

ZAŠTO PUNI KUT IMA 360° STUPNJEVA?¹

Stefan Hranj, Bednja

Stupanj (znak: °) mjerna je jedinica za veličinu ravninskog kuta i jednak je vrijednosti $\frac{1}{360}$ punog kuta. Stupanj se dalje dijeli na kutne minute (znak: ') i kutne sekunde (znak: ") na način da je $1^\circ = 60'$ te $1' = 60''$. No zašto je baš tako? Ljudi su naučeni da je lakše raditi i računati s dekadskim jedinicama, tj. potencijama broja 10. Zašto onda nije dogovoreno da puni kut ima 100° ili 1000° ? Odgovore na ta pitanja možemo pronaći na više načina.

Jedan od odgovora dolazi iz povijesti stare više od 4000 godina. Sumerani, a potom i Babilonci, koristili su sustav s bazom 60 tzv. seksagezimalni sustav koji se ponekad naziva i babilonski brojevni sustav. To je bio prvi pozicijski brojevni sustav, no zbog nedostatka znamenke 0 on je ne-apsolutno pozicijski (npr. nije se bez konteksta moglo razlikovati 12, 120 i 102). Ostatke ovog brojevnog sustava danas vidimo u mjernoj jedinici stupnja te u podjeli jednog dana na 24 sata, jednog sata na 60 minuta i jedne minute na 60 sekundi.

𐎶 1	𐎶𐎵 11	𐎶𐎵𐎶 21	𐎶𐎵𐎶𐎵 31	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 51
𐎶𐎶 2	𐎶𐎶𐎵 12	𐎶𐎶𐎵𐎶 22	𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 32	𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 42	𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎶𐎶𐎶𐎵 13	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 23	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 33	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 43	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 14	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 24	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 34	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 44	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 15	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 25	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 35	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 45	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 16	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 26	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 36	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 46	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 17	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 27	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 37	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 47	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 18	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 28	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 38	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 48	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 19	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 29	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 39	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 49	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 59
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 10	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 20	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 30	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 40	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 50	

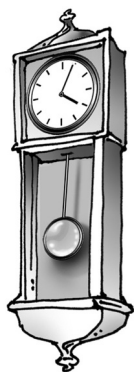
Slika 1. Babilonski brojevi

Zadatak 1.

a) Koliko se puta dnevno poklope velika i mala kazaljka, tj. koliko puta kut između velike i male kazaljke sata iznosi 0° ?

b) Koliko su puta dnevno velika i mala kazaljka međusobno okomite, tj. koliko puta manji kut između velike i male kazaljke iznosi 90° ?

¹Članak je napisan kao studentski rad na kolegiju Metodika nastave matematike 3 na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, mentorice prof. dr. sc. Aleksandra Čizmešija i Sanja Stilinović, prof.



Drugi odgovor možemo pronaći u astronomiji. Babilonci su promatranjem zvijezda utvrdili da postoji 355 lunarnih noći i 365 lunarnih dana. Zbog pojednostavljenosti uzeli su aritmetičku sredinu i zapisali da treba proći 360 dana da se zvijezde na noćnom nebu vrate u početni položaj. Danas znamo da je ta brojka malo veća, točnije 365.25 dana.

Treći odgovor, a vjerojatno i najvažniji, jest praktičnost. Broj 360 ima velik broj djelitelja, veći od bilo kojeg prirodnog broja koji je manji od njega. Točnije, broj 360 ima čak 24 djelitelja: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 i 360. Zbog toga kut podijeljen na 2, 3 ili 4 jednaka dijela i dalje daje cjelobrojnu mjeru kuta redom 180° , 120° i 90° . Pogledamo li broj 100, on ima 9 djelitelja: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 i 100. Ako bismo takav kut pokušali podijeliti već na 3 jednaka dijela, dobili bismo mjeru kuta od $33.\bar{3}^\circ$, što daljnje računanje čini puno težim.

Stupanj nije jedina mjerna jedinica za mjerenje veličine ravninskoga kuta. Jedna od učestalih je radijan. Veličina središnjeg kuta α u radijanima jednaka je omjeru duljine kružnog luka b nad tim kutom i polumjera kružnice r , odnosno

$$\alpha = \frac{b}{r} \text{ rad.}$$

Budući da opseg kruga računamo kao $2\pi r$, slijedi da puni krug ima 2π radijana, tj. $360^\circ = 2\pi \text{ rad.}$ Radijan spada među izvedene jedinice SI sustava.

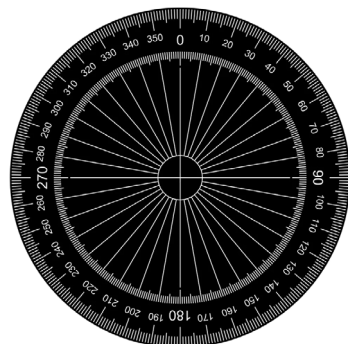
Još jedna mjerna jedinica za mjerenje veličine kuta jest gradijan. Gradijan je definiran kao sto dijelova pravog kuta, odnosno $90^\circ = 100 \text{ gradijana}$. Također se naziva i metrički stupanj, a najčešća mu je oznaka g ili gon.

U puno različitih geometrijskih primjena i povijesnih istraživanja broj 360 pokazao

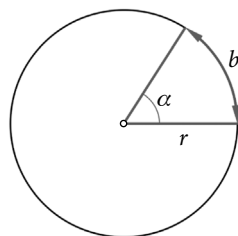
se kao koristan i snažan broj i alat. Iako koristimo dekadski sustav za većinu naših računanja i mjerenja, seksagezimalni sustav daleko je superiorniji kada su u pitanju kutovi i mjera kuta.

Zadatak 2.

Puni kut podijeljen je na 3 jednaka kuta mjere α i 4 jednaka kuta mjere β . Ako su α i β elementi skupa $\mathbb{N}_0$, za koje sve α i β možemo u potpunosti podijeliti puni kut?



Slika 2. Kutomjer od 360 stupnjeva



Slika 3. Radijan



Slika 4. Kompas s gradijanskom mjerom kuta



Literatura:

1. Brückler F. M. (2022.). Skripta kolegija *Povijest matematike*
2. Why Do We Split a Circle Into 360 Degrees? A Look at the Origins of 360, <https://owlcation.com/stem/Why-Are-There-360-Degrees-in-a-Circle> (28. 10. 2022.)
3. Why Is A Full Circle 360 Degrees, Instead Of Something More Convenient, Like 100?, <https://www.scienceabc.com/pure-sciences/why-is-a-full-circle-360-degrees-instead-of-something-more-convenient-like-100.html> (28. 10. 2022.)
4. Why does a circle have 360 Degrees?, <https://detchter.com/why-does-a-circle-have-360-degrees/> (28. 10. 2022.)
5. Why does a circle measure 360 degrees?, <https://www.matematica.pt/en/faq/circle-360-degrees.php> (28. 10. 2022.)
6. Puni krug, <http://www.prometej.ba/clanak/drustvo-i-znanost/puni-krug-4459> (28. 10. 2022.)
7. Who determined that a circle should be divided into 360 degrees?, <https://www.popsci.com/scitech/article/2002-02/who-determined-circle-should-be-divided-360-degrees/> (28. 10. 2022.)
8. Why is a full circle 360° degrees?, <https://math.stackexchange.com/questions/340467/why-is-a-full-circle-360-degrees> (28. 10. 2022.)
9. Why does the circle have 360 degrees? Does it have anything to do with the fact that a year has 365 days?, <https://www.quora.com/Why-does-the-circle-have-360-degrees-Does-it-have-anything-to-do-with-the-fact-that-a-year-has-365-days> (28. 10. 2022.)

Izvori slika:

Slika 1.

https://sh.wikipedia.org/wiki/Vavilonski_brojevi#/media/Datoteka:Babyloian_numerals.svg (28. 10. 2022.)

Slika 2.

<https://www.scienceabc.com/wp-content/uploads/2019/07/Protractor-Actual-Size-Graduation-vector-VectorattaphongS.jpg> (28. 10. 2022.)

Slika 3.

https://hr.wikipedia.org/wiki/Radian#/media/Datoteka:Radian_measure-def2.svg (28. 10. 2022.)

Slika 4.

[https://en.wikipedia.org/wiki/Gradian#/media/File:Boussole_en_grades_table_conversion_\(cropped\).jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Gradian#/media/File:Boussole_en_grades_table_conversion_(cropped).jpg) (28. 10. 2022.)

