke,

$\sigma_{hor.}$ – standardno odstupanje horizontiranja instrumenta,

σ_{k_h} – standardno odstupanje određivanja koeficijenta bočne refrakcije,

S – duljina vizurne linije,

z – zenitni kut vizurne linije,

k_h – koeficijent bočne refrakcije,

R – srednji radijus Zemlje.

Iz tehničkih specifikacija instrumentarija preuzete su vrijednosti za standardno odstupanje viziranja σ_v , standardno odstupanje očitavanja $\sigma_{o\check{c}}$, te standardno odstupanje horizontiranja $\sigma_{hor.}$. Prema tome, standardno odstupanje viziranja σ_v iznosi 2", standardno odstupanje očitavanja $\sigma_{o\check{c}}$ iznosi 0,5" te standardno odstupanje horizontiranja $\sigma_{hor.}$ 10". Standardno

odstupanje centriranja σ_c iskustveno je procijenjena da iznosi 0 mm na stupovima kalibracijske baze te 0,5 mm na stativima, jer je korišten pribor za prisilno centriranje.

A priori vrijednost varijance mjerenja zenitnih kutova određuje se izrazom (Novaković 2006):

$$\sigma_z^2 = \frac{\sigma_v^2 + \sigma_{o\check{c}.}^2 + \sigma_i^2}{2n} + \left(\frac{s}{2R} \right) \sigma_{kv}^2, \quad (22)$$

gdje su:

σ_v – standardno odstupanje viziranja,

$\sigma_{o\check{c}.}$ – standardno odstupanje očitavanja,

σ_i – pogreška indeksa vertikalnog kruga (ili kompenzatora),

σ_{kv} – standardno odstupanje određivanja koeficijenta vertikalne refrakcije,

S – duljina vizurne linije,

R – srednji radijus zakrivljenosti Zemlje.

Iz tehničkih specifikacija instrumentarija preuzete su vrijednosti standardnog odstupanja viziranja σ_v te pogreška kompenzatora. Kao vrijednost standardnog odstupanja viziranja, iz tehničkih specifikacija instrumentarija, preuzeta je vrijednost 2", a za vrijednost pogreške kompenzatora 0,5". Standardno odstupanje očitavanja $\sigma_{o\check{c}.}$ određeno je iz prosjeka pogrešaka indeksa vertikalnog kruga iz mjerenja te iznosi 5". Prema dostupnoj literaturi, standardno odstupanje određivanja koeficijenta vertikalne refrakcije σ_{kv} iznosi 0, jer su duljine obostrano mjerene. Iz tog razloga cijeli drugi član izraza (22) može se zanemariti.

A priori vrijednost standardnog odstupanja mjerenja duljina elektrooptičkim daljinomjerom određuje se izrazom (Novaković 2006):

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_m^2 + a^2 + (s \cdot b \cdot ppm)^2}, \quad (23)$$

pri čemu su:

σ_i – standardno odstupanje centriranja instrumenta,

σ_m – standardno odstupanje centriranja vizurne marke,

s – mjerena duljina

a – konstantni dio preciznosti mjerenja duljine (utjecaj pogreške nule, periodičke i fazne pogreške),

b – varijabilni dio (pogreška mjerila) preciznosti mjerenja duljine (utjecaj indeksa atmosferske refrakcije i kalibracije modulacijske frekvencije).

Standardno odstupanje centriranja instrumenta σ_i te standardno odstupanje centriranja vizurne marke σ_m procijenjeno je, te kao što je prethodno navedeno iznose 0 mm za geodetsku mjernu stanicu ili prizmu postavljenu na stupove kalibracijske baze te 0,5 mm za geodetsku mjernu stanicu ili prizmu postavljenu na stativ. Korišten je pribor za prisilno centriranje, stoga se procjena prethodno navedenih vrijednosti smatra zadovoljavajućom.

Iz izraza (21), (22) i (23) određene su vrijednosti *a priori* vrijednosti standardnih odstupanja mjerenja, prikazanih u tablici 2.

Tablica 2. *A priori* vrijednosti standardnih odstupanja mjerenja.

Vrsta mjerenja	<i>A priori</i> vrijednost standardnog odstupanja
Horizontalni pravci	1,5"
Zenitni kutovi	2,7"
Kose duljine	1,1 mm

Iz tablice 2 jasno je vidljivo da vrijednost standardnog odstupanja mjerenja izračunate pri *a priori* analizi mreže razlikuju od vrijednosti standardnih odstupanja mjerenja u specifikacijama instrumentarija (tablica 1), što se može i očekivati jer su standardna odstupanja mjerenja iz specifikacija instrumentarija određene u kontroliranim laboratorijskim uvjetima.

3.4. *A posteriori* ocjena točnosti mjerenja

Nakon obavljenih mjerenja u svrhu određivanja pomaka, potrebno je odrediti *a posteriori* vrijednosti standardnih odstupanja mjerenja prije izjednačenja. *A posteriori* vrijednost standardnog odstupanja mjerenja horizontalnih pravaca izračunata izravno iz mjerenja računa se prema Ferreovoj formuli (Novaković 2006):

$$s_k = \sqrt{\frac{f^T f}{3N}}, \quad (24)$$

gdje vrijedi:

f – kutna nesuglasica u trokutu,

N – ukupan broj trokuta.

Moguće je izračunati i *a posteriori* vrijednosti varijanci mjerenja zenitnih kutova i kosih duljina (Novaković 2006):

$$s_l^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(l_i - \bar{l})^2}{n-1}, \quad (25)$$

gdje su:

l_i – vrijednost pojedinog mjerenja,

$\bar{l}$ – najbolja procjena vrijednosti mjerene veličine (aritmetička sredina),

n – ukupan broj mjerenja,

s_l^2 – procijenjena varijanca iz niza ponovljenih mjerenja iste veličine.

Prema izrazima (24) i (25), a na temelju podataka mjerenja, dobivena su standardna odstupanja obavljenih mjerenja prije izjednačenja te su prikazana u tablici 3. Izraz (25) moguće je koristiti i za zenitne kutove i kose duljine.

Tablica 3. *A posteriori* vrijednosti standardnih odstupanja mjerenja prije izjednačenja.

Vrsta mjerenja	Epoha mjerenja		
	E0	E1	E2
Horizontalni pravci	2,0"	1,6"	3,2"
Zenitni kutovi	7,9"	6,4"	8,4"
Kose duljine	0,8 mm	0,3 mm	0,5 mm

Iz tablice 3 vidljivo je da su horizontalni pravci mjereni s većim standardnim odstupanjem od onih određenih *a priori* analizom (tablica 2). Vidljivo je i da su u prvoj epohi horizontalni pravci mjereni s najvišom točnosti od 1,6".

Prema tablici 3 zaključuje se da su zenitni kutovi mjereni s oko četiri puta nižom razinom točnosti u usporedbi s horizontalnim pravcima, osim u drugoj epohi, gdje su zenitni kutovi mjereni s oko 3 puta manjom točnošću. Razlog tome ponajviše leži u atmosferskim uvjetima na terenu. Kao što je prethodno već spomenuto, postojao je veći utjecaj titranja zraka, pogotovo u nultoj epohi mjerenja. Iz tog razloga viziranje na prizmu je otežano.

Duljine su mjerene s visokom razinom točnosti (ispod razine milimetra). Jasno je vidljivo da su mjerenja u prvoj epohi obavljena s višom razinom točnosti u odnosu na ostale epohe mjerenja. *A posteriori* vrijednosti nakon mjerenja se razlikuju od teorijskih *a priori* vrijednosti upotrijebljenog instrumentarija. Postoje brojni razlozi zašto je to tako, no najbitniji su terenski uvjeti. Kod *a posteriori* vrijednosti standardnih odstupanja mjerenja sadržane su sustavne, slučajne te eventualne male grube pogreške. Iz svega navedenog, jasno je da *a posteriori* vrijednost standardnog odstupanja nakon mjerenja daje realniju sliku stvarnih vrijednosti standardnog odstupanja mjerenja od onih danih u specifikacijama instrumentarija. Upravo iz tog razloga pri izjednačenju mjerenja kao *a priori* vrijednosti standardnog odstupanja mjerenja upotrijebljene su upravo *a posteriori* vrijednosti izračunate iz mjerenja.

4. Definicija lokalnog 2D koordinatnog sustava

Za potrebe određivanja približnih vrijednosti nepoznanica te za svu daljnju obradu podataka, primijenjen je lijevo orijentirani 2D lokalni Kartezijev koordinatni sustav. Os y definirana je pravcem koji određuju točke ST2 – ST0, a os x okomita je na os y . Ishodište lokalnog koordinatnog sustava definirano je geodetskom točkom ST0, s koordinatama $(y, x) = (10000, 1000)$. Približne nepoznanice izračunate su iz mjerenja te su prikazane u tablici 4.

Tablica 4. *Približne nepoznanice koordinata točaka geodetske mreže.*

Točka	y	x
	[m]	[m]
ST0	10000,000	1000,000
ST2	9799,996	1000,000
ST4	9599,987	999,907
ST6	9400,028	999,866
ST8	9200,010	999,785
ST10	9000,003	999,795
A/E/I	9967,828	798,765
B/F/J	9699,007	797,897
C/G/K	9298,518	797,680
D/H/L	8999,964	797,496

Izjednačenja svake epohe zasebno obavljena su uz definiciju optimalnog datuma mreže, u svrhu određivanja malih grubih pogrešaka te ocjene kvalitete geodetske mreže u cjelini. U svrhu ovog istraživanja određeni su 2D pomaci stupova, a sve prema algoritmu prikazanom u poglavlju 2.

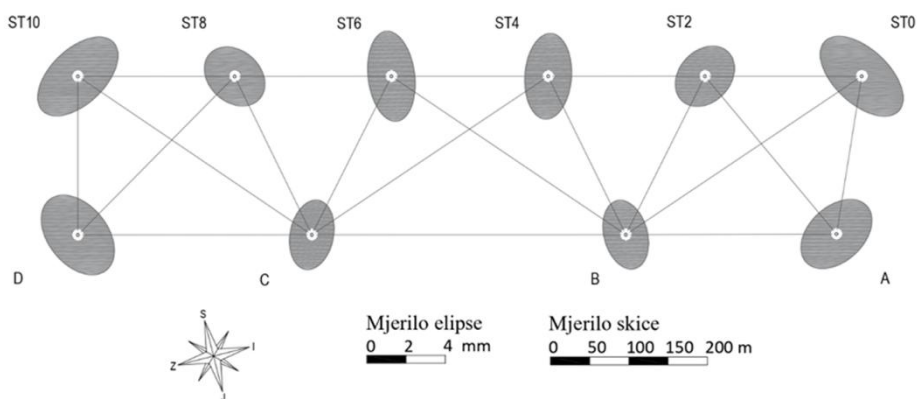
5. Rezultati pojedinih izjednačenja epoha mjerenja

Svaka epoha izjednačena je zasebno s ciljem ocjene kvalitete mreže u cjelini te određivanja postoje li eventualna grubo pogrešna mjerenja u pojedinoj epohi. Izjednačenje nulte epohe mjerenja, rezultira s vrijednostima prikazanim u tablici 5. Iz navedenih rezultata zaključuje se da su izjednačenjem koordinate točaka dobile standardno odstupanje ispod razine milimetra, čime su zadovoljena očekivanja zadana već pri planiranju mjerenja.

Tablica 5. *Izjednačene koordinate točaka i pripadna standardna odstupanja nulte epohe mjerenja.*

Točka	y	x	s_y	s_x
	[m]	[m]	[mm]	[mm]
ST0	9999,999	1000,004	0,4	0,4
ST2	9799,994	1000,002	0,3	0,3
ST4	9599,985	999,910	0,2	0,4
ST6	9400,027	999,869	0,2	0,5
ST8	9200,008	999,785	0,3	0,3
ST10	9000,001	999,792	0,4	0,4
A	9967,817	798,752	0,4	0,4
B	9699,001	797,897	0,2	0,3
C	9298,512	797,687	0,2	0,4
D	8999,997	797,493	0,4	0,4

Distribucija položajne točnosti na pojedinim točkama grafički je prikazana na slici 6 elipsama položajne točnosti, koje pokrivaju područje od 95% pouzdanosti. Mreža je homogena, odnosno elipse pouzdanosti su približno istih veličina poluosi na svim točaka. Mreža nije izotropna, odnosno njene elipse ne prelaze u kružnice. Navedeno je rezultat vrsta obavljenih mjerenja te oblika geodetske mreže.

Slika 6. *Elipse položajne točnosti izjednačenih koordinata točaka nulte epohe mjerenja.*

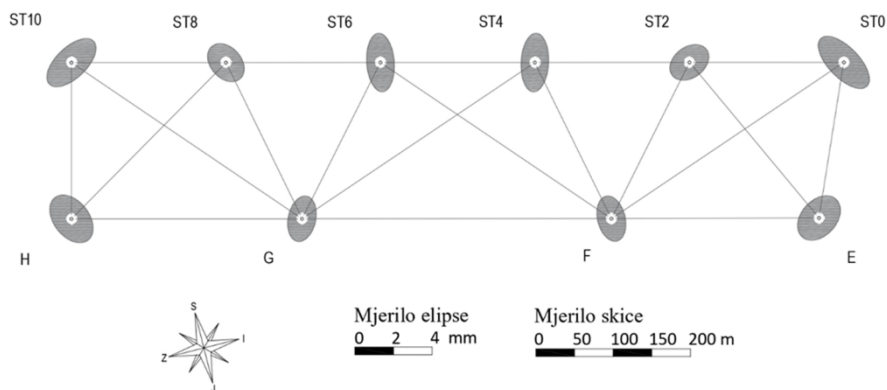
Izjednačene koordinate nepoznanica prve epohe mjerenja prikazane su u tablici 6. Mreža je, kao i kod nulte epohe, izjednačena uz primjenu

optimalnog datuma mreže. Iz standardnih odstupanja vidljivo je da su mjerenja zadovoljila kriterije visoko preciznih mjerenja.

Tablica 6. *Izjednačene koordinate točaka i pripadna standardna odstupanja prve epohe mjerenja.*

Točka	y	x	s_y	s_x
	[m]	[m]	[mm]	[mm]
ST0	10000,000	1000,000	0,3	0,3
ST2	9799,996	1000,000	0,2	0,2
ST4	9599,987	999,905	0,2	0,3
ST6	9400,029	999,863	0,1	0,3
ST8	9200,011	999,783	0,2	0,2
ST10	9000,004	999,796	0,3	0,3
E	9967,827	798,764	0,2	0,2
F	9699,007	797,900	0,1	0,2
G	9298,517	797,681	0,1	0,2
H	8999,963	797,497	0,2	0,3

Na slici 7 grafički su prikazani rezultati izjednačenja prve epohe mjerenja, elipsama položajne točnosti koje pokrivaju područje od 95% pouzdanosti. Geodetska mreža, kao i kod nulte epohe je homogena, ali ne i izotropna.



Slika 7. *Elipse položajne točnosti izjednačenih koordinata točaka prve epohe mjerenja.*

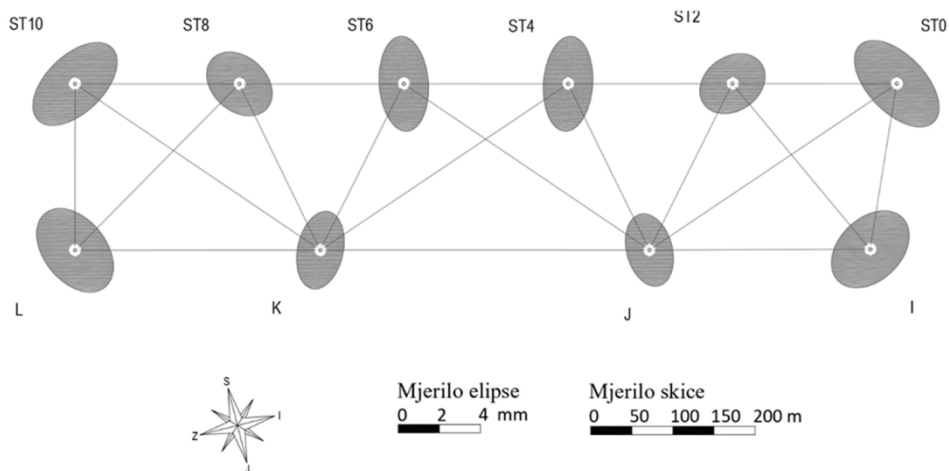
Izjednačene koordinate nepoznanica te pripadne ocjene točnosti za drugu epohu mjerenja prikazane su u tablici 7. Vidljivo je da su standardna odstupanja izjednačenih koordinata nepoznanica u visokoj razini podudarna s rezultatima nulte epohe mjerenja.

Prilikom izjednačenja mjerenja, izostavljen je horizontalni pravac mjereno s točke K prema L, zbog prisustva grube pogreške, koja je detektirana izjednačenjem uz primjenu optimalnog datuma mreže. Pravac je moguće izbaci jer postoje dodatna prekobrojna mjerenja.

Tablica 7. *Izjednačene koordinate točaka i pripadna standardna odstupanja druge epohe mjerenja.*

Točka	y	x	s_y	s_x
	[m]	[m]	[mm]	[mm]
ST0	10000,002	1000,004	0,4	0,4
ST2	9799,998	1000,002	0,3	0,3
ST4	9599,987	999,905	0,2	0,4
ST6	9400,028	999,862	0,2	0,4
ST8	9200,009	999,780	0,3	0,3
ST10	9000,002	999,791	0,4	0,4
I	9967,808	798,762	0,3	0,3
J	9699,013	797,898	0,2	0,3
K	9298,513	797,682	0,2	0,3
L	8999,982	797,504	0,3	0,4

Grafički prikaz rezultata izjednačenja druge epohe mjerenja prikazan je na slici 8, primjenom elipsa položajne točnosti koje pokrivaju područje od 95% pouzdanosti. Vidljivo je da je mreža homogena, no ne i izotropna. Kao i kod prethodne dvije epohe, navedeno je uvjetovano oblikom geodetske mreže te vrstom obavljenih mjerenja.



Slika 8. *Elipse položajne točnosti izjednačenih koordinata točaka druge epohe mjerenja.*

6. Analiza određivanja pomaka stupova

Određivanje pomaka stupova obavljeno je primjenom softvera JAG3D. Iz tablica 8 i 9 te slike 9, vidljivo je da su određeni samo pomaci za stupove ST2, ST4, ST6 i ST8. Stupovi ST0 i ST10 upotrijebljeni su za definiciju datuma, odnosno njihove koordinate su fiksirane. Na ovaj način ostvaren je konvencionalni datum s prisilom. Datum je definiran upravo kako je opisano, jer je kalibracijska baza približno linearan objekt te se na ovaj način mogu odrediti odstupanja kalibracijske baze od idealnog pravca. Određivanjem pomaka stupova na kalibracijskoj bazi u odnosu na pravac ST0 – ST10 neposredno određujemo i odstupanje kalibracijske baze od idealnog pravca. Geodetske točke A, B, C i D su u svakoj epohi nazvane drugim imenom da bi se naglasila činjenica kako to nisu identične točke u svakoj epohi, već da su to točke na približno istom položaju između epoha. Upotrijebljene su za definiranje povoljnije geometrije geodetske mreže. Njihovi pomaci nisu određeni.

Pomaci geodetskih točaka određeni su metodologijom prikazanom u poglavlju 2. Rezultati određivanja pomaka točaka između epoha 0 i 1 prikazani su u tablici 8. Vidljivo je da stup ST6 nije zadovoljio statističke testove, odnosno možemo ga smatrati nestabilnom točkom geodetske mreže. Ovo je jedini statistički značajan pomak unutar geodetske mreže određen između nulte i prve epohe.

Oznaka T_{prio} i T_{post} u tablicama 8 i 9 označavaju dvije test-statistike Fisherove razdiobe, koje se razlikuju po odabiru faktora varijance. Oznaka q predstavlja graničnu vrijednost Fisherove razdiobe na temelju koje se određuje prihvaća li se nulta ili alternativna hipoteza.

Tablica 8. Rezultati određivanja pomaka stupova između nulte i prve epohe.

Točka	Epoha 0 – Epoha 1		Statistički parametar			
	δy	δx	T_{prio}	T_{post}	q	$T \leq q H_0$
	[mm]	[mm]				
ST2	0,8	–0,1	1,54	1,80	16,07	Ispunjeno
ST4	1,3	–3,7	9,89	11,58	16,07	Ispunjeno
ST6	0,4	–6,0	19,57	22,91	16,07	Nije ispunjeno
ST8	0,8	–3,1	10,26	12,02	16,07	Ispunjeno

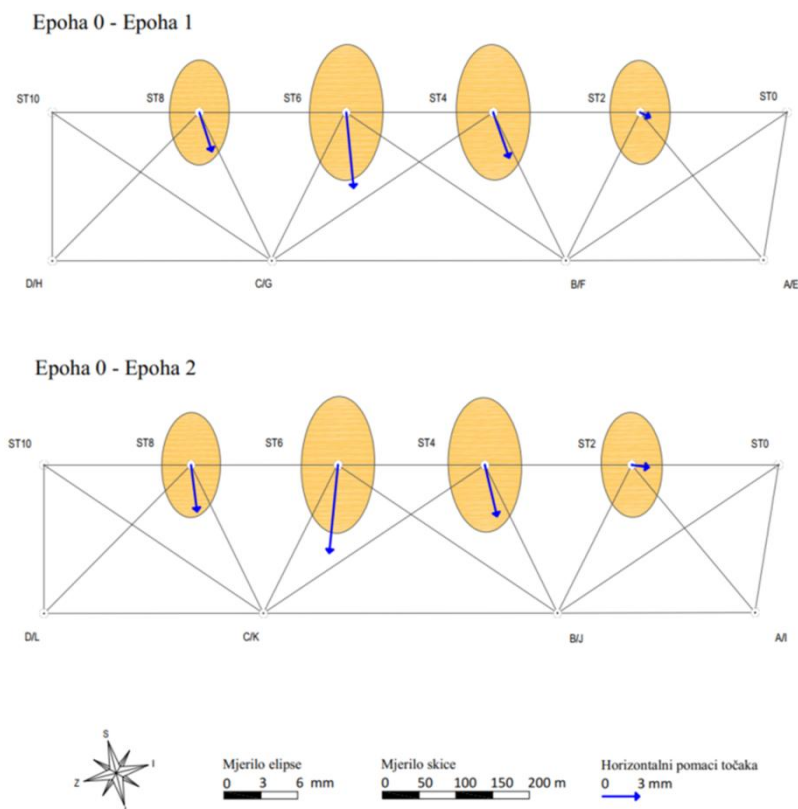
Rezultati određivanja pomaka stupova između nulte i druge epohe prikazani su u tablici 9. Stup ST6 ponovno nije zadovoljila statističke testove, odnosno može se smatrati nestabilnim. Ostali geodetski stupovi zadovoljili su

statističke testove te se mogu smatrati statistički stabilnim stupovima, odnosno određeni pomaci za ostale stupove nisu statistički značajni. U tablici 9 δy i δx označavaju pomake stupova po koordinatnim osima.

Tablica 9. Rezultati određivanja pomaka stupova između nulte i druge epohe.

Točka	Epoha 0 – Epoha 2		Statistički parametar			
	δy	δx	T_{prio}	T_{post}	q	$T \leq q H_0$
	[mm]	[mm]				
ST2	1,4	–0,2	5,20	5,74	16,00	Ispunjeno
ST4	1,0	–4,2	10,79	11,91	16,00	Ispunjeno
ST6	–0,7	–7,2	27,79	30,70	16,00	Nije ispunjeno
ST8	0,5	–3,8	13,27	14,65	16,00	Ispunjeno

Na slici 9 grafički su prikazani rezultati određivanja pomaka, korištenjem elipsi položajne točnosti koje pokrivaju 95% pouzdanosti. Jasno je vidljivo da je pomak stupa ST6 jedini statistički relevantan.



Slika 9. Rezultati određivanja pomaka stupova između epoha E0 i E1 te E0 i E2.

Preciznim geodetskim mjerenjima, obradom i analizom rezultata, izjednačenjem te određivanjem pomaka točaka, određeni su iznosi 2D pomaka. Stup ST6 detektiran je kao nestabilna točka između nulte i prve te također između nulte i druge epohe. Za navedeni stup određen je pomak 0,4 mm po osi y , odnosno –6,0 mm po osi x između nulte i prve epohe. Ukupni linearni pomak geodetske točke ST6 iznosi 6,0 mm. Ovo je statistički gledano značajan pomak u geodetskoj mreži te se za geodetski stup ST6 može zaključiti da njegov položaj nije stabilan između nulte i prve epohe mjerenja. Primjenom statističkog testiranja te uz upotrebu različitih geodetskih i matematičkih metoda između nulte i druge epohe, ponovno se dolazi do zaključka da je stup ST6 nestabilan. Određen je pomak –0,7 mm po osi y , odnosno –7,2 mm po osi x , odnosno ukupan linearni pomak iznosa 7,2 mm.

7. Zaključak

Kalibracijska baza Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu namijenjena je ispitivanju i umjeravanju geodetskih mjernih instrumenata te obavljanju različitih preciznih geodetskih mjerenja. Cilj ovog rada jest odrediti stabilnost stupova na kalibracijskoj bazi Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Precizna geodetska mjerenja detaljno su planirana te obavljena u rujnu 2023., veljači 2024. i travnju 2024. godine.

Geodetska mreža uspostavljena u svrhu izrade ovog rada ima svoje prednosti i nedostatke. Prednost mreže jest da se nalazi na idealnom terenu za obavljanje geodetskih mjerenja, bez mnoštva negativnih vanjskih utjecaja. Pri viziranju ne postoje smetnje vegetacije, prometa i slično. Također, oteretni kanal većinu vremena nije ispunjen vodom, stoga ne postoji refrakcija uzrokovana varijabilnom temperaturom zraka prilikom viziranja preko kanala. Nasip na kojem se nalazi kalibracijska baza lako je dostupan te se do svakog stupa može prići automobilom, što uvelike olakšava geodetsku izmjeru. Pokraj južnog nasipa cijelom dužinom prolazi makadamski put u dobrom stanju, što također olakšava geodetsku izmjeru, odnosno omogućuje nesmetano postavljanje instrumenta i stabilizaciju točaka na južnom nasipu kanala.

Osnovni nedostatak konkretne geodetske mreže jest upotreba stativa na južnom nasipu kanala Sava – Odra. Upravo iz tog razloga, prilikom definiranja datuma kod određivanja pomaka, moguće je samo kao fiksne točke koristiti ST0 i ST10. Također, zbog konfiguracije terena i položaja stupova kalibracijske baze, postoje dva trokuta spojena u geodetsku mrežu, koje je bolje izbjegavati. Iako nije krivo koristiti trokute spojene u druge geometrijske figure, s inženjerske strane ih se nastoji izbjegavati jer pružaju manje značajne kontrole od geodetskih četverokuta i ostalih složenijih geometrijskih figura.

Primjenom statističkog testiranja te uz upotrebu različitih geodetskih i matematičkih metoda zaključuje se da su stupovi ST2, ST4 i ST8 stabilni između nulte, prve i druge epohe mjerenja. Za stup ST6 zaključeno je da je statistički nestabilan između nulte i prve epohe mjerenja. Također stup ST6 nije statistički stabilan niti između nulte i druge epohe mjerenja. Značajan pomak u pravilu se ocjenjuje i kvalificira kao deformacija topografske površine

ili izgrađenog objekta. Budući da je detektiran statistički značajan pomak jednog stupa kalibracijske baze, potrebno je pratiti stupove kalibracijske baze u dužem vremenskom razdoblju te na temelju tih opažanja donijeti zaključke o stabilnosti stupova kalibracijske baze. Također, preporučljivo je obaviti interdisciplinarnu analizu pomaka stupa te interdisciplinarnu analizu deformacije kalibracijske baze kao linearnog objekta, odnosno jasno odrediti što je uzrok otkrivenih pomaka.

Literatura

- Barković, Đ., Zrinjski, M. (2020): Terenska mjerenja, sveučilišni priručnik, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Feil, L. (1989): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja – prvi dio, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Kapović, Z. (2010): Geodezija u niskogradnji, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Kapović, Z., Marendić, A., Paar, R. (2006): Deformation Analysis of the Holcim Ltd. Cement Factory Objects, Proceedings, XXIII International FIG Congress, Munich, Germany, International Federation of Surveyors, 1–15.
- Lehmann, R., Lösler, M. (2017): Congruence analysis of geodetic networks – hypothesis tests versus model selection by information criteria, Journal of Applied Geodesy, 11, 4, 271–283.
- Lösler, M., Eschelbach, C., Haas, R. (2017): Kongruenzanalyse auf der Basis originärer Beobachtungen, Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, 142, 1, 41–52.
- Novaković, G. (2006): Geodetske mreže posebnih namjena, skripta, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Rožić, N. (1992): Izjednačenje geodetskih mreža s dodatnim fiktivnim mjeranjima, Geodetski list, 46 (69), 1, 49–60.
- Rožić, N., Razumović, I. (2024): Geodezija i geokinetika, sveučilišni priručnik, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Solarić, N., Solarić, M., Benčić, D. (1992): Projekt i izgradnja kalibracijske baze Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Geodetski list, 46 (69), 1, 7–25.
- Solarić, N., Barković, Đ., Zrinjski, M. (2012): Automatizacija mjerenja atmosferskih parametara pri preciznom mjerenju duljina, Geodetski list, 66 (89), 3, 165–186.
- Zrinjski, M. (2010): Definiranje mjerila kalibracijske baze Geodetskog fakulteta primjenom preciznog elektrooptičkog daljinomjera i GPS-a, doktorska disertacija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Zrinjski, M., Barković, Đ., Kapustić, M. (2011): Determination of Pillar Coordinates at the Calibration Baseline of the Faculty of Geodesy in Zagreb by Applying GPS, Conference Proceedings, Volume II, 11th International

Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2011, Sofia, 239–246.

Zrinjski, M., Tupek, A., Barković, Đ., Cesarec, M. (2021): Stability Analysis of a Levelling Network as a Prelude to a Residential Building Construction, Conference Proceedings, 8th International Conference Contemporary Achievements in Civil Engineering, University of Novi Sad – Faculty of Civil Engineering, Subotica, 79–89.

Zrinjski, M., Barković, Đ., Špoljar, K. (2022): Pregled metoda preciznog umjeravanja kalibracijskih baza, Geodetski list, 76 (99), 1, 25–52.

Mrežne adrese

URL 1: Java Applied Geodesy (JAG3D),

<https://software.applied-geodesy.org/en/>, (10. 11. 2024.).

URL 2: Leica Geosystems, Leica Total Stations, Leica TC2003,

https://www.geotech.sk/downloads/Totalne-stanice/TPS2000_brochure_en.pdf, (10. 11. 2024.).

URL 3: Lufft, Products, Lufft 8130.TFF,

<https://www.lufft.com/products/discontinued-products-315/temperature-humidity-sensor-for-reference-measurements-1881/productAction/outputAsPdf/>, (10. 11. 2024.).

URL 4: JAG3D forum,

<https://software.applied-geodesy.org/forum/?id=14821>, (10. 11. 2024.).

Determination of Horizontal Displacements of Calibration Baseline Pillars Using a Deformation Analysis Method

ABSTRACT. When constructing complex engineering structures such as long tunnels, bridges, dams, and high-rise buildings, the quality requirements for geodetic work are increasingly demanding. High-quality geodetic work depends on a reliable geodetic reference network from which measurements are conducted and on the application of precise geodetic instruments. A quality geodetic reference network is characterized by a high level of stability. The stability of the geodetic reference network can be examined and determined through geodetic surveys and analyses to assess the displacement of pillars within the reference network. The aim of this research is to determine the horizontal displacements of the pillars in the calibration base of the Faculty of Geodesy at the University of Zagreb. A special-purpose geodetic network configuration was defined, and the displacements of the calibration base pillars were determined in a 2D local left-oriented Cartesian coordinate system, with corresponding accuracy assessments. Measurements were carried out in three epochs (September 2023, February 2024, and April 2024) using the terrestrial geodetic survey method, all for the purpose of analyzing the stability of the calibration baseline. To determine the displacements of pillars and detect gross measurement errors, the generalized Baarda statistical data snooping method was applied. The processing and analysis of geodetic measurement results identified a statistically significant displacement of one of the calibration base pillars, which may indicate potential instability of the calibration baseline. This paper provides a comprehensive overview of the planning, preparation, execution, processing, and analysis of geodetic measurements for determining the horizontal displacements of pillars using the deformation analysis method.

Keywords: calibration baseline, geodetic network, geodetic survey, deformation analysis, displacement.

Primljeno / Received: 2024-11-20

Prihvaćeno / Accepted: 2024-12-21