

Mirjana Lenček¹, Marija Jozipović^{1*} i Magdalena Ivanko²

¹Sveučilište u Zagrebu, Edukacijsko – rehabilitacijski fakultet, Odsjek za logopediju

²Logopedski kabinet *Logoped i ja (Dječja mozgalica)*

e-mail: marija.jozipovic@erf.unizg.hr

Uloga matematičkog jezika u rješavanju zadataka učenika s diskalkulijom

The role of mathematical language in solving tasks in students with dyscalculia

Izvorni znanstveni rad UDK: 81'24:81'32; 376-056.36:51 DOI: <https://doi.org/10.31299/log.15.1.2>

SAŽETAK

Matematika ima svoj jedinstveni jezik, koji je zapravo strani jezik (Lenček, 2017). Ova ključna sastavnica matematike, kao znanosti i discipline (Ferrari, 2004), nema uporište u materinskome jeziku već u logici i konstrukciji (Ilany i Margolin, 2010). Stoga matematički jezik može predstavljati poseban izazov svoj djeci, osobito onoj djeci koja imaju teškoća u matematici. U hrvatskom su jeziku i obrazovnom kontekstu ovakvi problemi nedovoljno istraženi. Cilj je ovog rada analiza obilježja matematičkog jezika u hrvatskom kroz primjere teškoća u usvajanju i razumijevanju matematičkih iskaza djece kojoj je dijagnosticirana diskalkulija, te na taj način provjera modela matematičkog jezika - Gaboor i Sarabi (2015). Podaci su razmatrani u kontekstu teorijskih postavki o razvoju matematičkog znanja, kao procesa posredovanog jezikom i postavke o razvoju matematičkog načina uporabe jezika. Kvalitativnom analizom podataka izdvojeni su primjeri zadataka koji imaju visoku razinu zahtjevnosti s aspekta fonoloških, rječničkih (leksičko-semantičkih), morfosintaktičkih i pragmatičkih obilježja. Rezultati ukazuju na istodobnu zahtjevnost matematičkog jezika na različitim jezičnim sastavnicama, kao i na to da je značajna složenost matematičkih iskaza prisutna od početka formalnog školovanja, tj. već u prvom razredu osnovne škole. Stoga je za svu djecu, osobito onu s diskalkulijom, važno usmjeriti posebnu pozornost i vrijeme na podučavanje matematičkog jezika. Doprinos je rada prilagodba modela matematičkog jezika koja uvažava osobitosti hrvatskog jezika i pisma te kojom se dodatno usmjerava pozornost na važnost matematičkog jezika u usvajanju matematičkog znanja.

KLJUČNE RIJEČI: *matematički jezik, diskalkulija, jezične sastavnice matematičkog jezika, model matematičkog jezika*

ABSTRACT

Mathematics has its own unique language, which is essentially a foreign language (Lenček, 2017). This key component of mathematics (Ferrari, 2004) is not grounded in the mother tongue, but in logic (Ilany & Margolin, 2010). Therefore, mathematical language can be a particular challenge for children, especially those with difficulties in mathematics. In the Croatian language and educational context, these issues have so far been insufficiently researched. The aim of this study is to analyze the characteristics of mathematical language in Croatian through examples of difficulties in acquiring and understanding mathematical tasks in students diagnosed with dyscalculia, while testing the mathematical language model proposed by Gaboor and Sarabi (2015). The data are considered in the context of theoretical frameworks on the development of mathematical knowledge as a language-mediated process. A qualitative analysis of the data revealed tasks that are highly demanding in terms of phonological, lexical-semantic, morphosyntactic and pragmatic features. The results point to the simultaneous complexity of mathematical language in different linguistic components, with the complexity of mathematical expressions being considerable already at the beginning of formal education, i.e. already in the first grade. Therefore, it is crucial to devote special attention and time to the teaching of mathematical language, especially for students with dyscalculia. As a result, an adaptation of the mathematical language model is proposed, considering the specificities of the Croatian language and script.

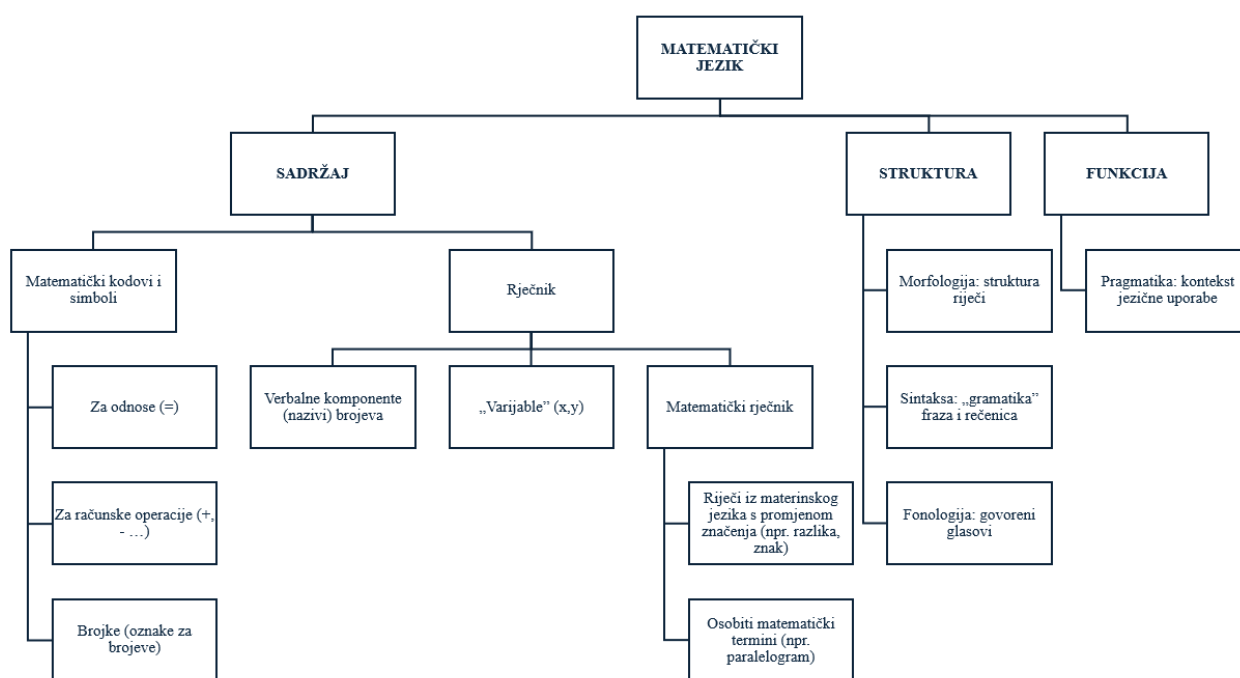
KEYWORDS: *mathematical language, dyscalculia, linguistic components of mathematical language, mathematical language model*

UVOD

Matematički jezik

Matematika se nerijetko izjednačava s računanjem, odnosno računskim operacijama i njihovim simbolima. No, matematika je značajno složenija, a njezine sastavnice (aritmetika, algebra i geometrija) objedinjuju matematičko znanje, matematičko mišljenje (osobiti logički način razmišljanja) i matematički jezik. Matematički jezik posreduje u razmjeni matematičkih ideja na osobit način (Gafoor i Sarabi, 2015). Matematička se ideja temelji na tri sastavnice: 1. konceptualnoj (sama matematička ideja, tj. spoznaja), 2. proceduralnoj (metoda, algoritam i/ili slijed postupaka kojima se ideja ostvaruje), 3. jezičnoj (jezik kojim se prenosi matematička ideja, tj. matematički specifična informacija) (Hornigold, 2015). Izuzetno je važno na koji način jezično prenosimo matematičke spoznaje i procedure. Naprimjer, ako je ideja

oduzimanje brojeva, a proceduru djetetu predstavimo uputom poput *oduzmi manji broj od većeg broja*, moguće je da se u zadatku $23 - 15$ (posebno u procesu tzv. potpisivanja) pojavi rješenje 12, jer dijete doslovnim shvaćanjem neprecizne upute oduzima svaki manji broj od većeg, tj. $2 - 1 = 1$, a $5 - 3 = 2$, time dobiva taj netočan rezultat 12. Matematički jezik, znanost i disciplina nemaju uporište u materinskom jeziku već u logici i konstrukciji (Ilany i Margolin, 2010). Matematički jezik nerijetko se ponaša kao strani jezik, koji moramo naučiti čitati (s naglaskom na ispravnom dekodiranju simbola; Güçler, 2014) i razumjeti, služiti se njime u smislu jasnog izražavanja matematičkih misli i logičkog mišljenja te (pre)poznavanja i stvaranja zajedničkih obrazaca u matematičkim idejama i spoznajama (Lenček, 2017). Gafoor i Sarabi (2015) tako konstruiraju i model matematičkog jezika čije su temeljne komponente sadržaj, struktura i funkcija matematičkog jezika, a koje se djelomično preklapaju sa sastavnicama jezika općenito (slika 1.).



Slika 1. Model matematičkog jezika (Gafoor i Sarabi, 2015)¹

¹ Shema modela napravljena je na temelju originalnog prikaza modela u radu Gafoor i Sarabi (2015) uz prijevod naziva i opisa sastavnica modela na hrvatski jezik, ali maksimalno moguće zadržavanje terminologije izvornih autora kako bi slikovni prikaz vjerodostojno odražavao predložene sastavnice i odnose modela.

Ovi autori promatraju sadržaj kao grafemski /simbolički iskaz i rječnik, strukturu kao morfologiju, sintaksu i fonologiju, a funkciju matematičkog jezika kao semantiku i pragmatiku. Matematički jezik, dakle, ima svoj poseban rječnik i gramatiku, čak povremeno i fonologiju, te ortografiju (Gafoor i Sarabi, 2015; Niss, 2014). Primjerice, u hrvatskom jeziku /x/ ne postoji kao fonem/grafem, ali se u matematici javlja kao simbol. Rječnik matematike poseban je rječnik koji odlikuju matematički stručni termini (npr. *paralelogram*, *jednadžba*). Osim toga, u njemu se javljaju i učestale i/ili poznate riječi koje u matematici poprimaju kontekstom određeno osobito, novo ili barem djelomično drukčije značenje nego u svakodnevnom životu i materinskom jeziku, npr. riječi *razlika*, *operacija*, *funkcija*, *znak* (Kranda, 2008; Lenček, 2017; Powell i sur., 2017; Riccomini i sur., 2015; Sarabi i Gafoor, 2017). Pri tome, Leung (2005) ističe da je djeci lakše u matematičkom rječniku ovladati onim riječima koje su bliže osnovnom značenju (engl. *core meaning*) u materinskom jeziku (npr. *dodaj* za računsku operaciju zbrajanja, gdje vrijednosti jednog broja dodajemo vrijednost drugoga ili *razlomak* jer u tome zaista postoji komponenta razlamanja cjeline). Suprotno tome, teže im je ovladati matematičkim riječima, čije je osnovno značenje u materinskom jeziku potpuno nepovezano ili znatno manje povezano s tim novim značenjem u sklopu matematičkog jezika (npr. *operacija* više nije nešto što uključuje liječnike i bolnicu, nego simbole i računanje). Kod takvih riječi dijete, uz već pohranjeno osnovno značenje, treba usvojiti novo značenje riječi (engl. *non-core meaning*) u kontekstu matematike. Uz rječnik, u matematici su vrlo važne, a često nimalo jednostavne, morfologija i sintaksa. Zasićenost matematičkog jezika prefiksima i sufiksima iz latinskog i grčkog jezika (Gafoor i Sarabi, 2015) s kojima se djeca ne susreću u svakodnevnom govoru i pismu, odnosno u materinskom jeziku (Lenček, 2017), nerijetko otežava razumijevanje matematičkih iskaza. Primjer su riječi s grčkim prefiksima *para-*, *dija-*, *sym-* i sl. (*paralela*, *dijametar*, *simetrija*), koje se u poučavanju matematike pojavljuju već u nižim razredima osnovne škole i čije usvajanje može biti otežano. Morfološko označavanje u matematičkom jeziku u hrvatskome može sadržavati i veliku fonološku podudarnost (npr. *deset*Ø u odnosu na *desetak*), a

značenjski se referira na posve različite procese – npr. jedan na procjenu, a drugi točno određenje neke vrijednosti. Upravo ovakve manje opreke u funkciji morfološkog označitelja nekoj su djeci razlog neuočavanja razlike u matematičkim konceptima, a onda i davanja neodgovarajućih odgovora na zadatke koji traže njihovu primjenu (npr. primjenu spomenutih koncepata procjene i točnosti). Razlog dolaska do netočnih rješenja nerijetko je u manjkavoj jezičnoj sposobnosti, a ne u nerazumijevanju samog matematičkog koncepta. Naime, poznato je da djeca s jezičnim poremećajima imaju značajan rizik za neodgovarajuće usvajanje matematike zbog svojih jezičnih teškoća i činjenice da je matematika iznimno jezično zasićen nastavni predmet (Durkin i sur., 2013; Viesel-Nordmeyer i sur., 2021).

Sintaktička pravila u matematičkom jeziku ne slijede nužno pravila materinskog jezika zbog čega pojedine rečenice postaju teško razumljive (npr. *Kvadrat duljine katete...*). Sintaksa se, na osnovi rezultata istraživanja u više jezika, pokazala kao posebno zahtjevna sastavnica matematičkog jezika za svu djecu, a osobito onu koja imaju teškoća u matematici općenito (Chow i sur., 2021). Matematički se izrazi često navode kao primjeri tzv. gramatike bez konteksta (Hopcroft i sur., 2006) i stoga se sintaksa u matematičkim iskazima ponekad ne čini samo drukčijom nego i zahtjevnijom od sintaktičkih pravila materinskog jezika (npr. *...za dva više od broja koji je produkt zbroja pribrojnika dva puta većeg od 4 i onog za 2 većeg od 5...*). Iako hrvatski jezik, u odnosu na neke druge jezike (npr. engleski), relativno dobro „trpi“ promjene redoslijeda riječi u rečenici bez promjene njenog sadržaja (npr. rečenica *Baka je pojela kolače*. ima isto značenje kao rečenica *Kolače je pojela baka.*), to nužno ne vrijedi u rečenicama koje se odnose na matematičke sadržaje. U matematičkom jeziku promjena zadanog poretka riječi učestalo dovodi do promjene značenja koje rečenica prenosi. Naprimjer, u matematici je određenje pojma permutacija *poredak brojeva u nizu* ili *poredak elemenata nekog skupa*. Netočno bi bilo reći da je *permutacija poredak u nizu brojeva* jer time narušavamo značenje rečenice i određenje pojma. Slično je i s načinom na koji imenujemo brojeve u pojedinom jeziku. Zahtjevnost sintakse u

matematičkom jeziku djelomično je uvjetovana i međujezičnim razlikama (Ivani, 2015/2016; Pavlin Bernardić, 2010). Naprimjer, u hrvatskom jeziku brojevi se imenuju u smjeru čitanja teksta, tj. slijeva nadesno (npr. $34 = [\textit{trideset (i) četiri}]$) i time mozak u čitanju brojeva nije u sukobu naučenog redoslijeda čitanja i podučenog načina imenovanja brojeva pa je sami kognitivni zamor pri obradi i proizvodnji takve sintaktičke konstrukcije manji (Ivanko i sur., 2023). U japanskom je cijela priča još jednostavnija jer sintaksa odmah i insinuira dekanski sustav i mjesne vrijednosti. Naprimjer, jedanaest (kin. 十一) se u biti imenuje kao *deset* (kin. 十) *jedan* (kin. 一). Suprotno ovakvoj relativnoj jednostavnosti, u njemačkom (npr. $34 = [\textit{njem. Vierunddreißig}]$) ili slovenskom jeziku (npr. $34 = [\textit{slv. štiriintrideset}]$) taj se isti broj "čita" zdesna nalijevo kao (uvjetno rečeno) *četiri i trideset*). Time se stvara kognitivna disonanca između smjera čitanja teksta općenito i smjera čitanja brojki u imenovanju brojeva čime je zahtjev na sintaktičku obradu u matematičkom jeziku veći. Nastavno na ranija objašnjenja nužnosti propisanih poredaka riječi u matematici, primijenimo li pogrešno u hrvatskom jeziku pravilo npr. slovenskog ili njemačkog, broj /34/ čitao bi se kao *četiri i trideset* čime smo proizveli sintaktičku konstrukciju s potpuno različitim značenjem od planiranog (tj. naveli smo dva broja (4, 30) i nismo (točno) imenovali broj koji smo namjeravali).

Pragmatiku čini jezik u upotrebi. Na razini te sastavnice u matematičkom je jeziku važno uočiti pa i predvidjeti situacije kod kojih pogrešno tumačenje zadatka, a ne manjak znanja, može dovesti do njegova netočna rješavanja (Dawkins i Cook, 2017). Naprimjer, zadatak može biti postavljen na sljedeći način: *Zaokruži je li sljedeća tvrdnja točna (T) ili netočna (N). Svaki je četverokut pravokutnik ili kvadrat. Dio će djece označiti ovu tvrdnju kao netočnu (i time riješiti zadatak netočno), (pod)razumijevajući da je kvadrat zapravo pravokutnik čije su sve četiri stranice jednake duljine, pa bi rečenica trebala imati kombinaciju sastavnog i rastavnog veznika s kosom crtom: (i/ili) jer je, zapravo, i kvadrat pravokutnik. Odnosno, kvadrat kao koncept nije nezavisan od pravokutnika pa je isključivost rastavnog veznika (ili) potencijalno zbunjujuća, tj. ometajuća za rješavanje zadatka.*

Pragmatika je u matematici posebno važna i zbog njene prisutnosti u rješavanju svakodnevnih problema (Perez-Escobar, 2024), te zbog činjenice da je ta primjenjivost osobito bitna kod poučavanja matematike (Prediger i sur., 2022).

Navedeni primjeri i istraživački podaci pokazuju koliko svladavanje matematičkog jezika može biti teško (Wilkinson, 2019), osobito djeci s bilo kakvim odstupanjem u jeziku bez obzira na etiologiju. Za svladavanje matematičkog jezika potrebna je interpretacija usmenih matematičkih izraza, dekodiranje pisanih i grafičkih prikaza matematičkih ideja, kvantitativno izražavanje ideja i postavki u različitim usmenim i pisanim kontekstima (Lenček, 2017) što sve pridonosi složenosti matematičkih kompetencija koje djeca trebaju usvojiti. Kada se svi ovi procesi odvijaju glatko, ne prepoznaje se njihova zahtjevnost (Lenček i sur., 2010), no kada se pojave bilo kakve teškoće, postaje jasno koliko je zapravo jezik ključna sastavnica pri usvajanju i iskazivanju matematičkih znanja (Ferrari, 2004) i koliko je njegovo usvajanje složeno (Lenček, 2017). Rješavanje matematičkih problema zahtijeva premošćivanje razlika između materinskog jezika i matematičkog jezika, što upućuje na potrebu simultanog prevođenja u oba smjera (Gafoor i Sarabi, 2015; Ilany i Margolin, 2010).

U našim, kao niti u školskim kurikulumima mnogih drugih zemalja, ne postoje podaci o posebnostima matematičkog jezika ili njegovom usvajanju, kao ni poredbene studije u odnosu na obilježja materinskog jezika (Gafoor i Sarabi, 2015), a onda niti podaci o primjeni matematičkog jezika u drugim predmetima koji se uz matematički jezik vežu (npr. područje fizike, kemije, tehničke kulture, a kasnije i stručno usmjereni predmeti kao što su oni vezani uz računovodstvo). Opsežnije studije, kao i sustavni pregledi i metaanalize usmjerene na važnost matematičkog jezika još su malobrojne (npr. Peng i sur., 2020; Turan i De Smedt, 2022), a osobito nedostaju međujezične poredbene studije matematičkog jezika (Ester i sur., 2024). Opisi funkcioniranja matematičkog jezika u odnosu na materinski jezik, kao i razine zahtjevnosti matematičkog jezika u odnosu na njegove sastavnice mogu biti dobar početak za razumijevanje teškoća koje se

javljaju kod djece i utječu na svladavanje matematičkih sadržaja određenih kurikulumom.

Diskalkulija

Diskalkulija pripada u specifične poremećaje učenja. Opisana je kao poremećaj koji obuhvaća teškoće obrade brojnih informacija, usvajanja aritmetičkih činjenica, te izvođenja tečnih (automatiziranih, tj. točnih i brzih) izračuna (Američka psihijatrijska udruga, Naklada Slap, 2014; Svjetska zdravstvena organizacija, Hrvatski zavod za javno zdravstvo, 2004) unatoč urednom općem kognitivnom funkcioniranju (Agostini i sur., 2022; McCaskey i sur., 2017). Djeci s diskalkulijom javljaju se i dodatne teškoće poput onih s praćenjem redoslijeda radnji ili praćenja niza, sporija obrada informacija i teškoća koje proizlaze iz ograničenog kapaciteta radnog pamćenja (Attout i Majerus, 2015) ili njegovog narušenog funkcioniranja (Lenček, 2017), zbog toga i teškoće zadržavanja i/ili sporija obrada složenih i dugih jezičnih obrazaca i informacija. Poznato je da je razumijevanje matematičkih koncepata usko vezano s djetetovim jezičnim znanjem (Hannell, 2013). Često se kod djece s diskalkulijom može primijetiti kako „recitiraju” naučene fraze (npr. *prenosim jedan* u potpisanom zbrajanju ili oduzimanju), čije značenje ne razumiju (npr. ne razumiju da se *jedan* dodaje ili oduzima zbog prijelaza preko desetice, pa primjenjuju ovo pravilo u svakom računanju). Osim toga, ova klinička skupina često čak ne može niti imenovati niti opisati ono što im je zahtjevno upravo zbog nerazumijevanja specifičnog matematičkog jezika. Jezični nedostaci predstavljaju rizik za probleme u svladavanju matematike (Snowling i sur., 2021), pa iako nedostaju studije o povezanosti npr. razvojnog jezičnog poremećaja i diskalkulije (Archibald i sur., 2013), brojni podaci govore u prilog komorbiditetu disleksije (kao jezično utemeljenog poremećaja) i diskalkulije, i to u rasponu od 17 % (Gross-Tsur i sur., 1996) do čak 60 % (Badian, 1999). Uz to, literatura navodi komorbiditet poremećaja hiperaktivnosti i deficita pažnje te teškoća u matematici do čak 42 % (Krinzinger, 2019), pri čemu teškoće pažnje mogu dovesti i do dodatnih problema u jezičnoj obradi (Méndez-Freije i sur., 2023), tako i obradi matematičkog jezika.

Podaci o prevalenciji diskalkulije u Hrvatskoj nisu poznati, a strana istraživanja navode različite podatke, ovisno o kriterijima istraživanja. Tako se za učestalost diskalkulije navode brojke od 1 % do 10 % populacije (Devine i sur., 2013; Peard, 2010; Van Luit, 2019; Wadlington i Wadlington, 2008). Filipović Perić i sur. (2023) u Hrvatskoj pronalaze učestalost diskalkulije od 0,44 %, ali naglašavaju da se čak kod 3,48 % djece koja pohađaju treći razred osnovne škole javljaju određene teškoće u matematici, odnosno da postoji sumnja na diskalkuliju, ali nije izražena kao dijagnostički entitet. Upravo razumijevanje specifičnosti matematičkog jezika u okviru diferencijalne dijagnostike i/ili mogućeg komorbiditeta jezičnog poremećaja i specifičnog poremećaja učenja u domeni matematike – diskalkulije, može biti jedan od koraka u ujednačavanju kriterija za postavljanje dijagnoze.

Matematika i logopedija

Prema standardu zanimanja definiranom na europskoj razini (European Speech and Language Therapy Association – ESLA, 2019), logopedi se bave procjenom rizika i prevencijom (pred)matematičkih vještina u predškolskoj dobi te pravovremenim otkrivanjem i terapijom teškoća u matematici, odnosno kasnije specifičnog poremećaja učenja poznatog kao diskalkulija.

Kao što je ranije u tekstu istaknuto, usvajanje matematike je snažno pod utjecajem jezičnih sposobnosti (Purpura i sur., 2017; Purpura i Reid, 2016; Vuković i Lesaux, 2013), te se nerijetko različiti oblici teškoća u matematici pojavljuju u komorbiditetu s jezičnim teškoćama ili kao njihova posljedica. Važno je prepoznati kada jezična odstupanja uvjetuju teškoće u matematici, a kada se teškoće pojavljuju istodobno s teškoćama u matematici (Lenček, 2017; Lenček i sur., 2024). U takvoj je diferencijalnoj dijagnostici ključna uloga logopeda kao stručnjaka za jezičnu patologiju, odnosno tipični jezični razvoj i odstupanja koja se u njemu mogu javiti (Lenček i sur., 2010). Bez poznavanja urednog jezičnog razvoja, odstupanja u tom razvoju i postupaka intervencije, nemoguće je prepoznati i pružiti podršku djeci s teškoćama u matematičkom jeziku i matematici općenito. Ispreplitanja materinskog i matematičkog jezika zahtijevaju od

stručnjaka da razumije i primjenjuje posebne postupke u procjeni i terapiji matematičkih teškoća. U oba slučaja sve su ove aktivnosti usmjerene i osiguravanju različitih intervencijskih postupaka (Landerl, 2015) koje logopedi provode, a koji mogu biti usmjereni različitim aspektima teškoća. Svaki od postupaka postaje razumljiv tek osvještavanjem složenosti matematike, posebno matematičkog jezika (Espinass i Fuchs, 2022) i teškoća koje mogu proizaći iz neovladanosti istim.

Cilj i istraživačko pitanje

Cilj je ovog rada testirati primjenjivost modela matematičkog jezika (Gafoor i Sarabi, 2015) kroz obilježja matematičkog jezika u hrvatskom, na primjerima teškoća u usvajanju i razumijevanju matematičkih iskaza učenika s dijagnozom diskalkulije. Podaci će se razmatrati u kontekstu teorijskih postavki o usvajanju i razvoju matematičkog znanja kao procesa posredovanog jezikom i postavke o razvoju „matematičkog načina“ uporabe jezika (Dehaene, 1992). Kvalitativnom analizom podataka izdvojiti će se primjeri zadataka koji imaju visoku razinu zahtjevnosti s aspekta fonoloških, rječničkih (leksičko-semantičkih), morfosintaktičkih i pragmatičkih obilježja, vodeći računa pri tome i o pismu i ortografiji hrvatskog jezika. Svrha je rada ukazati na potrebu razvijanja posebnih individualiziranih intervencijskih postupaka u domeni matematičkog jezika pri čemu se trebaju slijediti osobitosti u hrvatskom.

U skladu s ciljem postavljeno je istraživačko pitanje: Na kojim razinama, tj. jezičnim sastavnicama matematički jezik u hrvatskome može biti zahtjevan učenicima s diskalkulijom i zašto?

METODA

Materijal i postupak

Kao polazni materijal korištena je udžbenička građa iz predmeta matematika od prvog do petog razreda. Pregledano je sedam udžbenika koji obuhvaćaju gradivo od 1. do 5. razreda osnovne škole, a koje u logopedskoj terapiji i/ili nastavi koristi dvanaestero učenika s diskalkulijom

uključenih u terapiju kod autorica rada (u Nastavno-kliničkom centru Edukacijsko-rehabilitacijskog fakulteta i Logopedskom kabinetu *Logoped i ja*). Pregledani udžbenici odobreni su od Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih – MZO (<https://mzo.gov.hr/istaknute-teme/odgoj-i-obrazovanje/udzbenici-za-osnovnu-i-srednju-skolu/katalog-udzbenika/1013>). Svaki od pregledanih udžbenika sadržavao je od 500 do 1000 zadataka, s povećanjem broja i složenosti zadataka s porastom razreda zbog više tema zadataka, matematičkih ideja i/ili grana matematike (npr. uključivanje algebre u starijim razredima uz aritmetiku i geometriju). Izdvojeni su prototipni primjeri koji predstavljaju upravo one zadatke za koje su učenici sami istaknuli da su im posebno zahtjevni ili čak posve nerazumljivi i/ili koje su neuspješno rješavali, a što su potvrdili roditelji, te su zatražili logopedsku pomoć i podršku u rješavanju/pojašnjavanju. Prema analizi udžbeničke građe, čak 50% do 70% zadataka izdvojeno je kao zahtjevno, a takvi su zadaci u nastavku predstavljeni i prikazani.

Obrada podataka

Izdvojeni zadaci kvalitativno su analizirani prema tri glavne odrednice modela matematičkog jezika koji predlažu Gafoor i Sarabi (2015): sadržaj, struktura i funkcija. Gafoor i Sarabi promatraju sadržaj kroz grafemski iskaz (simbole i kodove) i rječnik, a strukturu kroz morfologiju, sintaksu i fonologiju, dok se funkcija promatra kroz pragmatiku. Cjelokupna analiza se, osim elemenata modela, zasniva na poznavanju i uvažavanju obilježja diskalkulije, odnosno razumijevanju simptomatologije ovog poremećaja te razumijevanju osobitosti hrvatskog jezika i pisma. U radu su izdvojeni reprezentativni primjeri za svaku razinu analize, objašnjeni u skladu s osobitostima matematičkog jezika u hrvatskom.

REZULTATI I RASPRAVA

Obrada rezultata u ovom radu slijedi model, i kao takva će se raščlaniti na nekoliko poglavlja u skladu sa sastavnicama modela Gafoor i Sarabi (2015).

Matematički zapis: fonemi/grafemi, simboli i matematički kodovi

Simboli su kognitivni alati koji podržavaju rasuđivanje, rješavanje problema i razmišljanje na višoj razini (Koedinger i sur., 2008.; Vygotsky, 1978). Teškoće koje se javljaju u usvajanju simbola, posebno onih simbola koji zahtijevaju višu razinu apstraktnosti, opisane su kod djece urednog razvoja (Donovan i Fyfe, 2019), ali nedostatno kod djece s teškoćama u matematici ili diskalkulijom. Na razini usvajanja matematičkih kodova nekim će učenicima problem predstavljati već sami brojevi zapisi, zatim i ostali simboli (kao npr. + ili :). Kod učenika s diskalkulijom iz uzorka u ovom istraživanju zabilježene su teškoće rješavanja zadataka koji uključuju nejednakosti i približne vrijednosti, razlomačke zapise, decimalne brojeve, dijagrame, i to već na razini njihova dekodiranja i zapisivanja. Unatoč tome što je bilježenje, odnosno zapisivanje ovih simbola definirano školskim kurikulumom, učenici s diskalkulijom vrlo često netočno zapisuju tražene simbole/kodove ili ih čak uopće ne mogu ispravno prepoznati/imenovati. Navedene kodove djeca ne susreću u materinskom jeziku ili se oni u njemu rijetko pojavljuju. Zapis tih kodova/simbola ne počiva na znanjima koja djeca stječu opismenjavanjem u materinskom, hrvatskom jeziku. Tako npr. ključni element razlomka sadržan u crti koja simbolizira dijeljenje određuje položaj, ulogu i naziv brojeva, odnosno brojnika i nazivnika (npr. $\frac{3}{5}$, odnosno *tri petine*). Razdjeljivanjem uloga svakog od grafema/simbola koji su sadržani u ovom matematičkom zapisu postaje jasna složenost poznavanja cjelokupnog koda, odnosno nazivlja i uloge svakog pojedinog grafema/simbola u takvom kodu i ne čudi težina s kojom neka djeca ulaze u bilježenje i dekodiranje u matematici. Pri tome je poznato da matematička kompetencija počiva na ovladavanju pisanim matematičkim simbolima, osobito na njihovoj fleksibilnoj uporabi (Hiebert, 1988), što je razina koju učenici s diskalkulijom teško mogu dosegnuti.

Dok se u hrvatskom, kao transparentnom jeziku, učenike podučava da je veza grafema (kao simbola) i fonema jednoznačna, npr. /s/ uvijek ima temeljno jednaku fonemsku realizaciju [s], uz

uvažavanje koartikulacijskih okolnosti, ali bez obzira na okruženje: /s/ u *stol*, *sam*, *osam* ili *pas*, matematički simboli poput npr. jednakosti ili nejednakosti (= ili $\neq$) uvode mogućnost višestruke točnosti. Tako se već u prvom razredu pojavljuju iskazi poput $6 = 2 + 4$, kao i $6 = 3 + 3$ ili $6 = 5 + 1$ pri čemu je jednakost (=) definirana količinom kombinacija koje daju točno rješenje, i ta je jednakost višestruka, ali opet i ograničena. Još je problematičnije razumijevanje nejednakosti, gdje $5 \neq 4$, ali i $5 \neq 3 + 3$ ili $5 \neq 48$, a mogućnosti za nejednakosti su gotovo neograničene. Dekodiranje matematičkih simbola se, u procesu usvajanja matematike, nerijetko oslanja na dekodiranje kakvo se usvaja u materinskom jeziku, ali ono zapravo počiva na matematičkoj logici i pravilima prema kojima simboli nose različita značenja, ovisno o kontekstu (Güçler, 2014). Time nije moguće jednostavno preuzimanje principa iz materinskog jezika (u hrvatskome 1:1), već je nužno oslanjanje na matematičke kodove na način kojim su značenja utemeljena na matematičkoj logici, a to je za populaciju djece s diskalkulijom teško jer znači uvođenje novih pravila, tj. pravila matematičke pismenosti (Purpura i sur., 2019a). Uz to, svojevrsna dvosmislenost simbola vidljiva je i u činjenici da se oni mogu koristiti za predstavljanje procesa i samog proizvoda, odnosno rezultata matematičke aktivnosti (Gray i Tall, 1994), tj. uloga je simbola takva da oni u navedenim slučajevima jednakosti i nejednakosti zapravo predstavljaju varijable koje su nepoznate i apstraktne.

Problem matematičkog zapisa učenika s diskalkulijom iz uzorka ovog istraživanja pronađen je i u bilježenju i razumijevanju matematičkih simbola, poput onoga za približno jednako ($\approx$), čije značenje je vrlo teško razumjeti i u materinskom i matematičkom jeziku. Učenicima je teško objasniti i što je općenito značenje riječi *približno*, a pogotovo što je *približno jednako* u matematičkom smislu. Isto tako, pitanje matematičkog simbola za npr. veće ($>$) i manje ($<$) pokazuje zamjetnu sličnost s problemom simbolizacije utemeljene na vizualnoj i fonološkoj sličnosti simbola za /b/ i /d/, a što je poznat izvor problema i nedoumica djeci s teškoćama fonološkog kodiranja, odnosno djeci s disleksijom koja se nerijetko javlja u

komorbiditetu s teškoćama u matematici. Kod učenika s diskalkulijom u učenju i pisanja simbola za *veće/manje* javljaju se problemi fonološkog kodiranja značenjski oprečnih veličina, i ovakvi su slučajevi već ranije opisani kod djece s diskalkulijom u hrvatskom (Lenček i sur., 2010).

Još jedan primjer problema na ovoj razini, pokazao se učenicima s diskalkulijom uvođenjem simbola */x/* za nepoznanicu. */X/* zahtijeva konceptualno razumijevanje i matematičko

mišljenje, prema kojem ovaj simbol odgovara različitim brojevima, odnosno vrijednostima te ga, kao što je napomenuto, određuje matematički iskaz, odnosno matematički kontekst. Dakle, prema slici 2., */x/* može biti broj 38 u prvom zadatku, broj 32 u drugom zadatku, odnosno bilo koji drugi broj, a što je potpuno različito od dotadašnjih učenja o jednoznačnosti veze grafema i fonema tijekom opismenjavanja u hrvatskom kao transparentnom jeziku.

Izračunaj nepoznati broj *x*.

$24 + x = 62$	$x + 41 = 73$	$56 - x = 39$	$x - 34 = 52$
$x = \underline{\hspace{2cm}}$	$x = \underline{\hspace{2cm}}$	$x = \underline{\hspace{2cm}}$	$x = \underline{\hspace{2cm}}$

Slika 2. Zadatak s nepoznanicom */x/* (pojavljuje se od 5.r. OŠ ili ranije)²

Od 3. se razreda osnovne škole povremeno pojavljuje */x/* kao nepoznata vrijednost u jednakostima (npr. *X je stotica, koji sve broj može biti X u nejednakosti $300 < X < 700$?*, vidjeti postavke kurikula za nastavni predmet matematika; MZO, 2019), a od 5. razreda */x/* se sustavno pojavljuje i prednjači kao oznaka nepoznanice u algebri.

Kod djece s diskalkulijom problem nastaje i kada se za nepoznanicu upotrebljava simbol (fonem/grafem) kojim je dijete ovladalo u materinskom jeziku (slika 3.). Učenici iz uzorka u ovom radu nisu uspijevali jednostavno riješiti zadatke prikazane na slici 3., pokazalo se da je također zbunjujuće kada trebaju izračunati *nepoznati broj b*, ali zapravo od prije poznaju fonem/grafem */b/* i njegovu funkciju grafema, odnosno slova, ali ne i brojke (broja). Obično se u nižim razredima osnovne škole kao nepoznata vrijednost pojavljuju grafemi */a/*, */b/*, */c/*. U

udžbenicima se na mjestu nepoznanice ponekad nalazi i upitnik koji simbolizira nepoznatu vrijednost; primjer zadatka za 3. razred je: $? \cdot 5 = 35$. Učenici trebaju simbol koji koriste u materinskom jeziku kao interpunkcijsku oznaku za pitanje zamijeniti u značenje nepoznanice. Ovo je nekim učenicima jako teško, već na razini fonološkog kodiranja kao jezične aktivnosti javljaju se teškoće koje se nastavljaju i na leksičko-semantičkoj razini zbog promijenjenog konteksta i izmjene simboličkih uloga, a valja napomenuti da uvođenje upitnika zahtijeva i poznavanje sustava interpunkcije i njegove primjene, a što je isto nešto što dijete mora naučiti ulaskom u formalni sustav obrazovanja. U početnim godinama opismenjivanja ovakav je zadatak (kao na slici 3.) kod postojanja bilo kakvih jezičnih teškoća i problema kodiranja iznimno zahtjevan, a posebno kod onih učenika koji imaju problema s dekodiranjem (Purpura i sur., 2019a).

² Sve su slike kreirale autorice u programu <https://www.canva.com/> po uzoru na zadatke koji se ponavljaju, tj. najčešće pojavljuju u udžbenicima. Podaci o razredima u kojima se zadaci pojavljuju, vezani su uz pregledane udžbenike i dodatno ovjereni u Kurikulumu za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije (MZO, 2019). Ovakav je pristup odabran jer namjera ovog rada nije kritizirati određene udžbenike i/ili njihove autore, već ukazati na to da sadržaji koji su ponekad kurikulumom primjereni djeci urednog razvoja mogu biti iznimno zahtjevni za djecu s diskalkulijom.

Izračunaj nepoznati broj <i>b</i> .			
$31 + b = 62$	$b + 13 = 51$	$98 - b = 39$	$b - 44 = 33$
$b = \underline{\hspace{2cm}}$	$b = \underline{\hspace{2cm}}$	$b = \underline{\hspace{2cm}}$	$b = \underline{\hspace{2cm}}$

Slika 3. Zadatak s nepoznanicom /b/ (pojavljuje se već od 3.r. OŠ)

Činjenica je da npr. /x/ ili neki drugi grafemi koji se koriste u svojstvu nepoznanice imaju značenje broja jer predstavljaju broj koji je potrebno izračunati, stoga Gafoor i Sarabi (2015) svrstavaju ovladavanje simbolom /x/ na razinu grafema - bez obzira na to što ona uključuje i fonološku sastavnicu matematičkog jezika i njegov sadržaj. Kako engleski kao materinski već sadrži grafeme /x/ i /y/ koji se u matematici najčešće koriste kao simboli za nepoznanice, tj. predstavnici su za nepoznate vrijednosti, uvođenje tih simbola u matematiku ne stvara strukturalne razlike, kao npr. u hrvatskome (što je jednako slučajevima u kojima nepoznanice u hrvatskom označavamo s /a/, /b/, ili /c/). U uzorku učenika s diskalkulijom iz ovog istraživanja, a koji su podučavani matematici na hrvatskom jeziku, matematičkim učenjem se uvode novi grafemi kojima se pridaju samostalna, matematička značenja. Proces njihova usvajanja nije jednak, primjerice, onome u engleskome jeziku. Pitanje je: jesu li djeci s jezičnim teškoćama ovakve situacije novih učenja povoljnije, jer nema interferencije s pravilima materinskog jezika ili upravo obrnuto – nepoznavanje i uvođenje novih simbola i novih značenja otežava njihovo usvajanje. Odgovor bi mogla dati međujezična istraživanja usmjerena matematičkom jeziku, no takvih je, zapravo, malo.

Nadalje, fonemi/grafemi su simboli koji nose značenja, no dok se u hrvatskom kao materinskom jeziku (kao i drugim alfabetskim jezicima) oni nižu, te u točno određenom redu stvaraju riječi koje nose značenja (npr. p-a-s = pas), u matematici simboli nose značenja koji uključuju uloge i funkcije u matematičkom procesu: npr. analizirani /x/ je kod za fonološku izvedbu *iks*, a nosi značenje nepoznanice. Kod +

dekodiramo kao plus, a značenje uključuje računsku operaciju zbrajanje. To znači da u matematici imamo dvostruko kodiranje – fonološko i značenjsko, čime usvajanje simbola zahtijeva i povećanje rječničkog znanja. Takvo dvostruko kodiranje može biti izrazito zahtjevno onim učenicima kod kojih uz probleme u matematici, odnosno dijagnozu diskalkulije postoji istodobno i dijagnoza disleksije (Moll i sur., 2021), što je slučaj kod nekih od učenika iz uzorka ovog istraživanja, pri čemu osnovni problem dekodiranja zahvaća ne samo vezu grafem/fonem, već i vezu grafem/matematički simbol/značenje (npr. + koji dekodiramo kao plus).

Rječnik - struktura i značenje riječi

Često se smatra da matematički rječnik ima različite kategorije, što je vidljivo iz studija usmjerenih ovom aspektu matematike (Fuchs i sur., 2015; Nelson i Powell, 2018; Purpura i sur., 2017; Purpura i Reid, 2016). Matematički rječnik podrazumijeva da djeca uče kako određene riječi u novom kontekstu dobivaju nova značenja, ponekad posve različita od onog koje su dosad poznavali i koristili u materinskom jeziku. Učenici s diskalkulijom iz uzorka u ovom istraživanju su u zadacima, i to već onima koji se odnose na sadržaje i zadatke iz udžbenika za prve razrede, pokazali probleme s riječima i sintagmama, kao što su npr. *razlika*, *tijelo*, *izlomljena crta*. *Razlika* u matematici označava rezultat računске operacije oduzimanja, dok se u svakodnevnom životu i hrvatskom jeziku odnosi na neke perceptivne razlike između ljudi, događaja i objekata. *Tijelo* više nije samo moje ili nečije tijelo, nego predstavlja matematički entitet geometrijskog tijela koje npr. nema glavu i udove. *Izlomljena crta* u matematici i dalje je spojena (slika 4., primjer

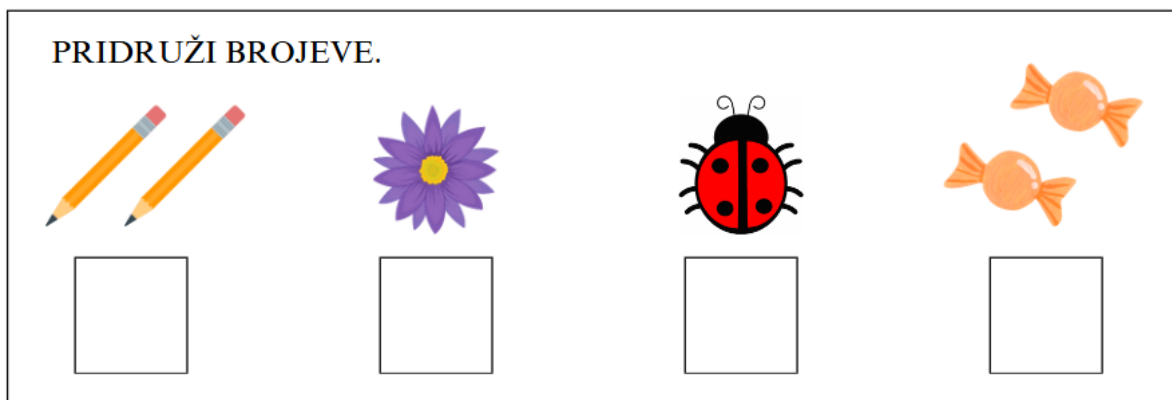
zadatka s uključenim zahtjevnim matematičkim rječnikom), odnosno uopće nije u dijelovima kao npr. izlomljena kreda ili izlomljena čokolada.



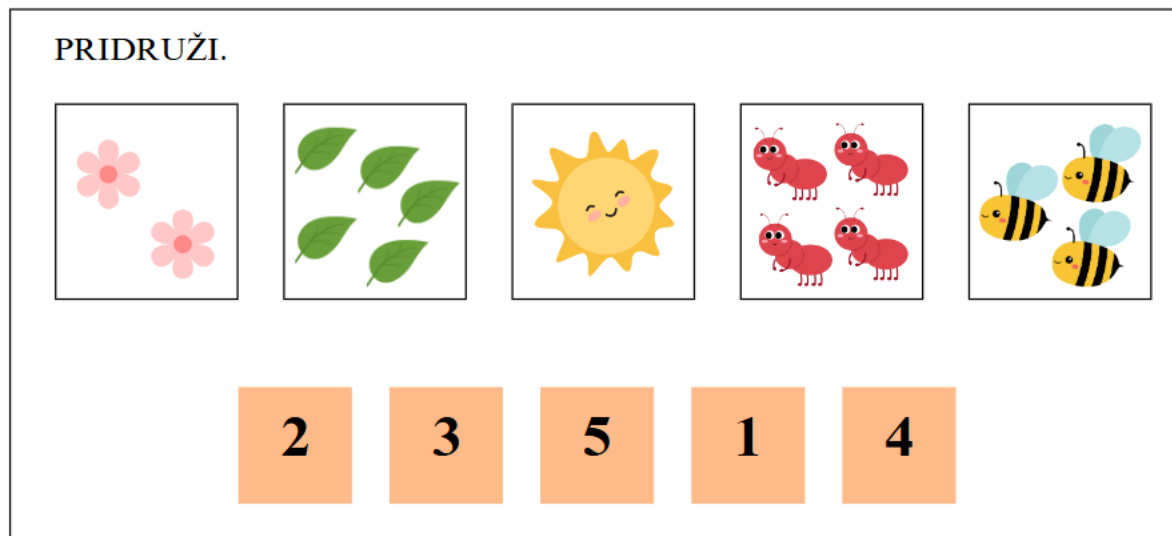
Slika 4. Zadatak s vrstama crta (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)

Riječi u matematici, dakle, dobivaju obilježja udaljena od značenja koja imaju u materinskom jeziku te je njihovo pohranjivanje u mentalnom leksikonu vezano uz posve drukčije označitelje i procese. Primjer zahtjevne kategorije je i iskaz koji se pojavio upravo u udžbenicima prvog razreda, a koji se pokazao teže razumljivim čak i ovim učenicima s diskalkulijom, koji su već u trećem i četvrtom razredu osnovne škole: *pridruži brojeve*. Značenje *pridruži* nije isto kao u pridružiti se npr. nekom u odlasku na sladoled, jer se ovaj iskaz koristi da nadomjesti više značenja: prebroji i napiši, spoji ili zbroji, i pojavljuje se u nizu matematičkih zadataka u udžbenicima nižih razreda (slike 5., 6., i 7.). Na slikama, tj. u primjerima zadataka moguće je, osim rječničke

zahtjevnosti, uočiti i nedostatak eksplicitnosti uputa, pa tako u prvom primjeru nije posve jasno da dijete treba prebrojiti etniete, te zapisati broj koji označava prebrojenu količinu, a u drugom zadatku *pridruži* se koristi kao sinonim za *spoji*, pri čemu nije naznačeno što s čime (u ovom slučaju sličicu s brojkom). „Glagolska nepreciznost“, odnosno neodređenost i/ili višeznačnost pojedinih riječi u uputi, u ovim zadacima zahtijeva razumijevanje matematičkih procesa prebrojavanja ili zbrajanja neophodnih kako bi se riješio zadatak, premda korišteni glagol značenjski ne odgovara ovim postupcima i neopravdano se koristi kao istoznačnica, tj. sinonim za *prebroji* ili *zbroji*.



Slika 5. Zadatak koji uključuje pojam pridruživanja u značenju 'napiši' (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)



Slika 6. Zadatak koji uključuje pojam pridruživanja u značenju 'spoji' (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)

IVANA I LUKA IŠLI SU U MUZEJ. KOLIKO ULAZNICA MORAJU KUPITI AKO SU IM SE PRIDRUŽILI MARTA I JOSIP?

RAČUN: _____

ODGOVOR: _____

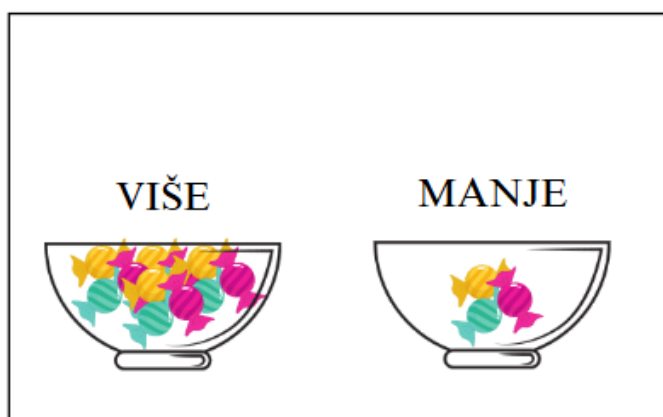
Slika 7. Zadatak koji uključuje pojam pridruživanja u značenju "zbroji" (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)

Također, već od prvog razreda osnovne škole, u matematičkom se jeziku pojavljuju i istozvučnice, odnosno homonimi (riječi koje isto zvuče, a nose različita značenja). Poznato je da su ovakve riječi posebno zahtjevne za razumijevanje, osobito kad se javljaju u pisanom kontekstu (Riccomini i sur., 2015). Naprimjer, izvor teškoća za učenike s diskalkulijom je pojam *manje* koji može označavati odnose veličina (slika 8.), količina

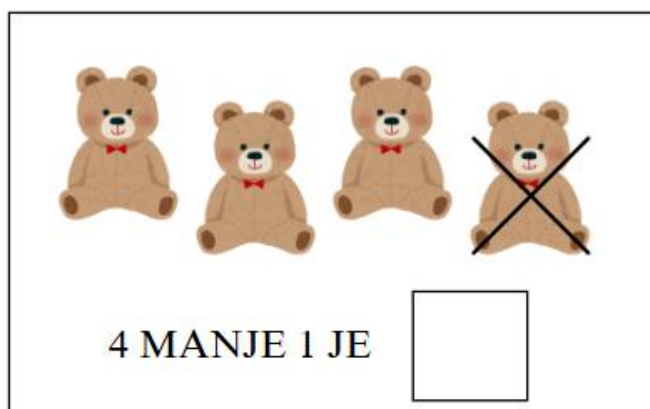
(slika 9.) ili predstavljati računsku operaciju oduzimanja (slika 10.). U primjeru koji uključuje operaciju oduzimanja, značajna je uloga i morfosintaktičkog znanja za razumijevanje zadatka, tj. matematičkog jezika. Navedeni primjer pokazuje zasićenost matematičkih zadataka jezičnim zahtjevima, koja je posebno teška učenicima s diskalkulijom na nekoliko različitih razina, odnosno više jezičnih sastavnica.



Slika 8. Zadatok koji uključuje pojmove 'veće/manje' koji predstavljaju odnose veličina (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)



Slika 9. Zadatok koji uključuje pojmove 'više/manje' koji predstavljaju odnose količina (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)



Slika 10. Zadatok koji uključuje pojam 'manje' koji predstavljaju računsku operaciju (simbol) oduzimanja (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)

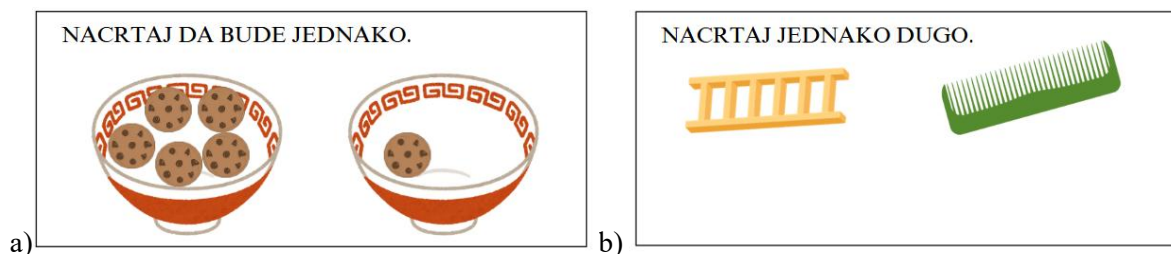
Sličan je primjer otežanog razumijevanja pojma više. Više označava razlike u visini, količini, ali i računске operacije zbrajanja koja zahtijeva korištenje simbola (+). Navedene riječi zbunjujuće su učenicima s diskalkulijom, no

mogu biti razlogom teškoća i učenicima urednog razvoja (Schleppegrell, 2007).

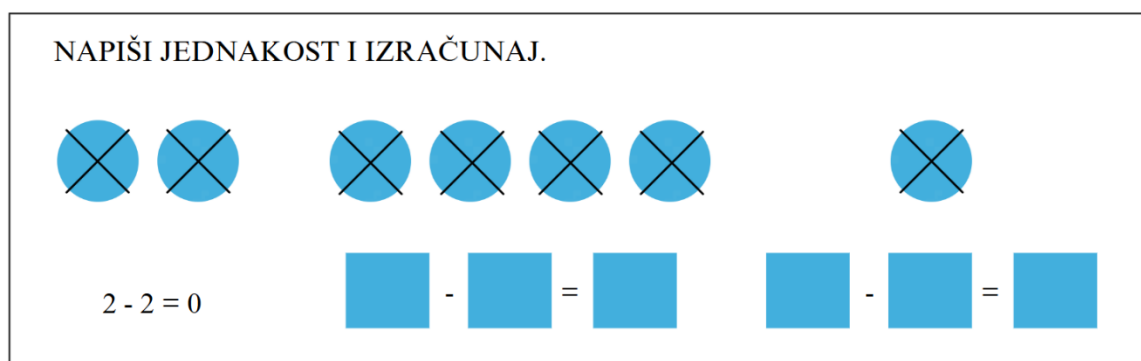
Slično je s već analiziranim pojmom jednako(sti), odnosno nejednako(sti), gdje simbol nadilazi razinu kodiranja i zahtijeva ne samo rječničko

znanje, već uključuje matematičko razmišljanje na razini varijabli (Chan i sur., 2022). Jednako(st) se može sagledavati i s aspekta rječničkog znanja, i to kao odnos koji uključuje izjednačavanje strana veličinom/količinom (slika 11.), kao cjelina jednakžbe, tj. matematičkog računa (slika 12.) ili, kao što je već spomenuto, kao sam simbol (=).

Učenici s diskalkulijom iskazali su teškoće u razumijevanju i rješavanju ovakvih zadataka koji uključuju razumijevanje pojma jednakosti kao na slici 13., jer slikovni prikaz tumače kao usporedbu količina, iako ona u ovom zadatku predstavlja matematički izračun.



Slika 11. Zadatak izjednačavanje strana a) količinom, b) veličinom (duljinom) (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)



Slika 12. Zadatak u kojem pojam 'jednakost' označava račun (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)



Slika 13. Zadatak u kojem pojam 'jednako' označava izjednačavanje dvije strane računa (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)

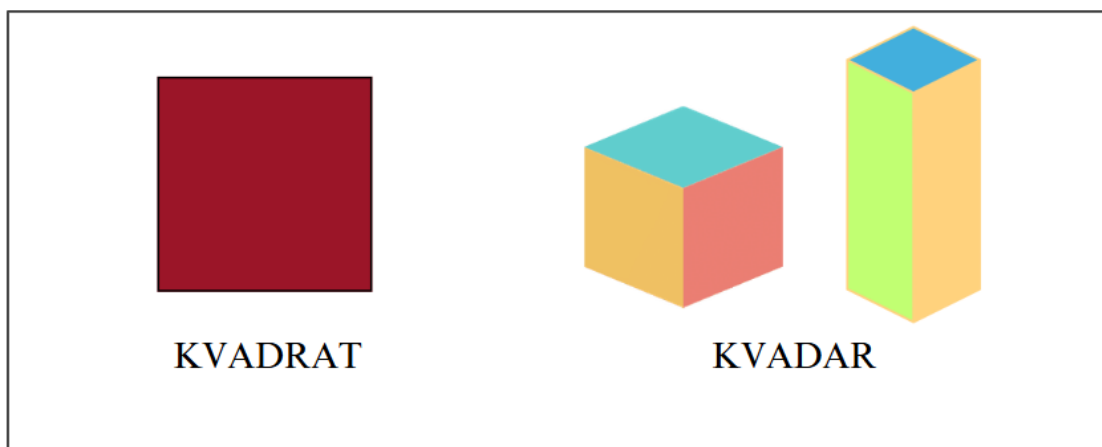
Osim rječničke zahtjevnosti, prethodnih nekoliko primjera pokazuje zasićenost zadataka jezičnom obradom i ulogom radnoga pamćenja koja je izuzetno važna u rješavanju matematičkih zadataka (Menon, 2016). Uz to, duljina iskaza i morfosintaktička složenost dodatno otežavaju rješavanje ovakvih zadataka djeci s diskalkulijom.

Analiza zadataka izdvojenih kao zahtjevni učenicima s diskalkulijom, uključila je na razini

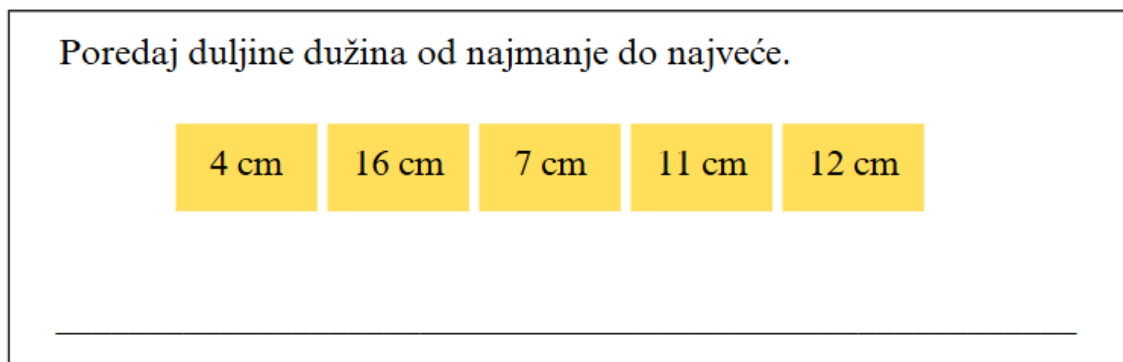
rječnika i one oblike kod kojih postoji fonološka sličnost riječi koje se koriste u matematičkim zadacima. Naprimjer, *kvadrat* i *kvadar*, koje učenici usvajaju već u prvom razredu, te su posve različiti iz perspektive matematike (različito izgledaju, jedan je geometrijski lik, drugo je geometrijsko tijelo, slika 14.), ali su im nazivi vrlo slični na razini fonološke obrade. Učenici s diskalkulijom teško ih razlikuju upravo zbog

minimalnih fonoloških razlika, te uz to i sličnih predodžbi, odnosno mentalnih slika i ograničenja vezanih uz dvodimenzionalnosti na papiru u odnosu na trodimenzionalnost u prostoru. Fonološka sličnost postoji kao svojevrsan problem u primjeni riječi *duljina* i *dužina*, koje se

u zadacima često pojavljuju upravo jedna s drugom (slika 15.) i imaju različita značenja, a nerijetko ih ne razlikuju ni djeca urednog razvoja. Poznato je da su ova značenja i fonološka sličnost zbunjujući i odraslima.



Slika 14. Dva fonološki slična termina u čijoj su pozadini posve različiti koncepti – 'kvadrat' i 'kvadar' (pojavljuju se već od 3.r. OŠ)



Slika 15. Zadatak koji uključuje pojmove 'duljina' i 'dužina' (pojavljuje se već od 3.r. OŠ)

Primjeri teškoća u matematičkom rječniku učenika s diskalkulijom govore u prilog postojanju specifičnih rječničkih kategorija, kao i nužnosti razumijevanja važnosti rječničkih znanja za usvajanje matematike. Neusvojenost i nerazumijevanje matematičkih riječi mogući su razlozi nerješavanja ili netočnog rješavanja pojedinih zadataka. Premda u našem kurikulumu ishodi podrazumijevaju znanje i primjenu naziva matematičkih simbola i operacija, nedovoljna je usmjerenost na osobite kategorije rječnika i pogrešna tumačenja koja se mogu javiti ne samo kod djece s diskalkulijom nego i u populaciji urednog razvoja. Poučavanje ovim riječima treba biti sastavni dio obrazovnih programa (Riccomini

i sur., 2015), a s podukom se može započeti još u predškolskome razdoblju (Purpura i sur., 2019b). U obrazovnom kontekstu najvažnije je provjeravati razumije li učenik što se od njega traži u zadatku i, po potrebi, objasniti određene termine u uputi, a sve kako bismo prevenirali neuspješnost u pojedinom zadatku koja je posljedica nerazumijevanja pojedinih riječi, a ne teškoća u matematičkim izračunima.

Morfosintaksa – oblici riječi i njihovo slaganje u rečenice

Prefiksi i sufixi su dijelovi riječi koji se dodaju osnovnom dijelu riječi (korijen) i s njim čine cjelinu, a njihovim dodavanjem na osnovnu riječ

uspostavlja se novo značenje: npr. promjene riječi poput dati – dodati – dodavač javljaju se i u matematici. Istraživanja kod djece s jezičnim teškoćama i disleksijom (Duranović i sur., 2014), pokazuju da ona imaju probleme uočavanja i prepoznavanja važnosti značenja prefikslnih i sufikslnih dijelova u odnosu na promjene značenja. U uzorku učenika iz našeg istraživanja, pokazale su se slične teškoće razumijevanja

promjena koje donose prefiksi i sufiksi u matematičkom iskazu. Tako ovi učenici otežano razumiju zadatke u kojima postoje pojmovi čija je osnova ista, npr. broj, pribrojnik, brojiti, pribrojiti, zbroj i sl. Učenik mora sigurno i jasno baratati značenjima pojedinih matematičkih riječi i njihovim odnosima, kako bi znao točno postaviti, izračunati i odgovoriti na zadatak poput onoga na slici 16.

BROJU 2 PRIBROJI BROJ 5. BROJU 5 PRIBROJI BROJ 2.

KOLIKI JE ZBROJ? ZBROJ JE

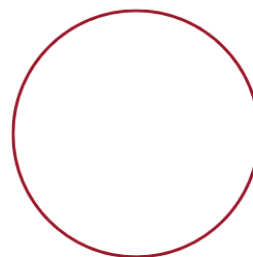
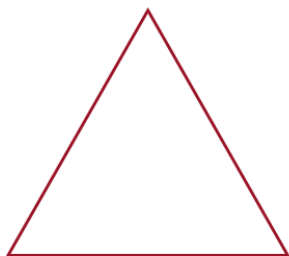


SLIKA 16. *Primjer zadatka u kojemu se različiti pojmovi s istim korijenom riječi, a različitim prefiksima i sufiksima pojavljuje uz dodatnu sintaktičku zahtjevnost (pojavljuje se već od 2.r. OŠ)*

Slično je i s brojevnim odnosima koji se morfosintaktički mogu izraziti na različite načine. Nerijetko se oba načina pojavljuju unutar istog zadatka što svim učenicima, osobito onim s teškoćama u matematičkom jeziku, može predstavljati poseban izazov. Primjer zadatka na slici 17. pokazuje da učenici s diskalkulijom iskazuju teškoće kad se odnosi među brojevima izražavaju na različite načine. Taj primjer pokazuje kako se jednaki odnosi između brojeva označavaju pomoću prijedložno – padežnih

izraza, prvo onog koji uključuje kombinaciju dvaju jednostavnih veznika i dva broja (*od ... – do ...*), zatim onog sa složenim prijedlogom (*između*) i dva broja. Ovaj zadatak dodatno je zasićen i rječnički (potrebno je poznavati nazive geometrijskih likova). Uz to, višestruke upute nisu međusobno grafički odvojene (npr. stavljene u nekoliko različitih redaka), pa sve zajedno može predstavljati i velik zahtjev na djetetovo radno pamćenje i jezičnu obradu općenito.

U trokut upiši brojeve veće od 45, a manje od 52. U pravokutnik upiši brojeve između 67 i 73. U krug upiši brojeve od 88 do 96.



Slika 17. *Primjer zadataka u kojem je ista vrsta odnosa izražena različitim morfosintaktičkim konstrukcijama (pojavljuje se već od 2.r. OŠ).*

Zadatak na slici 18. izdvojen je jer su učenici s diskalkulijom iskazivali teškoće u rješavanju koje su vezane uz morfosintaktičku složenost. U zadatku je niz uputa umetnut unutar jedne rečenice. Sama je uputa zbog duljine i sintaktičke

složenosti teška za obradu, a dodatno je otežava i rječnička složenost vezana uz pojam jednako(sti) koja je već ranije u tekstu objašnjena. U samoj uputi je zbog nepreciznog referiranja djeci nejasno i na što se odnosi riječ *one* ili *ostale*.

Jednakosti kojima je rezultat 0 zaokruži zelenom bojom, one kojima je rezultat 2 zaokruži žutom bojom, a ostale zaokruži plavom bojom.

$2 - 2$	$2 \cdot 2$	$1 + 1$	$3 \cdot 2$	$5 + 9$
$7 \cdot 1$	$5 \cdot 0$	$6 - 4$	$7 - 5$	
	$4 - 4$			

Slika 18. *Primjer zadataka s dugim i pretjerano složenim uputama na razini morfosintakse (pojavljuje se već od 3.r. OŠ).*

Nerazumijevanje upute dovodi do pogrešnog rješavanja zadatka, a neki ga učenici i preskaču tj. ne rješavaju, iako možda i imaju znanje za njegovo rješavanje. Još je jedan primjer moguće pronaći na slici 19., gdje se od učenika očekuje da nacrtaju određene vrste crta. Učenici s diskalkulijom često

preskaču ovakve zadatke, iako možda znaju nacrtati određenu vrstu crta, ali ne razumiju dugu i složenu uputu. Razlog teškoća u ovom zadatku je nejasnoća u određenju - trebaju li ravna i dvije zakrivljene crte sjeći ravnu crtu ili samo dvije zakrivljene crte trebaju sjeći ravnu crtu.

NACRTAJ JEDNU RAVNU I DVIJE ZAKRIVLJENE CRTE KOJE SIJEKU
RAVNU CRTU. TOČKE U KOJIMA SE SIJEKU CRTE ISTAKNI.

Slika 19. *Primjer zadatka s morfosintaktički složenom uputom (pojavljuje se već od 1.r. OŠ)*

Složene morfosintaktičke konstrukcije nisu izazov samo u nižim razredima osnovne škole. Za očekivati je da će, primjerice u 8. razredu, kada djeca moraju napamet naučiti i razumjeti različita pravila i poučke, upravo matematički jezik predstavljati poseban izazov. Dobar je primjer jedan od najpoznatijih poučaka u matematici – Pitagorin: *Površina kvadrata nad hipotenuzom pravokutnog trokuta jednaka je zbroju površina*

kvadrata nad katetama. Ova konstrukcija iznimno je duga i morfosintaktički složena te djeci s diskalkulijom (kao i onima s teškoćama u matematici i nerijetko popratnim jezičnim teškoćama i teškoćama radnog pamćenja), može biti teška za razumjeti i upamtiti (naučiti). Jezična zahtjevnost, uz složenost matematičkih koncepata i pravila u pozadini može biti razlogom značajnih teškoća u rješavanju zadataka koji

uključuju ovaj poučak. Uz to, Pitagorin je poučak i rječnikom osobit; pojavljuju se posve novi stručni termini (*hipotenuza*), te odjednom *kvadrat* ima značenje rezultata kvadriranja, a ne predstavlja geometrijsko tijelo, iako ovaj poučak pripada geometriji.

Prema primjerima teškoća uočenih kod djece s diskalkulijom, čini se kao da se složenost sintakse hrvatskog jezika općenito (Trtanj i Kuvač Kraljević, 2017) preslikava i u matematičkom jeziku. Visoka je razina zahtjevnosti za niz jezičnih konstrukcija koje se javljaju u matematici od početaka obrazovanja, i koje se nastavljaju kroz cijelo školovanje, a što može značajno odrediti uspješnost u matematici. Stoga bi zasićivanje matematičkih zadataka dodatnom morfosintaktičkom složenošću uputa, koja bi mogla omesti rješavanje zadataka unatoč poznavanju matematičkog računa, svakako trebalo izbjegavati u obrazovnom kontekstu.

Pragmatika – jezik u primjeni

Pragmatička sastavnica jezika svojevrsno je oruđe koje se koristi za ostvarivanje interakcijske funkcije jezika. Pragmatikom prenosimo poruke vezane uz odnose, stavove i uvjerenja u pravcu

pridruživanja ili odvajanja u odnosu na sam jezični iskaz, čak i kad je on matematički (Rowland, 2003). Matematički zadaci mogu biti zasićeni pragmatičkim elementima, odnosno jezikom u primjeni. Učenici iz uzorka ovog istraživanja pokazuju teškoće na razini pragmatike kod zadataka prikazanih na slici 20. i 21., u kojima se očekuje da razumiju konstrukte ili situacije iz gledišta koja im nisu poznata, nisu ih usvojili i/ili s njima nemaju iskustva. Naprimjer, da bi dijete shvatilo kako postaviti navedene zadatke, treba razumjeti koncept radnih smjena ili zamjena za te smjene i/ili poslove. To nisu situacije u kojima dijete u nižim razredima osnovne škole može prepoznati bit odnosa. Manjak perspektive otežava razumijevanje time i postavljanje, te rješavanje zadataka. Uz to, ima li dijete u svojoj okolini nekoga tko radi smjenski, može se pitati je li uz odrađivanje neke od smjena ipak moguće da dežura u noćnoj smjeni, što nije dano kao mogućnost u zadatku, ali nije niti negirano. Dakle, zadaci u kojima na razumijevanje upute mogu utjecati djetetova svakodnevna iskustva ili manjak istih, svakako su oni koje bi trebalo izbjegavati, pogotovo kod djece koja imaju teškoće u jeziku i/ili matematici.

U subotu u jutarnjoj smjeni radi 30 doktora, a u popodnevnoj 28 doktora. Koliko je doktora bilo dežurno u noćnoj smjeni ako znaš da u čitavoj bolnici radi 70 doktora?

R: _____

O: _____

Slika 20. Primjer zadatka dodatno zahtjevnoj i na pragmatičkoj sastavnici jezika (pojavljuje se u 2. r. OŠ)

Zamijeni knjižničarku i računovotkinju. Izračunaj koliko je lektira Heidi i lektira Eko eko potrebno te koliko to u konačnici košta. Računaj pisano, a rezultat upiši u tablicu.

razred	lektira Heidi - košta 11 €	lektira Eko eko - košta 13 €
4. a - 25 učenika		
4. b - 23 učenika		
4. c - 27 učenika		

Slika 21. *Primjer zadatka dodatno zahtjevnoj i na pragmatičkoj sastavnici jezika (pojavljuje se u 2. r. OŠ)*

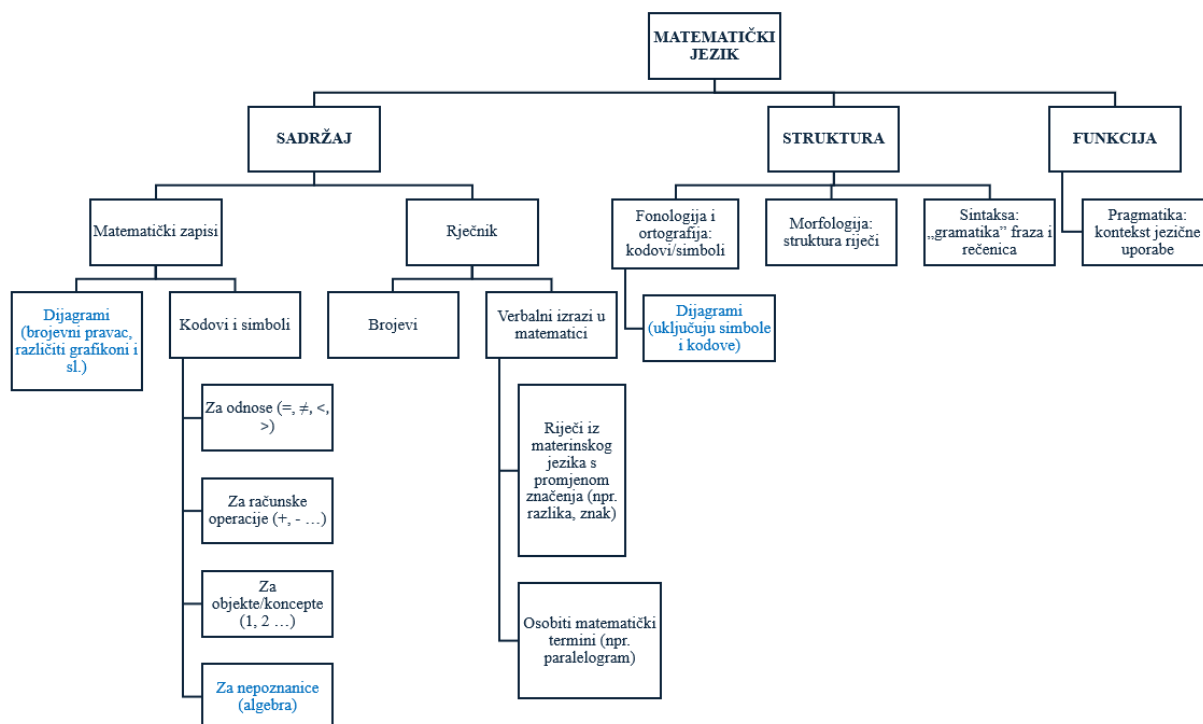
Stenning i van Lambalgen (2004; 2008) objašnjavaju u čemu je zahtjevnost ovakvih zadataka. Naime, u njima dijete mora proći dvije razine promišljanja. Prvo, mora aktivnim promišljanjem pokušati svjesno interpretirati zadatak. To je osobito zahtjevno ako se pri tome mora odvojiti od svojih dijelom i podsvjesnih svakodnevnih iskustava i izrazito prilagoditi ograničenom kontekstu, kao u ovom slučaju, te odlučiti što je od svega što zna relevantno za taj kontekst. Iz svega što zna, u okviru zadatka mora izdvojiti samo matematički relevantan sadržaj. Zatim, tek kreće druga razina promišljanja o tome kako taj zadatak riješiti, odnosno usmjeravanja na sam matematički postupak. Obje su razine nužno zasićene logikom, iako je jedna logika interpretacije matematičkog zadatka, a druga više ono što smatramo čistom matematičkom logikom i mišljenjem (Dawkins i Cook, 2017). Osim toga, pragmatika matematičkog jezika nerijetko krši Griceovu maksimu relevantnosti (Griceove konverzacijske maksime uključuju konverzacijske količine, kvalitete, odnose i načine; Dawkins i Cook, 2017; Dawkins i Roh, 2019; Grice, 1975). Premda se ova načela odnose prvenstveno na govoreni jezik, odnosno razgovor, s vremenom su se pokazala visokoprimjenjiva i u drugim područjima. Naime, u matematičkim zadacima često se iznose zalihsne ili nepotrebne

informacije koje odvrćaju djecu od bitnih elemenata i poante zadatka i samog matematičkog postupka koji treba izvesti. Primjer toga je upravo zadatak na slici 21., u kojem je djetetu dana uputa *zamijeni knjižničarku i računovotkinju*, što je nepotrebno za rješavanje zadatka, odnosno za samo izvođenje računskih operacija. Te se informacije moglo izostaviti jer njihova primjena nije potrebna za rješavanje zadataka. Kontekstualna određenja mogu značajno utjecati na uspješnost rješavanja, odnosno odabir nerješavanja, koji se nerijetko pojavljuje kod djece s diskalkulijom (Chinn, 2012) i zato su pragmatičke odrednice vrlo važne u svim zadacima.

Provedene analize utemeljene na modelu konstruiranom na sadržaju, strukturi i funkciji svakog matematičkog zadatka pokazuju zahtjevnost matematičkog jezika na različitim jezičnim sastavnicama, koja se javlja još u početcima formalnog školovanja. Zbog kumulativnosti, povećanja složenosti gradiva i kognitivne zahtjevnosti matematika sustavno predstavlja teškoću brojnoj djeci, pogotovo djeci s jezičnim teškoćama ili teškoćama u matematici, kao i onoj s dijagnosticiranom diskalkulijom. Primjeri istaknuti u ovom radu korišteni su kao pokazatelji prema kojima je moguće osvještavanje vrijednosti matematičkog jezika za

rješavanje matematičkih zadataka, i to s obzirom na svaku od jezičnih sastavnica. Mnogi su zadaci zasićeni zahtjevnim jezičnim konstrukcijama na više jezičnih sastavnica matematičkog jezika, odnosno na većini zadataka jezična je zahtjevnost više pravilo nego iznimka. Teško je izdvojiti zadatke koji bi uključivali matematički jezik na samo jednoj izdvojenoj sastavnici. Neuspješnost učenika s diskalkulijom u rješavanju zadataka korištena je kao kriterij koji je potaknuo analizu jezične uvjetovanosti rješavanja zadataka i ta je neuspješnost pokazala da matematički jezik nije lako usvojiti i da on zahtijeva posebnu pozornost tijekom usvajanja matematike. Matematički jezik treba sagledavati kroz razumijevanje, korištenje, analizu, stvaranje i prosuđivanje na osnovi matematičkih simbola (Gafoor i Sarabi, 2015), a neophodno je promatrati ga u odnosu na materinski jezik. Posebno je to važno zbog prevođenja i korištenja zajedničkih simbola i onih simbola koji su za matematiku jedinstveni i posebni, a čije je razumijevanje vezano uz određenje i terminologiju na materinskom. Ovakve analize započinju na informativnoj razini uočavanja odnosa matematike i jezika (Peng i sur., 2020), odnosno matematičkog jezika i materinskog jezika, a rezultati trebaju biti korišteni za poboljšanje postupaka poučavanja i terapijskog rada kod slučajeva diskalkulije i teškoća u matematici.

S obzirom na rezultate ovog rada, koji ukazuju na posebnosti matematičkog jezika vezane uz strukturu i sadržaj materinskog jezika i mogućnost prijenosa jezičnih obilježja iz materinskog u matematički jezik i obrnuto, model sastavnica matematičkog jezika Gafoor i Sarabi (2015) odgovara i primjenjiv je za hrvatski jezik, ali ne u potpunosti. Postoje razlike, odnosno promjene koje je potrebno ugraditi u model da bi odgovarao i matematičkom jeziku u hrvatskom. To pokazuje da zapravo matematički jezik bitno biva određen obilježjima pojedinog jezika i pisma, kao npr. u hrvatskom kroz transparentnost ortografije, morfološko bogatstvo jezika ili relativno slobodan red riječi. Upravo zbog toga su u djece s jezičnim poremećajima moguće učestalije teškoće u matematici općenito, a posebno u matematičkom jeziku, jer se materinski i matematički jezik preklapaju u nekom dijelu simboličkih kodova (Kim i sur., 2024). S obzirom na razlike opisane na početku ovog poglavlja, a koje su uočene tijekom analize podataka u ovom radu i ukazuju na potrebe za preinakama u kontekstu hrvatskog jezika, predlaže se malo izmijenjena varijanta početnog modela prema kojem je napravljena analiza podataka (slika 22.)



Slika 22. *Preinaka modela sastavnica matematičkog jezika (Gafoor i Sarabi, 2015) s obzirom na osobitosti matematičkog jezika u hrvatskom*

Dvije su glavne razlike između modela matematičkog jezika koji predlažu Gafoor i Sarabi (2015) i kategorija u koje se uklapaju rezultati ovog rada, a s obzirom na osobitosti matematičkog jezika u hrvatskom. Prva je razlika u tome što oni djelomično matematičke zapise tretiraju kao sadržaj matematičkog jezika zajedno s rječnikom, odnosno, oni posebne matematičke kodove i simbole nazivaju grafemima te ih svrstavaju isključivo u sadržajnu sastavnicu. S druge strane, rezultati ovog rada pokazuju potrebu da matematički zapisi u hrvatskom budu uvršteni i u sadržajnu i strukturalnu sastavnicu, jer oni imaju svoju posebnu strukturu i način bilježenja, ali i jedinstveni sadržaj. Isto tako, s obzirom na to da u hrvatskoj ortografiji ne postoje x/y , oni će u našem jeziku biti određeni kao isključivo matematički simboli za nepoznanice u algebri, a ne kao dio rječnika kojima se imenuju varijable jer, za razliku od engleskog, oni kao takvi u hrvatskom matematičkom jeziku djetetu predstavljaju potpunu novinu, odnosno simbol koji tek mora usvojiti.

ZAKLJUČAK

Ovaj rad donosi pregled obilježja matematičkog jezika u hrvatskome i njegove zahtjevnosti na različitim jezičnim sastavnicama učenicima kod kojih je utvrđena diskalkulija, oslanjajući se na model matematičkog jezika koji daju Gafoor i Sarabi (2015). Doprinos je rada prilagodba modela matematičkog jezika koja uvažava osobitosti hrvatskog jezika i pisma, a kojom se dodatno usmjerava pozornost na važnost matematičkog jezika u usvajanju matematičkog znanja. Učinjene analize pokazuju potrebu razumijevanja zahtjevnosti matematičkih iskaza

na pojedinim jezičnim sastavnicama te potvrđuju da matematika može biti izuzetno zahtjevna djeci s jezičnim teškoćama i/ili teškoćama u matematici, i to na različitim razinama koje ona objedinjuje: matematičko znanje, matematičko mišljenje i/ili matematički jezik. Složenost matematičkog jezika može biti razlogom odustajanja od rješavanja zadatka čime se umanjuje prilika za razvoj matematičkog mišljenja, a ponekad započinje i matematička anksioznost. Djeci kojoj je matematički jezik problem, rezultati provedene analize otvaraju prostor za prilagodbe i traženje načina na koji se jezični sadržaji mogu prilagoditi upravo u matematici. Primjena jednostavnog jezika (Lindholm i Vanhatalo, 2021) u matematici složen je postupak koji zahtijeva razumijevanje osobitosti jezika, jezična i matematička znanja, kao i znanja o samim teškoćama (npr. diskalkuliji, disleksiji) kako bi se standardni jezik i standardni matematički iskaz mogao mijenjati, te se prilagodbama omogućiti razumijevanje govorenih i pisanih matematičkih iskaza i zadataka. Premda su principi jednostavnog jezika dijelom zajednički, a dijelom proizlaze iz osobitosti pojedinog jezika (npr. Lenček i Kuvač Kraljević, 2021) u procesu prilagođavanja obrazovnih sadržaja, oslanjanje na ove principe treba uskladiti s osobitostima samog predmeta (Lenček i sur., 2022), matematičkog zadatka i pojedinca/učenika. Uvažavanjem svih ovih značajki, kao i ostvarivanjem kvalitetne i sustavne suradnje između učitelja, nastavnika, logopeda i drugih stručnih suradnika, možemo očekivati dobro prilagođen materijal, kao i djetetov napredak u matematici, pri čemu poučavanje matematičkom jeziku treba biti propisan i detaljno razrađen dio obrazovnog programa svim učenicima, a ne samo onima s teškoćama u matematici.

LITERATURA

- Agostini, F., Zoccolotti, P., i Casagrande, M. (2022). Domain-General Cognitive Skills in Children with Mathematical Difficulties and Dyscalculia: A Systematic Review of Literature. *Brain sciences*, 12(2), 239. <https://doi.org/10.3390/brainsci12020239>
- Američka psihijatrijska udruga, Naklada Slap (2014). *Dijagnostički i statistički priručnik duševnih poremećaja, DSM-5, peto izdanje*. Naklada Slap.
- Archibald, L. M. D., Oram Cardy, J., Joanisse, M. F., i Ansari, D. (2013). Language, reading, and math learning profiles in an epidemiological sample of school-age children. *PLoS ONE*, 8(10), e77463. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0077463>
- Attout, L., i Majerus, S. (2015). Working memory deficits in developmental dyscalculia: The importance of serial order. *Child Neuropsychology*, 21(4), 432–450. <https://doi.org/10.1080/09297049.2014.922170>
- Badian, N. A. (1999). Persistent arithmetic, reading, or arithmetic and reading disability. *Annals of Dyslexia*, 49, 45–70.
- Chan, J. Y. C., Ottmar, E. R., Smith, H., i Closser, A. H. (2022). Variables versus numbers: Effects of symbols and algebraic knowledge on students' problem-solving strategies. *Contemporary Educational Psychology*, 71, 102114. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2022.102114>
- Chinn, S. (2012). Beliefs, anxiety, and avoiding failure in mathematics. *Child Development Research*, 2012, 396071. <https://doi.org/10.1155/2012/396071>
- Chow, J.C., Majeika, C. E., i Sheaffer, A. W. (2021). Language Skills of Children With and Without Mathematics Difficulty. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research*, 64(9), 3571–3577. <https://doi.org/10.1044/2021.JSLHR-20-00378>
- Dawkins, P. C., i Cook, J. P. (2017). Guiding reinvention of conventional tools of mathematical logic: students' reasoning about mathematical disjunctions. *Educational Studies in Mathematics*, 94(3), 241–256. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-016-9722-7>
- Dawkins, P. C., i Roh, K. H. (2019). Assessing the Influence of Syntax, Semantics, and Pragmatics in Student Interpretation of Multiply Quantified Statements in Mathematics. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 6(1), 1–22. <https://link.springer.com/article/10.1007/s40753-019-00097-2>
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1–2), 1–42. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-N](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-N)
- Devine, A., Soltesz, F., Nobes, A., Goswami, U. i Szucs, D. (2013). Gender differences in developmental dyscalculia depend on diagnostic criteria. *Learning and Instruction*, 27, 31–39.
- Donovan, A. M., i Fyfe, E. R. (2019). Connecting concrete objects and abstract symbols promotes children's place value knowledge. *Educational Psychology*, 42(8), 1008–1026. <https://doi.org/10.1080/01443410.2019.1584535>
- Duranovic, M., Tinjak, S., i Turbic-Hadzagic, A. (2014). Morphological Knowledge in Children with Dyslexia. *Journal of Psycholinguistic Research*, 43, 699–713. <https://doi.org/10.1007/s10936-013-9274-2>
- Durkin, K., Mok, P. L. H., i Conti-Ramsden, G. (2013). Severity of specific language impairment predicts delayed development in number skills. *Frontiers in Psychology*, 4, <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00581>
- Espinas, D.R., i Fuchs, L.S. (2022). The Effects of Language Instruction on Math Development. *Child Development Perspectives*, 16(2), 69–75. <http://dx.doi.org/10.1111/cdep.12444>
- Ester, P., Moraleda, Á., i Morales, I. (2024). Mathematics and Language: A One-to-One Correspondence in Bilingual Environments. *Education Sciences*, 14(3), 328. <https://doi.org/10.3390/educsci14030328>
- European Speech and Language Therapy Association – ESLA (2019). *Professional Profile*. <https://eslaeurope.eu/practice/>
- Ferrari, P. L. (2004). Mathematical language and advanced mathematics learning. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 383–390.
- Filipović Perić, I., Gelo, N., Puzlek Vizek, A., i Mujagić, L. (2023). Učestalost postavljanja dijagnoze diskalkulije u logopedskom radu. *Logopedija*, 13(2), 83–88. <https://hrcak.srce.hr/file/450546>

- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Hamlett, C. L., i Wang, A. Y. (2015). Is Word-Problem Solving a Form of Text Comprehension? *Scientific Studies of Reading*, 19(3), 204–223. <https://doi.org/10.1080/10888438.2015.1005745>
- Gafoor, K. A., i Sarabi, M. K. (2015). Need for Equipping Student Teachers with Language of Mathematics. *Proceedings of national seminar on Pedagogy of Teacher Education-Trends and Challenges*. Farook Training College – Kozhikode. <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.22235.57127>
- Gray, E. M., i Tall, D. O. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: A “Proceptual” View of Simple Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 116–140. <https://doi.org/10.2307/749505>
- Grice, H. P. (1975). Logic and conversation. U P. Cole i J. Morgan (ur.), *Syntax and semantics: Speech acts* (Vol. 3, str. 41–58). Academic.
- Gross-Tsur, V., Manor, O., i Shalev, R. S. (1996). Developmental dyscalculia: prevalence and demographic features. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 38(1), 25–33. <https://doi.org/10.1111/j.1469-8749.1996.tb15029.x>
- Güçler, B. (2014). The role of symbols in mathematical communication: the case of the limit notation. *Research in Mathematics Education*, 16(3), 251–268. <http://dx.doi.org/10.1080/14794802.2014.919872>
- Hannell, G. (2013). *Dyscalculia: Action plans for successful learning in mathematics* (2nd Ed.). Routledge.
- Hiebert, J. (1988). A theory of developing competence with written mathematical symbols. *Educational Studies in Mathematics*, 19(3), 333–355.
- Hopcroft, J.E., Motwani, R., i Ullman, J.D. (2006) *Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation*. Addison-Wesley.
- Hornigold, J. (2015). *Dyscalculia Pocketbook*. Teachers’ Pocketbooks.
- Illany, B-S., i Margolin, B. (2010). Language and Mathematics: Bridging between Natural Language and Mathematical Language in Solving Problems in Mathematics. *Creative Education*, 1(3), 138–148. <http://dx.doi.org/10.4236/ce.2010.13022>
- Ivani, J. K. (2015/2016). *The morphosyntax of number systems: a cross-linguistic study* [Doctoral thesis]. University of Bergamo.
- Ivanko, M., Jozipović, M., i Lenček, M. (2023). How children process quantities: Predictors of dyscalculia? U T. Novak (ur.), *ERFCON 2023 Book of Abstracts* (str. 106). Sveučilište u Zagrebu, Edukacijsko – rehabilitacijski fakultet.
- Kim, Y-S. G., Yang, D., i Hwang, J. (2024). Are Mathematics and Writing Skills Related? Evidence from Meta-Analysis. *Educational Psychology Review*, 36:125, <https://doi.org/10.1007/s10648-024-09960-4>
- Koedinger, K., Alibali, M., i Nathan, M. (2008). Trade-Offs Between Grounded and Abstract Representations: Evidence from Algebra Problem Solving. *Cognitive Science: A Multidisciplinary Journal*, 32(2), 366–397. <https://doi.org/10.1080/03640210701863933>
- Kranda, J. (2008). Precise Mathematical Language: Exploring the Relationship Between Student Vocabulary Understanding and Student Achievement. *Summative Projects for MA Degree*, 7. <https://digitalcommons.unl.edu/mathmidsummative/>
- Krinzinger, H. (2019). Comorbidity and Differential Diagnosis of Dyscalculia and ADHD. U A. Fritz, V. G. Haase, i P. Räsänen, P. (ur.), *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (str. 385–405). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_24
- Landerl, K. (2015). How specific is the specific disorder of arithmetic skills? U S. Chin (ur.), *Routledge International Handbook for Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties* (str. 115–124). Routledge.
- Lenček, M. (2017). *Poremećaji matematičkih sposobnosti* [Skripta]. Sveučilište u Zagreb, Edukacijsko – rehabilitacijski fakultet.
- Lenček, M., Jozipović, M., & Ivanko, M. (2024, listopad). Jezik je basic – uloga jezika u matematici. Izlaganje na 6. *Danima obrazovnih znanosti: Budućnost obrazovanja: novi pravci u istraživanjima i praksi*, Zagreb, Hrvatska.
- Lenček, M., i Kuvač Kraljević, J. (2021). Easy language in Croatia. U C., Lindholm i U.Vanhatalo (ur.), *Easy language in Europe* (str. 91–188). Frank and Timme. <https://doi.org/10.26530/20.500.12657/52628>

- Lenček, M., Kuvač Kraljević, J., i Jozipović, M. (2022). Education of Children with Dyslexia in Croatia: The Role of Easy Language. *International Journal of Childhood Education*, 3(1), 1–15. <https://doi.org/10.33422/ijce.v3i1.110>
- Lenček, M., Peretić, M., i Arapović, D. (2010). Od "matematika mi ne ide" do diskalkulije. U R. Bacalja (ur.), *Zbornik radova skupa Perspektive cjeloživotnog obrazovanja učitelja i odgojitelja* (str. 240–257). Sveučilište u Zadru.
- Leung, C. (2005). Mathematical Vocabulary: Fixers of Knowledge or Points of Exploration? *Language and Education*, 19(2), 126–134. <http://dx.doi.org/10.1080/09500780508668668>
- Lindholm, C., i Vanhatalo, U. (2021). *Easy language in Europe*. Frank and Timme. <https://doi.org/10.26530/20.500.12657/52628>
- McCaskey, U., von Aster, M., O'Gorman Tuura, R., i Kucian, K. (2017). Adolescents with Developmental Dyscalculia Do Not Have a Generalized Magnitude Deficit – Processing of Discrete and Continuous Magnitudes. *Frontiers in Human Neuroscience*, 11, 102. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2017.00102>
- Menon, V. (2016). Working memory in children's math learning and its disruption in dyscalculia. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 125–132. <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.05.014>
- Méndez-Freije, I., Areces, D., i Rodríguez, C. (2023). Language Skills in Children with Attention Deficit Hyperactivity Disorder and Developmental Language Disorder: A Systematic Review. *Children (Basel, Switzerland)*, 11(1): 14. <https://doi.org/10.3390/children11010014>
- Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih – MZO (2019). *Kurikulum za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije*.
- Moll, K., De Luca, M., Landerl, K., Banfi, C., i Zoccolotti, P. (2021). Editorial: Interpreting the comorbidity of learning disorders. *Frontiers in Human Neuroscience*, 15, 811101. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2021.811101>
- Nelson, G., i Powell, S. R. (2018). A Systematic Review of Longitudinal Studies of Mathematics Difficulty. *Journal of Learning Disabilities*, 51(6), 523–539. <https://doi.org/10.1177/0022219417714773>
- Niss, M. (2014). Competencies in mathematics education—potentials and challenges What's the point? What's new? What do we gain? What are the pitfalls? *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 85–94.
- Pavlin-Bernardić, N. (2010). Što su uzroci kulturalnih razlika u matematičkom postignuću. *Poučak*, 11(44), 5–9.
- Peard, R. (2010). Dyscalculia: What is its prevalence? Research evidence from case studies. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 106–113.
- Peng, P., Lin, X., Ünal, Z. E., Lee, K., Namkung, J., Chow, J., i Sales, A. (2020). Examining the mutual relations between language and mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 146(7), 595–634. <https://doi.org/10.1037/bul0000231>
- Pérez-Escobar, J. A. (2024). The Role of Pragmatic Considerations During Mathematical Derivation in the Applicability of Mathematics. *Philosophical Investigations* 47(4), 543–557. <https://doi.org/10.1111/phim.12412>
- Powell, S. R., Driver, M. K., Roberts, G., i Fall, A.-M. (2017). An analysis of the mathematics vocabulary knowledge of third- and fifth-grade students: Connections to general vocabulary and mathematics computation. *Learning and Individual Differences*, 57, 22–32. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1016/j.lindif.2017.05.011>
- Prediger, S., Götze, D., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B., i Selzer, C. (2022). Five principles for high-quality mathematics teaching: Combining normative, epistemological, empirical, and pragmatic perspectives for specifying the content of professional development. *Frontiers in Education*, 7, 969212. <https://doi.org/10.3389/feduc.2022.969212>
- Purpura, D. J., Litkowski, E. C., i Knopik, V. (2019a). Mathematics and reading develop together in young children: Practical and policy considerations. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences*, 6(1), 12–20. <https://doi.org/10.1177/2372732218815923>
- Purpura, D. J., Napoli, A. R., i King, Y. (2019b). Development of mathematical language in preschool and its role in learning numeracy skills. U D. C. Geary, D. B. Berch i K. M. Koepke (ur.), *Cognitive foundations for improving mathematical learning* (str. 175–193). Elsevier Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815952-1.00007-4>
- Purpura, D. J., Napoli, A. R., Wehrspann, E. A., i Gold, Z. S. (2017). Causal Connections Between

- Mathematical Language and Mathematical Knowledge: A Dialogic Reading Intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 10(1), 116–137. <http://dx.doi.org/10.1080/19345747.2016.1204639>
- Purpura, D. J., i Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 259–268. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1016/j.ecresq.2015.12.020>
- Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., i Fries, K. M. (2015). The Language of Mathematics: The Importance of Teaching and Learning Mathematical Vocabulary. *Reading i Writing Quarterly*, 31(3), 235–252. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1080/10573569.2015.1030995>
- Rowland, R. (2003) *The pragmatics of mathematics education: Vagueness and mathematical discourse*. Routledge.
- Sarabi, M. K., i Gafoor, K. A (2017). Influence of linguistic challenges on attitude towards mathematics learning among upper primary students of Kerala. In *Proceedings of International Seminar on Priorities, Barriers and Directions of Education*.
- Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading & Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties*, 23(3), 139–159. <https://doi.org/10.1080/10573560601158461>
- Snowling, M. J., Moll, K., i Hulme, C. (2021). Language difficulties are a shared risk factor for both reading disorder and mathematics disorder. *Journal of Experimental Child Psychology*, 202, 105009. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.105009>
- Stenning, K., i van Lambalgen, M. (2004). A little logic goes a long way: Basing experiment on semantic theory in the cognitive science of conditional reasoning. *Cognitive Science*, 28, 481–529.
- Stenning, K., i van Lambalgen, M. (2008). *Human reasoning and cognitive science*. The MIT Press.
- Svjetska zdravstvena organizacija, Hrvatski zavod za javno zdravstvo (2004). *Međunarodna klasifikacija bolesti i srodnih zdravstvenih problema: MKB-10 - deseta revizija*. Medicinska naklada Zagreb.
- Turan, E., i De Smedt, B. (2022). Mathematical language and mathematical abilities in preschool: A systematic literature review. *Educational Research Review*, 36, 100457. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100457>
- Trtanj, I., i Kuvač Kraljević, J. (2017). Jezična i govorna obilježja dječjega pripovjednog diskursa: analiza na mikrostrukturnoj razini. *Govor*, 34(1), 53–69. <https://doi.org/10.22210/govor.2017.34.03>
- Van Luit, J. E. H. (2019). Diagnostics of dyscalculia. U A. Fritz, G. Haase i P. Räsänen (ur.), *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (str. 653 – 668). Springer International publishing.
- Viesel-Nordmeyer, N., Ritterfeld, U., i Bos, W. (2021) Acquisition of Mathematical and Linguistic Skills in Children with Learning Difficulties. *Frontiers in Psychology*, 12, 793796. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.793796>
- Vygotsky, L. S. (1978) *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.
- Vukovic, R. K., i Lesaux, N. K. (2013). The language of mathematics: Investigating the ways language counts for children's mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2), 227–244. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jecp.2013.02.002>
- Wadlington, E. i Wadlington, P. (2008). Helping students with mathematical difficulties to succeed. *Preventing School Failures*, 53 (1), 2–7.
- Wilkinson, L. C. (2019). Learning language and mathematics: A perspective from Linguistics and Education. *Linguistics and Education*, 49, 86–95. <https://doi.org/10.1016/j.linged.2018.03.005>