

Marko Tadić, akademik, specijalist iz teorije reprezentacija

Željko Hanjš



Marko Tadić

Matematičar, Marko Tadić, još od srednje škole kada je dva puta, 1971. i 1972. godine, bio član jugoslavenske ekipe na Međunarodnoj matematičkoj olimpijadi, zavolio je matematiku. Studirao je na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, gdje je diplomirao matematiku 1976., magistrirao s temom *Reprezentacije reduktivnih grupa nad lokalnim poljima* 1979. i doktorirao s temom *Harmonijska analiza sferičnih funkcija na reduktivnim grupama nad lokalnim poljima* 1980. Mentor mu je bio Dragan Miličić, s kime smo već imali intervju u Matematičko-fizičkom listu. Zaposlen je na Matematičkom odsjeku PMF-a kao asistent od 1976., docent od 1983., izvanredni profesor od 1986. i redoviti profesor od 1987. Bio je gostujući znanstvenik na raznim institutima i sveučilištima diljem svijeta. Posebno se bavi teorijom reprezentacija klasičnih grupa i klasifikacijom unitarnih reprezentacija, te vezama s aritmetikom kroz Langlandsov program. Objavio je mnogo znanstvenih radova u prestižnim svjetskim časopisima. Na dodiplomskoj nastavi predaje kolegije Algebru i Algebarsku teoriju brojeva. Ranije je, između ostalih, predavao Matematičke metode fizike i Vektorske prostore, izborne kolegije na dodiplomskoj te niz kolegija na poslijediplomskoj nastavi. Redoviti je član Hrvatske akademije znanosti i umjetnosti, a ujedno i Academia Europea. Odlikovan je vrijednim nagradama. Bio je urednik časopisa "Glasnik matematički". Član je Hrvatskog matematičkog društva. Uz suprugu ima i četiri kćeri. Zamolili smo ga za kratak razgovor za naš časopis.

Molim Vas da ukratko opišete Vaše osnovnoškolsko i srednjoškolsko obrazovanje. Kada se rodila ljubav za matematiku?

Prva dva razreda pohađao sam u Osijeku u Osnovnoj školi "Dobriša Cesarić" (koja se tada zvala Osnovna škola Jovana i Milene Radivojević). To vrijeme mi je ostalo u vrlo lijepom sjećanju, najviše zbog mlade i entuzijastične učiteljice Gordane Mecanović.

Nakon toga selimo u Zagreb, gdje pohađam Osnovnu školu koja se danas zove "Dr. Ante Starčević". Tu školu je krako pohađalo i troje moje djece, a sada i dvoje unučadi. Iz tog vremena sjećam se dva vrlo dobra (iako i različita) profesora matematike, Filipovića i Goluba.

Nakon osnovne škole upisujem Matematičku gimnaziju (nisam imao nikakve dvojbe oko toga što upisati). Tokom prvog polugodišta prvog razreda mislio sam da sam izabrao pogrešnu školu, jer smo najviše radili teoriju skupova, a to je meni tada više ličilo na gramatiku. Zbog toga se u prvom razredu nisam prijavio na školsko natjecanje iz matematike (prof. Žic me nagovorio da idem na natjecanje iz fizike, i bio sam ovdje vrlo uspješan, sve do završnog republičkog nivoa).

No kako se gradivo matematike mijenjalo, pojavljivala se intrigantna matematika, i tu sam našao sebe (i sudjelovao vrlo uspješno na natjecanjima iz matematike u narednim razredima). Prezimena nastavnika matematike u gimnaziji, koje pamtim, su Pastorčić, Mrkonjić, Lukić, Nikolić, Malenica (kasnije Horvatić), Jelčić i Javor. Nastavnici su se mijenjali vrlo često, svake godine, pa čak i češće. Oni su znali biti prilično različiti, što je imalo svojih prednosti (činilo mi se da je kod nekih učenika bilo i nedostataka). Mogu za svakog od

njih reći da je bio vrlo savjestan, da je dobro ispunjavao svoje obaveze i svaki od njih na svoj način prenosio znanje i ljubav prema matematici (iako je njihov rad kod nas uvijek bio potplaćen i podcijenjen).

Dva puta ste kao srednjoškolac sudjelovali na Međunarodnoj matematičkoj olimpijadi. Da li ste za to imali opsežne pripreme?

Pripreme za Međunarodnu matematičku olimpijadu su se tada održavale u Beogradu. Ne sjećam se točno koliko dugo, no između tjedan i dva. Bile su dobro organizirane. Pripremali su nas najčešće bivši natjecatelji.

No koliko se sjećam, neke zemlje bivšeg Istočnog bloka imale su puno sistematičnije, opsežnije i dugotrajnije pripreme, i osvajale većinu medalja (kao i na sportskim Olimpijskim igrama). Naše šanse su bile manje i često povezane sa srećom (znalo se koristiti i materiju koja se nije standardno učila u srednjoj školi). No i naši natjecatelji su i tada znali osvajati medalje (npr. Ivan Mirković i Uroš Milutinović), ali pretpostavljam da bi oni puno bolje prošli kao članovi tih ekipa.

Meni je matematika jednim dijelom bila zabava, a drugim izazov. Matematička takmičenja su bila vrlo korisna za pobuđivanje i održavanje mog interesa za matematiku. No krajem gimnazijskih dana počela me je sve više zanimati matematika koju ću kasnije sretati na studiju, a pripreme za natjecanja su došle u drugi plan. Tako sam tada trošio vrijeme npr. na razumijevanje diferencijalnog i integralnog računa (što se kasnije pokazalo kao vrlo mudar potez) ili teorije polja (uključujući Galoisovu teoriju).

Studirali ste matematiku na PMF-u u Zagrebu. Tokom studija sudjelovali ste i na studentskim matematičkim natjecanjima. Koliko Vam je to kasnije značilo za Vaše životno opredjeljenje?

Studentska matematička natjecanja su bila jako dobra za upoznavanje i razmjenu iskustava sa studentima sa sličnim interesima. No ona su dosta drugačija od srednjoškolskih natjecanja (i koliko se sjećam, na njima je sreća često puta igrala važniju ulogu).

Nakon diplomiranja brzo ste magistrirali i doktorirali kod profesora D. Miličića. Vjerojatno ste se već tokom studija opredijelili za teoriju reprezentacija.

Tokom studija sam puno čitao. To su u pravilu bile (vrlo kvalitetne) ruske matematičke knjige. Uglavnom sam zaboravio naslove. No sjećam se da sam jako volio Pontryaginovu knjigu o topološkim grupama, Wan der Verdenovu algebru, Naimarkovu knjigu o normiranim prstenima, Kolmogorovljevu funkcionalnu analizu, Atiyah-MacDonaldovu knjigu o komutativnoj algebri itd. Te knjige sam volio jer su se mogle čitati kao romani (što nije slučaj s većinom matematičkih knjiga). Interesantno je da su neke od njih već u to vrijeme bile vrlo stare, no napisali su ih vrhunski stručnjaci.

Još od srednje škole su me fascinirale neke lijepe matematičke ideje. Jedna od njih je dokaz nemogućnosti duplikacije kocke ravnalom i šestarom (jasno, to nismo učili u srednjoj školi). To je lijep primjer interakcije geometrije i algebre. Na prvoj godini studija sjećam se Stoneovog teorema reprezentacije (o topološkoj reprezentaciji Boolove algebre). Ili kasnije, analitičkog dokaza Weylovog teorema potpune reducibilnosti reprezentacija Liejevih algebri. Čini se da sam od ranih dana volio interakciju različitih područja matematike, a to volim i danas. Također mi je bio važan i estetski dio.

Imao sam sreću da je već u vrijeme mog studija intenzivno djelovala grupa iz teorije reprezentacija koja se sastojala mahom od mladih i vrlo entuzijastičnih matematičara. Taj pogled na matematiku mi se jako dopao (gdje nisu važni samo novi rezultati, već i razumijevanje svega na što su se oslanjala istraživanja).

Tu mi se posebno sviđao pristup vrlo dinamičnog i (u to doba) mladog profesora D. Miličića, čiji je matematički interes bio izuzetno raznovrstan (npr. u to vrijeme je imao

poslijediplomske studente i osim iz svog područja, također i iz algebarske geometrije i teorije brojeva). On mi je predložio temu koja je bila iz područja (nekomutativne harmonijske) analize, no koja uključuje možda i više algebre od analize, a također i vrlo netrivialnu (algebarsku) geometriju. Sama tema ima korijene u teoriji brojeva. Tako je ona bila po mom matematičkom ukusu. Uključivanje je počelo već na trećoj godini studija.

Stalno ste zaposleni na PMF-u u Zagrebu, ali ste gostovali kraće ili dulje vrijeme na raznim svjetskim institutima i sveučilištima. Opišite bar neki od boravaka koji Vam je posebno ostao u sjećanju.



U Urumgiju u pokrajini Xinjiang u Kini 2004. g.

Gostovao sam na nizu mjesta, i svako je od njih bilo zanimljivo na svoj način.

Jednogodišnja gostovanja sam počeo na Max-Planck-Institute für Mathematik u Bonnu. Tu sam imao idealne uvjete za nesmetan matematički rad (nisam imao obavezu predavanja). U dva navrata sam gostovao na University of Utah, gdje sam predavao i bio u prilici nastaviti matematičke rasprave sa svojim voditeljem D. Miličićem, a koji je tamo još uvijek profesor. Utah i okolne federalne države su u neposrednoj blizini prekrasnih nacionalnih parkova, pa smo tu uz matematiku imali i niz lijepih i korisnih druženja.

Od duljih gostovanja, posebno bih istaknuo dvogodišnji boravak u Göttingenu, gdje nisam imao obavezu predavanja. To je prekrasno mirno mjesto, idealno za rad. Tamo su živjeli neki od najvećih matematičara, kao npr. Gauss, Riemann i Hilbert, što je djelovalo vrlo poticajno.

Posebno sam volio i kraća gostovanja (od najčešće po mjesec dana). Bio sam više puta gostujući profesor u Parizu. To je vrlo inspirativna sredina, gdje se mogu sresti najinteresantniji ljudi iz praktički svih područja matematike. Imao sam dobre veze sa svojim kolegama u Parizu, počevši s F. Rodierom (i još uvijek imam s nekima, a sada suradjujem s C. Mœglin). Drugo mjesto gdje sam rado gostovao je University of Chicago. To je drugi tip sredine od Pariza, gdje je Paul Sally okupio manju grupu ljudi iz mog područja, i gdje je svako moje gostovanje rezultiralo nekim novim napretkom iz područja u kojem sam djelovao. Zatim sam u kasnijoj fazi mog rada volio gostovati na Hong Kong University of Science and Technology, gdje sam surađivao s A. Moyem. Također volio sam boraviti u Weizmann Institute of Science u Rehovotu, no zbog drugih obaveza nisam tamo mogao ići češće (ovdje sam surađivao s E. Lapidom). Dva puta sam gostovao na Tata Institute of Fundamental Research u Mumbaiju (Bombay) gdje mi se vrlo sviđalo (a Indija je k tome vrlo interesantna i za nas neobična zemlja). U planu je bilo da tamo ostanem i dulje, no zbog raznih drugih obaveza nisam to uvijek mogao ostvariti.

S kojim ste matematičarima kod nas i u svijetu osobito surađivali?

Moja inozemna gostovanja su obično vezana uz suradnju, i već sam upravo nabrojio većinu mojih stranih suradnika. Moram reći da su to redom izuzetni matematičari s kojima mi je bilo raditi veliki užitak. Upoznao sam i neke matematičare koji su bili žive legende, kao npr. I. M. Gelfand. Bio sam iznenađen da je on za razgovor sa mnom bio bolje pripremljen nego ja sam. Razlog za moju nepripremljenost je bila u tome što sam smatrao da on neće znati tko sam ja, dok je za mene već imao listu problema za koje mi je sugerirao da radim na njima.

Što se tiče domaćih matematičara, tijekom vremena se formirala grupa izuzetno talentiranih i uspješnih (i u svijetu već priznatih) stručnjaka iz teorije reprezentacija vezanih uz modernu teoriju automorfničkih formi (Hrvatska je za to područje jedno od nekoliko vrlo kvalitetnih svjetskih središta). Od velike mi je pomoći bilo postojanje te grupe (puno teže je raditi potpuno sam, bez mogućnosti da s nekim prodiskutirate probleme na koje naiđete). Mi blisko suradjujemo, i često pišemo zajedničke radove (npr. s profesorima Goranom Muićem, Marcelom Hanzer i Ivanom Matićem).

Imate pozamašan broj osobito značajnih znanstvenih radova. Opišite bar neki Vaš posebno važan rezultat.



Sa kćerkom Allena Moya i mojom suprugom u Pekingu 2008. g.

Nije sasvim jednostavno opisati moj rezultat koji se najčešće koristi (a on je vjerojatno najjednostavniji od mojih značajnijih rezultata). Taj se rezultat u mom području smatra izuzetno jednostavnim. Pokušat ću ga opisati koristeći analogiju.

Klasična harmonijska analiza je vrlo važno područje matematike. To je vjerojatno i najprimjenjivije područje, kako u matematici tako i van nje. Tu se funkcije razvijaju u sume (ili integrale) sinusnih i kosinusnih funkcija. Jasno, u toj priči su one ključne, i nazivaju se osnovne harmonike.

Probat ću ideju klasične harmonijske analize dočarati na sljedeći način. Kada bacimo kamenčić u mirnu vodu, vidimo vrlo harmoničnu sliku koncentričnih krugova koji se šire, i podsjećaju na sinusne funkcije (visina, odnosno brzina valova koji se šire, ovisit će o težini kamena i njegovoj brzini). Moći ćemo prilično dobro predvidjeti kako će izgledati valovi nakon nekog (bar kraćeg) vremena (zbog jednoličnosti širenja). Ako bacimo dva kamenčića istovremeno, ali ne na isto mjesto, imat ćemo dva ovakva događaja. Kada se ti valovi sretnu, negdje će se poništiti, a negdje se mogu pojačati. Preciznije, oni će se zbrajati, i mi ćemo opet moći predvidjeti ponašanje površine vode (zbrajajući dva ponašanja koja razumijemo). Analogna situacija će vrijediti ako bacimo i vrlo veliki broj kamenčića, tj. da iz početne situacije možemo razumjeti što će se dešavati s protokom vremena. Općenito, ako se promatra proizvoljno (naizgled potpuno kaotično) komešanje površine vode, ono se može izraziti kao (beskonačna) kombinacija onih lijepih pravilnih (harmoničnih) koncentričnih gibanja, a iz toga možemo predvidjeti ponašanje vode s daljnjim protokom vremena. Mi obično promatramo neko događanje, i želimo znati kako će se ono dalje razvijati (s protokom vremena). Ako znamo raščlaniti danu situaciju na superpoziciju elementarnih (harmoničnih) događaja (a to je osnovni zadatak harmonijske analize), tada ćemo znati ne samo početnu situaciju, već ćemo moći predvidjeti i buduću (točnije, izračunati ju). Ova jednostavna ideja koju je iznio J. Fourier prije nešto više od dva stoljeća, a koja je u

prvi mah djelovala nestvarno (i ljudi su u početku bili sumnjičavi prema njoj), odigrala je vrlo važnu ulogu u matematici, ali i u fizici i inženjerstvu.

I. M. Gelfand je interpretirao klasičnu harmonijsku analizu u terminima grupa (i njihovih unitarnih reprezentacija), i to aditivne grupe realnih brojeva $\mathbb{R}$ i kvocijentne grupe $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$, gdje $\mathbb{Z}$ označava aditivnu grupu cijelih brojeva. Ova interpretacija klasične harmonijske analize je omogućila razvoj (i generalizaciju) harmonijske analize na proizvoljnoj grupi (koja je lokalno kompaktna). Grupe tog tipa koje se najčešće javljaju u matematici su opće linearne grupe. To su grupe $n \times n$ matrica s koeficijentima iz $\mathbb{R}$, ili iz polja sličnih svojstava. Moj doprinos je određivanje “osnovnih harmonika” za opće linearne grupe (preciznije, klasifikacija ireducibilnih unitarnih reprezentacija ovih grupa). Te su “osnovne harmonike” u ovom slučaju drastično kompliciranije nego sinusne i kosinusne funkcije. One su u pravilu određene funkcije na grupi $n \times n$ matrica koje poprimaju vrijednosti u određenim matricama dimenzije beskonačno $\times$ beskonačno (tu se preciznije radi s unitarnim operatorima na beskonačno dimenzionalnim Hilbertovim prostorima).



U Mumbaiju (Bombay) u Indiji 2012. g.

Pored znanstvenog rada na PMF-u u Zagrebu držali ste nekoliko važnih kolegija. Kako ocjenjujete Sveučilište u Zagrebu s raznim drugima u svijetu?

Bit će puno mjerodavnije ako umjesto Sveučilišta u Zagrebu usporedim Matematički odsjek, gdje radim, s drugim takvim odsjecima u svijetu. Naš odsjek smatram kvalitetnom matematičkom sredinom, kako za nastavu tako i istraživački rad. Mogu reći da mi je drago što sam dodiplomski studij matematike završio u Zagrebu, a ne u SAD-u, jer tamo bih na dodiplomskom studiju naučio puno manje. Kvalitetno proučavanje matematike počinje tek na poslijediplomskom studiju. Na našem Matematičkom odsjeku stekao sam izuzetno kvalitetno matematičko obrazovanje. Možda je ponekad bio problem u kasnijem znanstvenom radu da nije bilo eksperata iz svih područja koja su mi bila potrebna. No to je znala biti i prednost jer me je natjeralo da si sam razjasnim neke stvari i time proširim svoje matematičke vidike. Jasno, jaka svjetska središta su vrlo interesantna i korisna. Čini mi se da sam gostujući tamo znatno “profitirao” budući da sam već prije stekao vrlo solidnu matematičku bazu u Zagrebu.

Već dvadesetak godina ste redoviti član Hrvatske akademije znanosti i umjetnosti. To je časno mjesto, ali zasigurno imate i dosta obaveza.

To je za mene vrlo velika čast. Što se obaveza tiče, nekad ih zaista ima puno, no zatim dođu i dulji mirniji periodi (na fakultetu su mi obično lipanj i prosinac mjeseci s najviše obaveza, dok Akademija ima druge termine koji zahtijevaju intenzivan angažman). Često je teško razlučiti obaveze između fakulteta i HAZU-a, jer se one međusobno prožimaju.

Vaša supruga je matematičarka, a također i dvije od Vaših četiriju kćeri.

U našoj obitelji je puno matematike, na više nivoa (a i kćeri koje nisu matematičarke su bliske prirodnim znanostima). Pošto smo živjeli u vrlo različitim sredinama (npr. SAD i Njemačka), gdje smo dolazili u vrlo izravnu vezu s matematikom na razne načine, i gdje smo stekli dragocjena nova iskustva, u našoj obitelji se skupilo niz ideja o tome što bi se kod nas u vezi matematike moglo ili trebalo napraviti. No to je vrlo komplicirana tema koja izlazi iz okvira ovog razgovora.

Bili ste urednik našeg poznatog znanstvenog časopisa Glasnik matematički. Da li ste bili u uredništvu i nekih drugih časopisa?

Bila mi je čast što sam bio urednik Glasnika matematičkog, jer je taj časopis odigrao važnu ulogu u razvoju matematičkih istraživanja kod nas. Također sam član uredništva časopisa Rad HAZU, Matematičke znanosti, koji sada izuzetno uspješno vodi akademik Andrej Dujella. Kvalitetno vođenje časopisa je vrlo zahtjevan posao, koji osim matematičkog dijela, zahtijeva ažurno vođenje i opsežne korespondencije. Čini mi se da sam bio uspješniji u nekim drugim aktivnostima. Npr. znao sam držati predavanja na poslijediplomskim školama. To je bio vrlo zahtjevan posao.

U srednjoj školi ste čitali Matematičko-fizički list i rješavali zadatke iz matematike i fizike. Da li Vam je to pomoglo u srednjoj školi i kasnije olakšalo studij?

Matematičko-fizički list bio mi je omiljena literatura u gimnaziji. Bio je jedan od važnih faktora u poticanju i održavanju mog interesa za matematiku. Ne samo zadatci, već su me interesirali i članci (posebno na početku gimnazije).

Interesantna činjenica je da sam prve novce u životu zaradio u MFL-u. Dobio sam ih osobno od tadašnjeg urednika, profesora Stjepana Škreblina, za rješenja zadataka s nekog natjecanja (vjerojatno saveznog). Još i dandanas mi je susret s njim ostao u živom sjećanju, a on je tada već bio u poodmakloj životnoj dobi.

S obzirom na Vaše široko životno iskustvo biste li mogli uputiti savjet učenicima srednjih škola koji bi se željeli posvetiti matematici kao znanstvenici ili kao nastavnici?

Čak bih malo šire odgovorio na vaše pitanje. Sugerirao bih učenicima da razvijaju svoje matematičke sposobnosti, kako onima koji žele postati matematičari, tako i drugima. Jer danas matematika i matematički način razmišljanja prožimaju puno područja van matematike, i zato je vrlo korisno znati i razumjeti matematički način razmišljanja (barem osnovne principe). Npr. nekada smo se dogovarali klasičnim telefonima (gdje su informacije prenošene vodičima). Danas u Hrvatskoj imamo par milijuna mobitela, a ne trebamo milijune vodiča da ostvarimo traženi kontakt. To je bazirano na matematičkim principima (starim više od dva stoljeća).

Kako će pojedini učenik unaprjeđivati svoje matematičke sposobnosti vrlo je individualno. Natjecanja su za to vrlo poznat i prokušani način. Tu je MFL također koristan. Zatim knjige. A danas se može naći puno dobrih i interesantnih stvari na internetu (najveći problem je što izabrati u mnoštvu dostupnog materijala). Nastavnik tu može odigrati izuzetno važnu ulogu.