

UDK 551.46.082:520.6.05:552.53:556.55(497.5):311  
Izvorni znanstveni članak

# Geostatistička analiza batimetrijskih mjerenja na primjeru jezera Kozjak

Damir MEDAK<sup>1</sup>, Boško PRIBIČEVIĆ<sup>1</sup> – Zagreb,  
Konstantin KRIVORUCHKO<sup>2</sup> – Redlands

*SAŽETAK.* *Suvremena batimetrijska mjerenja kombinacijom satelitskog određivanja položaja i ultrazvučnog dubinomjera izvode se uzduž predefiniranih profila i rezultiraju točkastim vrijednostima dubina dna rijeka, jezera ili mora. Za izradu trodimenzionalnih modela dna potrebno je izvršiti interpolaciju vrijednosti u točkama raspoređenim u pravilnoj mreži. Prostorna interpolacija pretpostavlja da su vrijednosti atributa na bliskim lokacijama sličnije od onih na udaljenim lokacijama. U geostatistici, kod primjene metode kriginga, težine s kojim mjerene vrijednosti utječu na vrijednost atributa u interpoliranoj točki se računaju iz vrijednosti kovarijance u semivariogramu, odnosno statističke varijabilnosti udaljenosti između lokacija. Izbor postupka interpolacije znatno utječe na konačni rezultat. Rezultati batimetrijskih mjerenja u blizini podvodne sedrene barijere na jezeru Kozjak opterećeni su trendom zbog sustavnog utjecaja pogreške nagiba dna jezera. U ovom se radu ispituje geostatistička metoda univerzalnoga kriginga kojom se iz mjerenih podataka uklanja trend. Istraživanje je uključilo ispitivanje utjecaja a priori određenih standardnih odstupanja u točkama mjerenja na a posteriori standardno odstupanje u interpoliranih točaka.*

*Ključne riječi:* geostatistika, univerzalni kriging, batimetrija, uklanjanje trenda.

## 1. Uvod

Početak suvremenih geodetsko-hidrografskih istraživanja u Nacionalnom parku Plitvička jezera UNESCO-ov je projekt (Medak i Pribičević 2000), dok se nastavak istraživanja izvodio u sklopu međunarodnoga znanstvenog projekta

<sup>1</sup> Prof. dr. sc. Damir Medak, Katedra za geoinformatiku, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, e-mail: dmedak@geoinfo.geof.hr,

Prof. dr. sc. Boško Pribičević, Katedra za hidrografiju, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, e-mail: bprbic@geof.hr.

<sup>2</sup> Dr. sc. Konstantin Krivoruchko, Environmental Systems Research Institute, 380 New York Street, Redlands, CA 92373, e-mail: kkrivoruchko@esri.com.

CERGOP2/Environment (Medak i Pribičević 2004). U ovom se radu istražuju rezultati mjerenja visokofrekventnom sondom, dok se detaljna usporedba nisko-frekventne i visokofrekventne batimetrije može naći u (Pribičević i dr. 2007). Predmetna batimetrijska mjerenja izvedena su u Nacionalnom parku Plitvička jezera na jezeru Kozjak. Geostatističke metode već su duže vrijeme nezamjenjive u znanstvenoj analizi hidroloških pojava (Meijerink 1994).

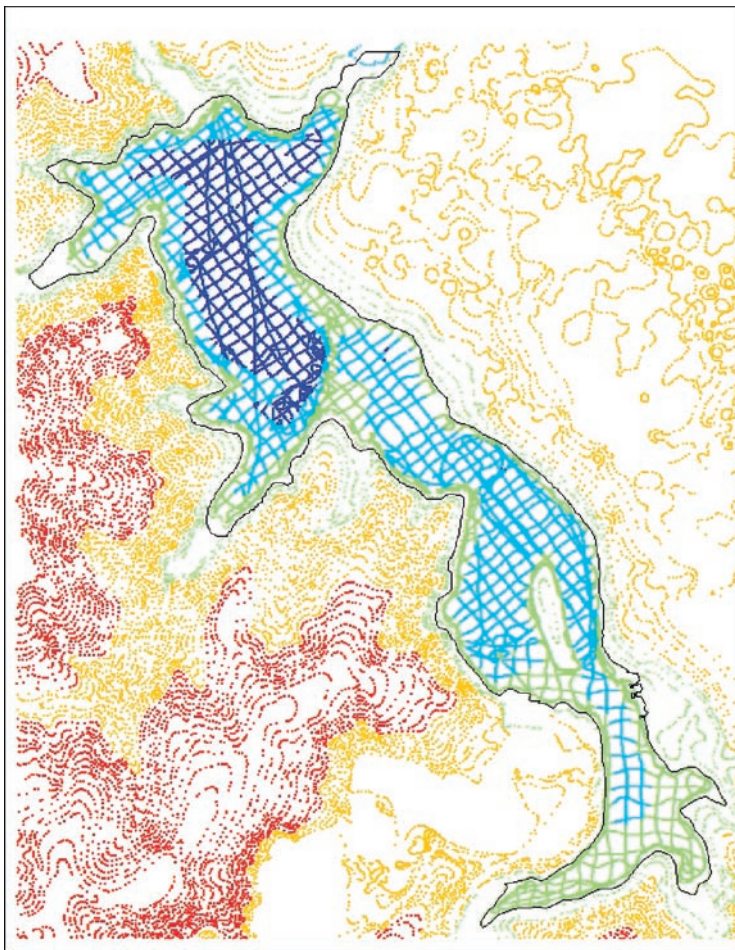
Mjerenjem se prikupljaju podaci o vrijednostima varijable u diskretnim točkama. Hidrografska izmjera uz pomoć jednosnopnog dubinomjera prikuplja točkaste podatke o mjerenim dubinama uzduž mjerenih profila. Kako bi se iz podataka izmjerenih u diskretnim točkama mogli izraditi modeli za cijelo područje interesa, potrebno je izvršiti prostornu interpolaciju. Determinističke metode interpolacije jednostavnije su i implementacija zahtijeva kraći računski postupak. Zbog svoje jednostavnosti, često se primjenjuju u praksi. S druge strane, geostatističke metode interpolacije podrazumijevaju da je uzorak mjerenih vrijednosti samo realizacija postojeće prostorne funkcije (Gandin 1963) te da je za vjerodostojnu interpolaciju potrebno analizirati uzorak kako bi se otkrio najpogodniji model koji prikazuje prostornu funkciju (de Smith i dr. 2007). Semivariogram pokazuje postojanje prostorne korelacije između točaka u kojima su izvršena mjerenja i točaka u kojima treba prediciirati rezultat. Na temelju empirijskog semivariograma izvodi se teorijski semivariogram, iz kojega se izračunavaju težine za interpolaciju uz pomoć geostatističke metode kriginga (Cressie 1993).

U nastavku rada daje se skraćeni prikaz suvremenih geodetsko-hidrografskih tehnologija korištenih za izvođenje batimetrijskih mjerenja na jezeru Kozjak. Zatim se detaljno prikazuju geostatističke metode korištene za analizu rezultata batimetrijskih mjerenja. Rad završava zaključkom, zahvalom i popisom korištene literature.

## 2. Batimetrijska mjerenja

U suvremenoj batimetriji, kombinacija GPS-sustava sa sustavom ultrazvučnog dubinomjera danas je najčešća metoda izmjere (Pribičević 2005). Princip povezivanja položaja određenog uz pomoć satelita i dubine izmjerene ultrazvučnim dubinomjerom temelji se na preciznom mjerenju vremena. GPS-sustav određuje položaj u koordinatama WGS-84 u vremenskom trenutku  $t_1$ . Sustav ultrazvučnog dubinomjera određuje izmjerenu dubinu u vremenskom trenutku  $t_2$ . Interpolacijom vremenskih podataka  $t_1$  i  $t_2$  povezuju se izmjereni podaci te dobivamo položajne koordinate za svaku izmjerenu dubinu.

Pri izmjeri jezera Kozjak, izvedenoj potkraj svibnja 2004. godine, sustav RTK-GPS činio je par Trimble 5700 GPS-prijamnika, dok je za simultano mjerenje dubina korišten precizni geodetski ultrazvučni dubinomjer ATLAS DESO 14. Sustav je detaljnije opisan u spomenutom radu (Pribičević i dr. 2007). Slika 1 prikazuje mjerene batimetrijske profile kombinirane s digitaliziranim slojnicama okolnog terena. S obzirom na hidrogeološke uvjete nastanka jezera uočena je prostorna korelacija topografije rubnih dijelova jezera s neposrednim, graničnim dijelom okolnog terena. Korištenje kota terena pri interpolaciji točaka na granici jeze-

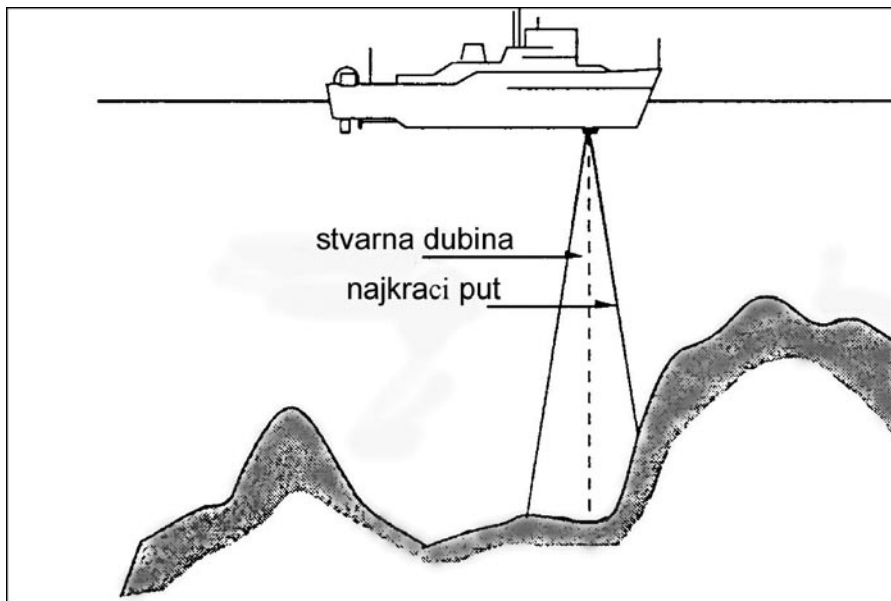


Slika 1. Batimetrijski profili i izohipse okolnog terena jezera Kozjak.

ra znatno smanjuje pojavu rubnih vrijednosti odnosno izračunavanja prediciranih vrijednosti ekstrapolacijom.

U predmetnoj izmjeri jezera Kozjak najzanimljiviji je dio jezera sedrena barijera u nastajanju, kod koje dolazi do izražaja pogreška nagnutog terena (Slika 2).

Ultrazvučni dubinomjer šalje signal koji se odbija od najbliže točke na dnu. Kod ravnog dna to je ujedno i točka koja se nalazi neposredno ispod sonde. Kod nagnutog terena to ne mora biti tražena točka nego točka na rubu stošca, kojem je vrh sonda (Slika 2). U tom slučaju dolazi do pogreške zbog nagnutog terena dna, gdje bi u slučaju nagiba dna od  $15^\circ$  pogreška iznosila približno 1% mjerene dubine (npr. ako je prava dubina 35 metara pogreška će iznositi približno 0,35 metara). Slične se posljedice pojavljuju na mjestima gdje se dno terena vrlo brzo mijenja (Pribičević 2005).



Slika 2. Pogreška mjerenja dubine zbog nagnutog terena.

Batimetrijska izmjera rezultirala je s više od 42 500 mjerenih dubina iz kojih je bilo potrebno izraditi vjerodostojni digitalni trodimenzionalni model, inicijalno i djelomično realiziran još 1999. godine (Medak i Pribičević 2000).

### 3. Geostatistička obrada batimetrijskih mjerenja

#### 3.1 ArcGIS Geostatistical Analyst

Za geostatističku analizu prikazanu u ovom radu korišten je specijalizirani računalni program Geostatistical Analyst, dodatak komercijalnoga računalnog programskog paketa ArcGIS Desktop, inačica 9,3 (ESRI 2008). Prvoimenovani autor ujedno je i voditelj razvojnog tima koji na znanstvenim temeljima unapređuje nedavno uvedenu geostatističku komponentu. Dodatak Geostatistical Analyst omogućuje i determinističke i geostatističke metode obrade geopodataka.

Od determinističkih metoda svakako treba istaknuti često korištenu IDW-metodu, kod koje utjecaj vrijednosti atributa opada s povećanjem udaljenosti od točke u kojoj se izvodi interpolacija (IDW – Inverse Distance Weighted, težine inverzne udaljenosti). Ta je metoda egzaktni interpolator: rezultat je osjetljiv na gomilanje podataka (clustering) i ekstremne vrijednosti.

Izvorno, geostatistika se kao “statistika o Zemlji” primjenjivala isključivo u geoznanostima, posebice u geografiji i geologiji. Danas se geostatističke metode primjenjuju u svim znanstvenim disciplinama gdje je potrebno statistički obrađivati prostorne podatke. Izvorno, geostatistika je podrazumijevala kriging kao jedinu

metodu interpolacije. Metoda je dobila naziv po D. G. Krigeu, južnoafričkom inženjeru rudarstva, koji ju je prvi praktično primijenio u prospekcijskim nalazištima. Rana formalizacija metode kriginja može se naći u (Matheron 1963) i (Gandin 1963). Danas se u geostatističke metode ubrajaju i determinističke metode interpolacije, dok se pod kriginjom podrazumijeva nekoliko različitih postupaka: obični, jednostavni, univerzalni, te još i kokriginj, disjunktivni i indikatorski kriginj (Cressie 1993).

Rezultati batimetrijskih mjerenja pripadaju prostorno kontinuiranim fenomenima za koje je optimalno koristiti kriginj kao metodu interpolacije. Takvi fenomeni kvantitativno se opisuju realnim brojevima, dok je moguće statistički obrađivati i podatke koji dopuštaju isključivo cjelobrojne vrijednosti, poredane kvalitativne vrijednosti, kvalitativne vrijednosti bez poretka, te binarne.

### 3.2 Modeli kriginja

Pojam kriginja usko je povezan s pojmom autokorelacije. Korelacijom se smatra tendenciju povezanosti dviju različitih varijabli. Aktualan primjer je povezanost rasta tržišta dionica s padom bankovnih kamatama – kaže se da između tih dviju varijabli postoji negativna korelacija. Rast dionica obično se istodobno događa većini dionica, iz čega se može zaključiti da između vrijednosti dionica postoji autokorelacija. Istodobno, korelacija između vrijednosti dionica u vremenskom razmaku od 24 sata veća je od korelacije između vrijednosti dionica u vremenskom razmaku od godinu dana. To svojstvo sukladno je s “prvim zakonom geografije” (Tobler 1970): vrijednosti atributa na lokacijama koje su međusobno bliže sličnije su od onih koje su udaljenije (kako u prostoru tako i u vremenu).

Autokorelacija je funkcija udaljenosti. U klasičnoj se statistici opažanja smatraju međusobno neovisnima, dok se u geostatistici mogućnost izračunavanja udaljenosti između lokacija koristi za modeliranje autokorelacije kao funkcije udaljenosti. Udaljenost se obično računa kao najkraća udaljenost u dvodimenzionalnoj Euklidskoj ravnini, ali se u posljednje vrijeme uzimaju u obzir i drugi modeli za računanje udaljenosti (Rathbun 1998), (Krivoruchko i Gribov 2004). Kriginj također omogućuje modeliranje trenda. Za vrijednosti dionica na burzi također se može reći da pokatkad rastu (ili padaju), odnosno da postoji trend. Jednostavna matematička formula omogućuje modeliranje trenda u geostatistici:

$$Z(s) = \mu(s) + \varepsilon(s), \quad (1)$$

gdje je  $Z(s)$  promatrana varijabla, koja se sastoji od determinističkog trenda  $\mu(s)$  i slučajne, autokorelirane pogreške  $\varepsilon(s)$ . Simbol  $s$  označava lokaciju, npr. koordinate  $y$  i  $x$ .

Variranjem prethodne formule mogu se izvesti svi oblici kriginja. Tako trend može biti konstantan, tj.  $\mu(s) = C$ , za sve lokacije  $s$ . Ako je  $\mu$  nepoznanica, radi se o običnom kriginju (ordinary kriginj). Trend također može biti prikazan linearnom funkcijom prostornih koordinata  $x$  i  $y$ :

$$\mu(s) = \beta_0 + \beta_1x + \beta_2y + \beta_3x^2 + \beta_4y^2 + \beta_5xy, \quad (2)$$



gdje su  $\beta_{0-5}$  koeficijenti polinoma drugog stupnja koji predstavlja plohu trenda. Ako trend varira, a koeficijenti su nepoznati, riječ je o univerzalnom krigingu. Ako je trend potpuno poznat, riječ je o modelu jednostavnoga kriginga.

Kod univerzalnoga kriginga se u formulu (1) može uzeti u obzir i pogreška mjerenja  $\delta(s)$ , kao dio nugget-efekta:

$$Z(s) = \mu(s) + \varepsilon(s) + \delta(s). \quad (3)$$

Za geostatističku analizu rezultata predmetnih batimetrijskih mjerenja odabrana je metoda univerzalnoga kriginga (Ver Hoef 1993) s modeliranjem pogreške mjerenja, upravo zbog činjenice da su batimetrijska mjerenja opterećena slučajnim pogreškama instrumentarija i drugih vanjskih utjecaja, ali i sustavnom pogreškom nagnutosti dna (Pribičević 2005). Pogreška nagnutosti dna posebno je naglašena na područjima u blizini podvodne sedrene barijere na jezeru Kozjak, čiji budući razvoj može znatno izmijeniti hidrologiju svih plitvičkih jezera. Zbog toga je precizna izmjera i praćenje razvoja te podvodne barijere od iznimne važnosti za budućnost Nacionalnog parka u cjelini.

### 3.3 Modeliranje semivariograma

Za određivanje prostorne ovisnosti između pojedinačnih lokacija primjenjuje se sljedeći postupak:

1. izračunaju se udaljenosti između svih parova lokacija i podijele u razrede (npr. svakih 10 m)
2. izračunaju se kvadrati razlika vrijednosti između svih mogućih parova lokacija
3. polovica zbroja vrijednosti izračunatih u prethodnom koraku za sve parove koji se nalaze u određenom razredu udaljenosti lokacija nanese se na os y, dok se udaljenosti razreda nanese na os x.

Dobiveni grafički prikaz naziva se empirijski semivariogram, jer se na ordinatu nanosi polovica zbroja kvadrata razlika vrijednosti.

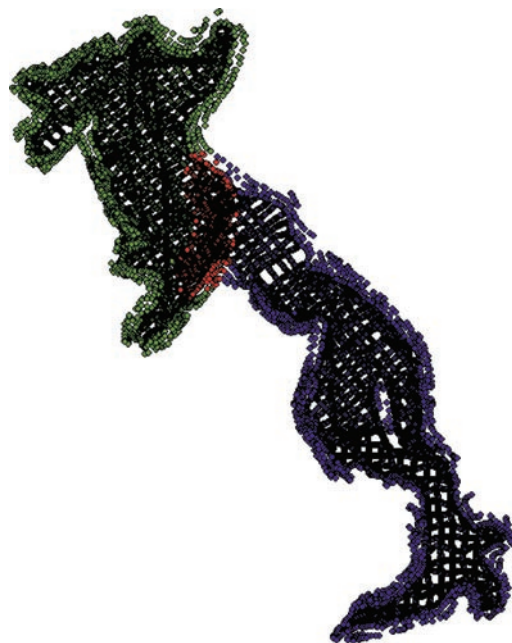
Formula za izračunavanje semivariograma:

$$\gamma = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{i=n} (X_i - X_{i+h})^2, \quad (4)$$

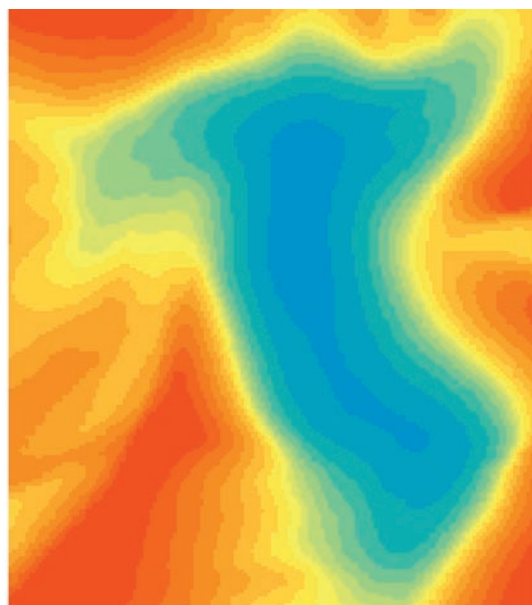
gdje je  $\gamma$  vrijednost semivariograma (ordinata) dok su  $X_i$  i  $X_j$  mjerene vrijednosti u točkama međusobno udaljenima za udaljenost lokacija u istom razredu.

Empirijski semivariogram za batimetrijska mjerenja jezera Kozjak izračunat je zasebno za područje podvodne sedrene barijere, te za područja sjeverozapadno, odnosno jugoistočno od nje (Slika 3). Metodologija podjele područja istraživanja i zasebnog modeliranja semivariograma za svako područje predložena je u (Krivoruchko i Gribov 2002).

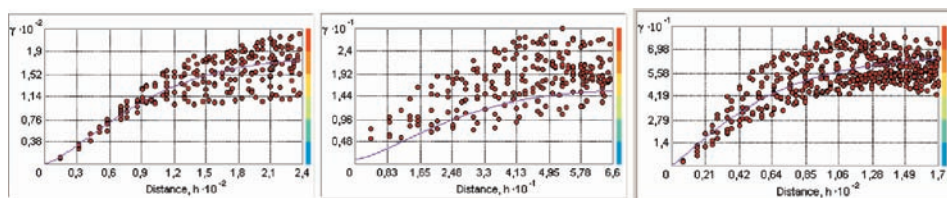
Dobiveni rezultati pokazuju sličnosti između područja sjeverno i južno, dok je na području barijere model variograma pokazao izraženiji parametar mikropogreške (eng. *nugget effect*). Dok je za ostala područja kao *a priori* odstupanje mjerenja



Slika 3. Mjerenja na jezeru Kozjak: sjeverozapad (zeleno), jugoistok (plavo) i područje podvodne barijere (crveno).



Slika 4. Trend prvog stupnja za podatke u sjeverozapadnom dijelu jezera Kozjak i okolnog terena.

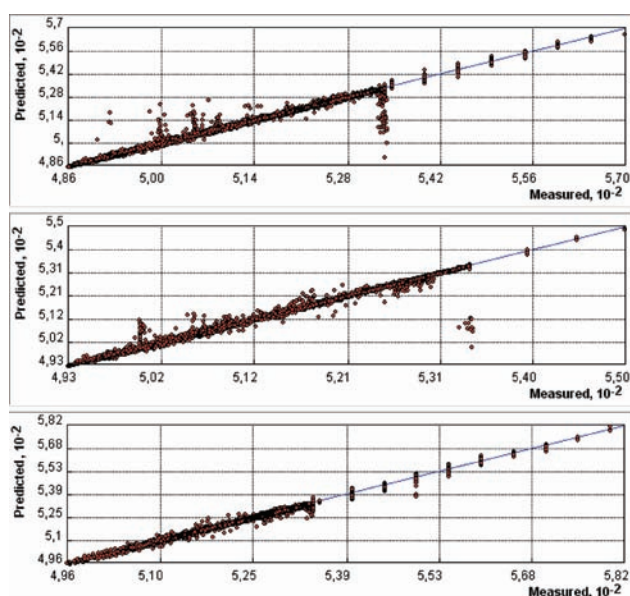


Slika 5. Semivariogrami (empirijski i modelni) za sjeverni dio (lijevo), barijeru (sredina), i južni dio jezera Kozjak (desno).

uzeta konzervativna procjena vrijednosti od 25 cm, za područje barijere uzeta je dvostruka vrijednost (50 cm).

Semivariogrami za tri dijela analiziranoga područja prikazani su na slici 5. Empirijski model prikazan je oblakom crvenih točaka kroz koji prolazi ljubičasta krivulja modelnog (teorijskog) variograma. Za modelni variogram je uzet tzv. stabilni variogram koji je varijacija sfernog i Gaussovog modela. Karakteristična udaljenost do koje važi prostorna korelacija iznosi u sjevernom dijelu 240 m, u južnom dijelu jezera 170 m. Za područje barijere ta je veličina oko 65 m zbog relativno malog protezanja promatranog područja. Upravo navedeni podaci će se odraziti na rezultate interpolacije jer će u južnome području pogreške predikcije biti umjerenije.

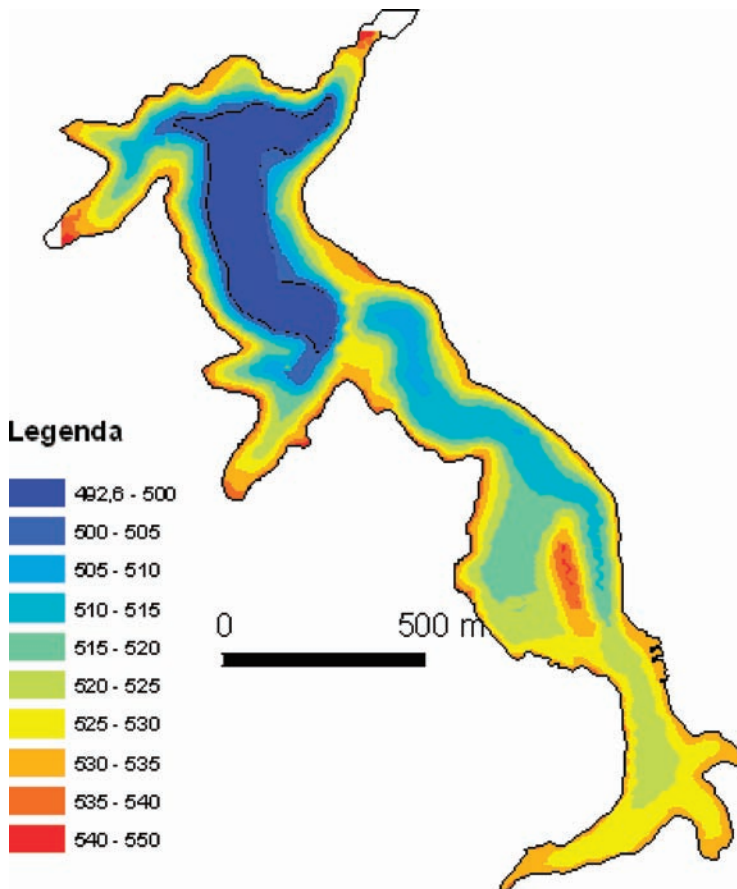
Također je analiza odstupanja izračunatih za predciranane točke pokazala da se radi o vrlo realističnoj i utemeljenoj hipotezi o nejednakim pogreškama mjerenja (Slika 6).



Slika 6. Pravci regresije mjerenih i predcirananih vrijednosti za sjeverni dio (gore), barijeru (sredina), i južni dio jezera Kozjak (dolje).

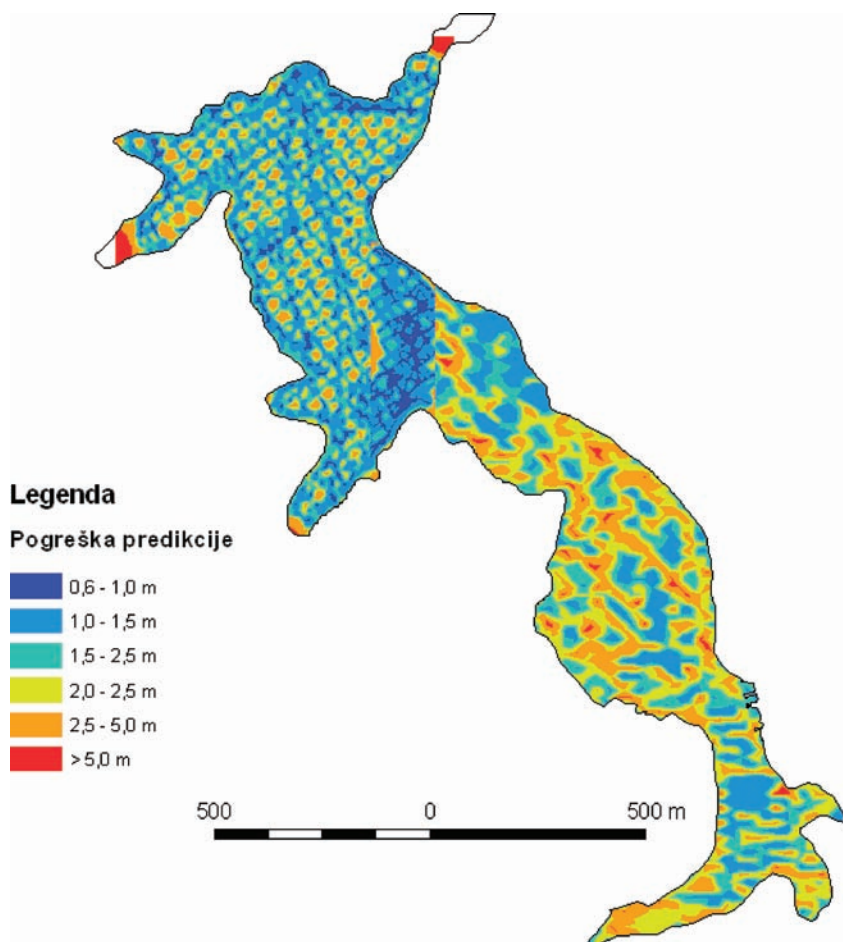


Kao rezultat provedene interpolacije uz pomoć kriging metode dobivene su vrijednosti dubina jezera (Slika 7), kao i odgovarajuće pogreške predcirananih vrijednosti dubina (Slika 8).



Slika 7. Model dubina jezera Kozjak izveden metodom univerzalnog kriginga.

Slika 8 pokazuje da je u sjeverozapadnom dijelu jezera Kozjak utjecaj mikropogreške osjetno manji, što je jasno pokazao i empirijski model variograma. Područje podvodne barijere za koje je udaljenost autokorelacije bila znatno manja rezultiralo je i manjim pogreškama predikcije.



Slika 8. Model pogrešaka prediciranih vrijednosti dubina metodom univerzalnog kriginga.

#### 4. Zaključak

Batimetrijska mjerenja izvedena kombinacijom RTK-GPS i jednosnopnog ultrazvučnog dubinomjera rezultiraju točkastim vrijednostima dubina raspoređenim uzduž mjernih profila. Za izradu vjerodostojnog modela dna potrebno je izvršiti interpolaciju u točkama pravilne mreže. Determinističke metode interpolacije su jednostavnije i implementacija zahtijeva kraći računski postupak. S druge strane, geostatističke metode interpolacije podrazumijevaju da je uzorak mjerenih vrijednosti samo realizacija postojeće prostorne funkcije, te da je za vjerodostojnu interpolaciju potrebno analizirati uzorak kako bi se otkrio najpogodniji model koji prikazuje prostornu funkciju. Batimetrijska mjerenja su osim instrumentalnim pogreškama opterećena i pogreškama zbog neravnosti i nagnutosti dna jezera, koje

najviše dolaze do izražaja na podvodnoj sedrenoj barijeri na jezeru Kozjak. Pogreška nagnutosti može se modelirati kao sustavni utjecaj ili trend. U ovom je radu postavljena i potvrđena hipoteza da metoda univerzalnoga kriginga, koja uključuje modeliranje trenda daje najvjerodostojniju predikciju vrijednosti za izradu digitalnoga trodimenzionalnog modela dubina jezera. Rezultat geostatističke analize batimetrijskih mjerenja je i ocjena točnosti u svim prediciranim točkama, koja je iznimno vrijedan čimbenik kvalitete prostornih podataka. Dobiveni digitalni model bit će iskorišten za daljnja interdisciplinarna hidrogeološka istraživanja, pri čemu je doprinos geostatističke obrade geodetsko-hidrografskih mjerenja evidentno nezaobilazan. Predmetna istraživanja važan su konkretan pokazatelj sinergije geoinformacijske znanosti i geomatičkog inženjerstva u istraživanju prirodnih fenomena.

*ZAHVALA. Predmetna istraživanja omogućili su svojom financijskom potporom UNESCO, Europska komisija (međunarodni znanstveni projekt CERGOP-2/Environment kroz Peti istraživački okvir Europske zajednice Contract No. EVK2-CT-2002-00140) i NP Plitvička jezera, te im autori ovom prilikom zahvaljuju. Gostovanje trećeg autora na Geodetskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu omogućili su Austrijska akademija znanosti i Ured za međunarodnu suradnju Sveučilišta u Zagrebu.*

## Literatura

- Cressie, N. (1993): *Statistics for spatial data*, Wiley, New York.
- ESRI (2008): *ArcGIS Geostatistical Analyst Tutorial*. ESRI, Redlands, USA.
- Gandin, L. S. (1963): *Objective Analysis of Meteorological Fields*. Hidrometeorologicheskoe Izdatel'stvo (GIMIZ), Leningrad (translated by Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965).
- Krivoruchko, K., Gribov, A. (2002): *Working on Nonstationarity Problems in Geostatistics Using Detrending and Transformation Techniques: An Agricultural Case Study*. Joint Statistical Meetings, New York City.
- Krivoruchko, K., Gribov, A. (2004): *Geostatistical Interpolation And Simulation With Non-Euclidean Distances*. geoENV IV, Eds. Xavier Sánchez-Vila, Jesús Carrera, and J. Jaime Gómez-Hernandez. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- Matheron, G. (1963): *Principles of Geostatistics*, *Economic Geology*, 58, 1246–1266.
- Medak, D., Pribičević, B. (2000): *A Dynamic Three-dimensional Model of the National Park Plitvice Lakes, Barriers and Tributary Streams*. UNESCO World Heritage Project Final Report Contract No. 700.759.9. Zagreb, Pariz.
- Medak, D., Pribičević, B. (2004): *Research on the International Geodynamic Test-Area Plitvice Lakes within CERGOP-2 Project*. Reports on Geodesy, Warsaw University of Technology, 81–88.
- Meijerink, A. M. J., de Brouwer, H. A. M., Mannaerts, C. M., Valenzuela, C. R. (1994): *Introduction to the Use of Geographic Information Systems for Practical Hydrology*. UNESCO International Hydrological Programme, ITC, Enschede, Nizozemska.

- Pribičević, B. (2005): Pomorska geodezija. Sveučilišni udžbenik, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Pribičević, B., Medak, D., Kordić, B. (2007): Primjena dvofrekventne batimetrije u određivanju sedrenih naslaga. Geodetski list, 1, 1–18.
- Rathbun, S. (1998): Spatial modeling in irregularly shaped regions: kriging estuaries. *Environmetrics*, 9, 109–129.
- de Smith, M. J., Goodchild, M. F., Longley, P. A. (2007): *Geospatial Analysis – A Comprehensive Guide to Principles, Techniques and Software Tools*. 2nd edition, Troubador Publishing.
- Tobler, W. (1970): A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. *Economic Geography*, 46 (2), 234–240.
- Ver Hoef, J. M. (1993): Universal kriging for ecological data. Pages 447–453 in Ver Hoef, J. and Barry, R. P. (1998). *Constructing and fitting models for cokriging and multivariable spatial prediction*. *J. Statist. Planning and Inference* 69, 275–294.
- Wellmer, F. W. (1998): *Statistical Evaluations in Exploration for Mineral Deposits*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.

## Geostatistical Analysis of Bathymetric Measurements: Lake Kozjak Case Study

*ABSTRACT. Bathymetric measurements with a combination of satellite positioning and echosounder are performed along the vessel trajectories, resulting in point depth values of river, lake or sea bottom. A regular mesh of values interpolated from measured data is necessary for three-dimensional models of the bottom. Spatial interpolation assumes that locations close together are more similar than locations that are far apart. In geostatistical method of kriging, weights of the influence of measurements observed at particular locations are calculated according to the value of covariance or of semivariogram, the statistical variant of distances between locations. Bathymetric measurements around the subsurface travertine barrier in the Lake Kozjak show significant trend caused by a systematic error due to the slopiness of the bottom. We used universal kriging that allows for the trend in the data. We discuss the influence of measurement errors at observed points on prediction standard errors at interpolated points.*

*Keywords: geostatistics, universal kriging, bathymetry, trend removal.*

*Prihvaćeno: 2008-09-01*