



MATEMAGIČAR

ጠሐይግጥም

Nikol Radović i Petar
Mladinić, Zagreb

MATEMATIKA I ODLUČIVANJE U IZBORIMA

U ovom ćemo tekstu razmotriti domišljato razmatranje problema koji su stari i noviji Matemagičari: američki predsjednici i političari te neki europski tijekom dva stoljeća prihvaćali, primjenjivali i mijenjali u svojim političkim aktivnostima. U tom razmatranju izbornih problema i odluka uočili su i primijenili vrlo jednostavnu matematiku nekih starijih Matemagičara.

Spomenimo nekoliko najpoznatijih Mate Magičara s njihovim rješenjima razdiobe mandata nakon provedenih izbora.: J. Ch. Borda, D. Black, Condorcet, K. Arrow, A. Hamilton, T. Jefferson, D. Webster, J. Q. Adams, J. A. Hill, E. V. Huntington te d'Hondt.



U podlozi rješavanja problema nalazi se računanje relativnih i apsolutnih veličina podataka kao i metoda odlučivanja u slučaju relativne većine.

Računanje apsolutne i relativne većine vidimo u svakodnevnoj uporabi kao i njihovu uporabu. Ako je podatku pridružen broj $0.5 = 50\%$ ili veći, onda on ima apsolutnu većinu. Ako podatku pridružimo broj manji od 0.5 , onda njemu pridužujemo relativnu većinu.

Primjerice, 6 osoba od 10 se odluči za neku odluku, onda je ta odluka dobila **apsolutnu većinu**, tj. $\frac{6}{10} = 60\%$. Ako su 4 osobe od 10 glasale za neku odluku, tri osobe od 10 za drugu odluku, a dvije osobe od tih 10 za neku treću odluku, onda nijedna odluka nije dobila apsolutni broj glasova. Odluka koju su odabrali 4 osobe od tih 10 dobila je najveću **relativnu većinu**. Dakle, radi se o računanju postotaka i s tim u svezi donošenje odluka.



Tijekom godina ljudi su predlagali različite metode glasanja za odabir pobjednika. U ovom članku razmotrit ćemo samo neke primjere i zadatke iz četiriju najčešćih metoda glasanja. To su:

- metoda relativne većine,
- Bordina metoda,
- metoda relativne većine s eliminacijom,
- metoda usporedbe parova.



Metode i primjeri

a) Metoda relativne većine

Umjesto da glasate za jedinog kandidata po vašem izboru, od vas se traži da rangirate kandidata prema redoslijedu preferencija. Ova vrsta glasanja naziva se preferencijskim glasanjem.

Primjer 1. Pretpostavimo da se tri kandidata natječu za predsjednika vijeća učenika, nazovimo ih A, B i C.

Pretpostavimo da je 20 učenika glasalo na sljedeći način:

1. opcija	A	B	A	A	A	A	A	B	A	A	B	A	A	A	A	C	C	A	A	B
2. opcija	B	C	B	C	B	C	B	C	B	B	C	B	C	C	C	B	B	B	B	C
3. opcija	C	A	C	B	C	B	C	A	C	C	A	C	B	B	B	A	A	C	C	A

Na ovim izborima 9 učenika dalo je svoje glasove za kandidate prema redoslijedu preferencija ABC, 5 učenika su glasali za ACB, 4 učenika za BCA, a 2 učenika za CBA.

Napišimo tablicu preferencija u kojoj će biti navedeni rezultati i broj glasača

broj glasača	9	5	4	2
1. opcija	A	A	B	C
2. opcija	B	C	C	B
3. opcija	C	B	A	A

Zbroj brojeva u gornjem redu označava ukupan broj glasača. Vidimo da je $9 + 5$ ili 14 učenika izabralo kandidata A kao svoj prvi izbor, 4 učenika izabralo B kao svoj prvi izbor, te 2 učenika C kao svoj prvi izbor.

Zadatak 1. Četiri kandidata X, Y, Z i W kandidiraju se za predsjednika udruge. Članovi su zamoljeni da ocijene sve kandidate prema redoslijedu izbora. Rezultatima izbora navedeni su u tablici preferencija.

broj članova	86	42	19	13	40
1. izbor	X	W	Y	X	Y
2. izbor	W	Z	Z	Z	X
3. izbor	Y	X	X	W	Z
4. izbor	Z	Y	W	Y	W



- Koliko je članova udruge glasalo?
- Koliko je ljudi glasalo za kandidate redom Y, Z, X, W?
- Koliko je ljudi izabralo kandidata Y za prvog kandidata?
- Koliko je članova izabralo W kao svog prvog kandidata?
- Tko je relativni većinski pobjednik izbora?
- Prikažite tablicu preferencija pomoću postotaka.



b) Bordina metoda

Metoda glasanja u kojoj postoje tri ili više mogućnosti naziva se Bordina metoda brojanja glasova. Razvio ju je francuski pomorski kapetan i matematičar Jean-Charles de Borda. Prema Bordinoj metodi brojanja glasova birač ocjenjuje svakog kandidata od najpovoljnijeg do najnepovoljnijeg i dodjeljuje 1 bod posljednjeplasiranom, 2 boda pretposljednem kandidatu, 3 boda trećem kandidatu od posljednjeg itd. po 1 bod više, sve do prvoplasiranog. Bodovi za svakog kandidata zbrajaju se zasebno. Kandidat s najviše bodova pobjeđuje na izborima. Kriterij apsolutne većine kaže da ako prvoplasirani kandidat dobije većinu glasova, onda taj kandidat mora biti pobjednik izbora.

Primjer 2. Razmotrimo rezultate izbora prikazane u danoj tablici preferencija. Ispitajte je li Bordin pobjednik i apsolutni većinski pobjednik.

broj glasova	15	11	2
1. izbor	B	A	A
2. izbor	A	C	B
3. izbor	C	B	C

Rješenje:

Odredimo pobjednika Bordinom metodom brojanja.

Kandidat A: $15 \cdot 2 + 11 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 69$.

Kandidat B: $15 \cdot 3 + 11 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 60$.

Kandidat C: $15 \cdot 1 + 11 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 39$.

Prema Bordinoj metodi brojanja glasova kandidat A je pobjednik. No, kandidat B dobio je 15 prvoplasiranih glasova što je apsolutna većina od ukupno 28 glasača. Prekršeno je pravilo o apsolutnom većinskom kriteriju!

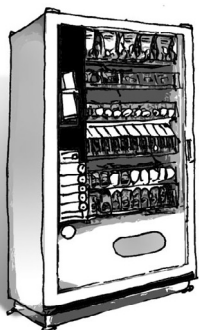
Zadatak 2. Na školskom automatu za pića ponuđene su 4 mogućnosti: mlijeko (M), voda (V), ledeni čaj (Č) i sok (S). U tablici su preferencijski rezultati razrednog izbora.

Broj glasova	8	6	5	3	2
1. izbor	S	M	V	Č	V
2. izbor	V	V	Č	S	S
3. izbor	Č	Č	S	V	M
4. izbor	M	S	M	M	Č

a) Odredite Bordinog pobjednika u razrednom izboru pića u školi.

b) Odredite većinskog pobjednika. Jesu li Bordin i većinski pobjednik isti?

Primjer 3. Podravka je poduzeće koje objedinjuje razvoj, proizvodnju, marketing i prodaju juha i drugih proizvoda namijenjenih prehrani. U razredu od 25 učenika odlučeno je isprobati Bordin postupak na izboru 4 juhe. Učenici su se odlučili analizirati četiri juhe, tako da je za svaku preferenciju prvoplasirana juha dobila 3 boda, drugoplasirana 2 boda, trećeplasirana 1 bod, a posljednje plasirana 0 bodova.



Juhe kojima je testirana prihvatljivost su:

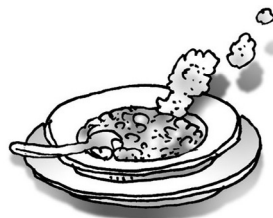
Dalmatinska juha ... A

Mamina juha ... B

Bečka juha ... C i

Krem juha od rajčica ... D.

Evo rezultata anketiranja učenika.



Broj učenika s ovim rasporedom preferencija	2	12	6	5
3	A	B	C	D
2	B	C	B	B
1	C	D	D	C
0	D	A	A	A

Koja je juha najpopularnija u razredu?

Rješenje: *Dalmatinska juha* je bila prvi izbor za dva učenika i svaki je dobio po 3 boda. Bio je to četvrti izbor za dvanaest učenika s jednim željenim rasporedom, četvrti izbor za šest učenika s drugačijim rasporedom preferencija, i četvrti izbor za još pet učenika s još jednim preferiranim rasporedom. Prema tome, *Dalmatinska juha* ima ukupno 6 bodova.

Broj glasova za *Dalmatinsku juhu*: $2 \cdot 3 + 12 \cdot 0 + 6 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 6$

Ostala tri juhe dobivaju bodove istim postupkom:

Broj glasova za <i>Maminu juhu</i> :	$2 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 6 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 62$
Broj glasova za <i>Bečku juhu</i> :	$2 \cdot 1 + 12 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 5 \cdot 1 = 49$
Broj glasova za <i>Krem juhu od rajčica</i> :	$2 \cdot 0 + 12 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 5 \cdot 3 = 33$

Budući da *Mamina juha ... B* ima najviše bodova na satu je proglašena pobjednikom. *Bečka juha* je drugoplasirana, *Krem juha od rajčica* je trećeplasirana, a *Dalmatinska juha* je najmanje omiljena juha.

Na sličan način možemo riješiti sljedeći zadatak s *Podravkinim* paštetama.

Zadatak 3. Imamo četiri *Podravka* paštete: *pileću*, *čajnu*, *kokošju* i *jetrenu*. Za svaku preferenciju paštete prvoplasirana dobiva 3 boda, drugoplasirana 2 boda, trećeplasirana 1 bod, a posljednje plasirana 0 bodova. Neka su paštete redom označene A, B, C i D. Anketirano je 1631 kupaca. Evo rezultata anketiranja kupaca.

broj kupaca s rasporedom preferencija	400	174	221	565	185	86
3	A	B	C	A	D	B
2	B	C	D	C	A	D
1	C	D	B	B	B	A
0	D	A	A	D	C	C

Koja je pašteta najpopularnije u anketiranih kupaca?

Nastavak u sljedećem broju.

