

Rječnik matematičkih pojmova u kontekstu književnosti: Mali kraljević kao primjer

BRANKA GOTOVAC¹

„Zvijezde su lijepe zahvaljujući cvijetu kojeg ne vidimo...”

Antoine de Saint-Exupéry

1. Uvod

Matematičke kompetencije naših učenika i studenata općenito nisu zadovoljavajuće. Jedan od pokazatelja su iz godine u godinu loši rezultati na državnoj maturi iz matematike (npr. Bajrović, 2019.; Ristić Dedić i Jokić, 2013.). Također i spoznaja da su za mnoge učenike i studente matematička znanja koja imaju izolirana, pasivna i slabo primjenjiva u nekom drugom kontekstu (npr. Burazin Mišura i sur., 2014.) usprkos širokoj primjeni matematike u raznim situacijama i područjima.

Matematička kompetencija jedna je od ključnih kompetencija za cjeloživotno obrazovanje, kao i komunikacija na materinjem jeziku. No nažalost, rezultati državne mature nisu dobri niti iz hrvatskog jezika, a ove su godine (školska 2023./2024.) rezultati osobito loši, štoviše zabrinjavajući. Usto je evidentno i da učenici danas čitaju sve manje.

Za unaprjeđenje razvoja matematičkih i drugih kompetencija učenika i studenata, u znanstvenoj i stručnoj literaturi sugerira se korištenje strategija aktivnog učenja poput projektne nastave (npr. Freeman i sur., 2014.; Karaçalli i Korur, 2014.; Wilhelm i sur., 2008.; Toolin, 2004.).

U ovom će se radu dati prijedlog projektnih aktivnosti učenika koje bi mogle imati pozitivan utjecaj na primjenu njihovih matematičkih znanja u realnim situacijama i svakodnevnom životu, kao i na motivaciju učenika za čitanje.

S tom svrhom predstaviti će se projekt čiji bi produkt, tj. krajnji rezultat, bio jedan specifičan matematički rječnik naziva *Rječnik matematičkih pojmova u kontekstu književnosti* (kraće *Matematički rječnik u kontekstu književnosti*).

¹Branka Gotovac, Kemijsko-tehnološki fakultet, Sveučilište u Splitu

Za ilustraciju je izrađen *Matematički rječnik u kontekstu klasika Mali kraljević*, mali matematički rječnik od pet pojmova, inspiriran čuvenom knjigom francuskoga autora Antoinea de Saint-Exupéryja.

Autorica ovoga članka knjigu je *Mali kraljević* čitala i kao „mala” i kao „velika”, najprije u školi, kasnije svojoj djeci i najzad svojoj majci, s vremenom je razumijevajući sve bolje i dublje. Isto tako, s porastom matematičkih spoznaja učenika i novim ili nanovo pročitanim knjigama otvorit će se i nove mogućnosti za nadograđivanje i proširivanje *Matematičkog rječnika u kontekstu književnosti*.

Ovaj se projekt može provesti s učenicima u osnovnoj i srednjoj školi, a na izradi rječnika mogu raditi i studenti, primjerice budući učitelji i nastavnici matematike.

2. Rječnik matematičkih pojmova u kontekstu književnosti

2.1. Struktura

Matematički rječnik u kontekstu književnosti zamišljen je kao zbir kartica koje uz svaku definiciju matematičkog pojma sadrže redom i sljedeće elemente: ilustraciju iz književnosti, poveznicu, zadatak.

Neposredno iza definicije matematičkog pojma² naveo bi se književni tekst, rečenica ili kratak odlomak povezan s matematičkim pojmom, odnosno koji taj pojam ilustrira. U sljedećem segmentu objasnila bi se veza između matematičkog pojma i književnog teksta. Naime, za očekivati je da u nekim slučajevima ta veza i ne bude posve očita, a ni svakom učeniku vidljiva i jasna. U ovom se dijelu može postaviti i pitanje: Uočavate li neku drugu vezu između navedenog književnog teksta i matematike? Najzad, nakon poveznice, bio bi dan zadatak. Poželjno je da bude u kontekstu navedenog književnog teksta. Rješenja zadataka navela bi se na kraju rječnika.

Dakle, Matematički rječnik bio bi sastavljen od kartica koje imaju četiri dijela. To su redom:

1. MATEMATIČKI POJAM - definicija³
2. ILUSTRACIJA IZ KNJIŽEVNOSTI
3. POVEZNICA
4. ZADATAK

2.2 Od projektnog zadatka do Matematičkog rječnika

U sklopu projektnog zadatka koji bi mogao iznjedriti ovaj matematički rječnik nastavnik može zadati pojam⁴, odnosno definiciju pojma (1. dio), a učenici će pro-

²Može se dodati i neka zanimljivost vezana za matematički pojam; latinski naziv, povijesna pozadina i sl.

³Nužno je imati na umu i pojmove koji se u matematici ne definiraju. Na primjer skup. Jedan je od osnovnih pojmova u matematici, ne definira se, intuitivno je jasan. Zadan je ako je nedvosmisleno rečeno, objašnjeno ili specificirano što su njegovi elementi. Nastavnik će odlučiti na koji način postupiti u tom slučaju i uputiti će učenike. O tom pitanju korisno je vidjeti napomenu na: <http://struna.ihj.hr/naziv/skup/29986/>

⁴Podrazumijeva se da je zadani matematički pojam obrađen.

naći književni tekst koji ga ilustrira, objasniti vezu matematičkog pojma i književnog teksta (napisati poveznicu), te osmisliti i riješiti zadatak (2., 3. i 4. dio). Matematički pojam može biti i po izboru učenika.

Također, nastavnik može sam ili u suradnji s drugim nastavnicima (na primjer hrvatskog jezika i književnosti) dati učenicima književni tekst (2.), a učenici će navesti definiciju matematičkog pojma⁵ na koji se taj tekst odnosi, napisati poveznicu, osmisliti i riješiti zadatak (1., 3. i 4. dio).

Kako pripremiti učenike za projektni zadatak, odnosno za stvaranje Matematičkog rječnika? Aktivnosti učenika pritom mogu biti različite, manje ili više zahtjevne (rješavanje zadatka u kontekstu književnog teksta, osmišljavanje i rješavanje zadatka, interpretacija matematičkog pojma u kontekstu, ...). Neki mogući pristupi pripremi su izneseni (pristupi I., II., i III. u Tablici 1). U sklopu pripreme za projektni zadatak isti se pristup može ponoviti za drugi matematički pojam, a priprema može uključivati i neku⁶ kombinaciju navedenih pristupa.

	I.	II.	III.
Aktivnosti			
Nastavnik:	- 1., 2., 3., 4.	- 1., 2., 3.	- 1., 2., 4.
Učenici:	- riješiti 4.	- osmisliti i riješiti 4.	- napisati 3. i riješiti 4.

Tablica 1. Aktivnosti nastavnika i učenika s obzirom na pristup pripreme za projektni zadatak

I. Poželjno je da nastavnik za početak navede definiciju nekog matematičkog pojma (1. dio), izdvoji književni tekst (2. dio), objasni vezu među njima (3. dio) i osmisli zadatak (4. dio). To bi zapravo bio primjer koji ilustrira kako bi kartica u matematičkom rječniku trebala izgledati.⁷ Učenici bi u ovom slučaju trebali najprije proučiti dani materijal (1., 2. i 3. dio), te potom riješiti zadatak (4. dio).

II. Nastavnik može dati definiciju matematičkog pojma, odabrati književni tekst te napisati poveznicu (1., 2. i 3. dio), a učenici mogu sami osmisliti zadatak (4. dio) i potom ga riješiti.

III. Nastavnik može navesti definiciju matematičkog pojma (1. dio), izdvojiti književni tekst (2. dio) i osmisliti zadatak (4. dio), a od učenika tražiti da napišu poveznicu (3. dio) i riješe zadatak (4. dio). Budući da možemo očekivati da će neki učenici imati poteškoća s povezivanjem matematičkog pojma i književnog teksta, odnosno interpretacijom matematičkog pojma u kontekstu književnog teksta, uz po-

⁵Uz svaki pojam nužno je navesti izvor odakle je definicija preuzeta kako bi svatko tko želi više znati mogao dobiti više informacija (unutar definicije ne moraju biti nabrojena i razna svojstva pojma).

⁶ili sve

⁷Napomena: U fazi pripreme učenici ne moraju biti upoznati s projektnim zadatkom.

veznicu možemo navesti i rečenicu u vidu smjernice⁸, a zadatak bi mogao biti tako osmišljen da im pomogne lakše napisati poveznicu. Nakon što prouče dani materijal (1. i 2. dio) učenici mogu najprije riješiti zadatak (4. dio), pa se vratiti na 3. dio i napisati poveznicu.

Istaknimo da matematički pojmovi koje nastavnik koristi u svrhu pripreme učenika za projektni zadatak, kao i za sam projektni zadatak, trebaju biti prethodno obrađeni, i to primjereno; uvedeni i opisani u skladu s uzrastom i predznanjem učenika kako bi ih učenici razumjeli, mogli prepoznati i primijeniti. (Više o matematičkim sadržajima i načelu primjerenosti može se pročitati npr. kod Kurnik (2009.).)

Što se tiče izbora književnog teksta povezanog s matematičkim pojmom, a u svrhu poticanja interesa učenika za čitanje i razvijanje nekih njihovih specifičnih interesa, možda bi bilo korisno upotrijebiti i nešto drugo, primjerice poput stripa⁹ ili stručne literature. I tu bi mogućnost valjalo razmotriti, razgovarati s učenicima i doznati što čitaju i što ih interesira.

Nadalje, poželjno je da zadatak koji osmisli nastavnik bude stupnjevit i sastavljen od više manjih zadataka, primjeren učenicima različitog znanja i matematičkih sposobnosti kakvih u svakom razredu ima.

S obzirom na to da je projektni zadatak zahtjevan, sugerira se, kako za provedbu tako i za pripremu projektnog zadatka, rad učenika u paru ili u grupi. Napomenimo da se pritom preporuča upariti (grupirati) učenike različitih postignuća u matematiци. Koristi bi od toga trebali i mogli imati svi učenici. Između ostalog, učenici boljih postignuća mogli bi poučavati kolege čija su postignuća slabija, a oni bi pak imali pomoć svojih vršnjaka.

Izrada Matematičkog rječnika ima potencijal većeg projekta i može trajati čitavu školsku godinu ili dulje, te povezati više razreda u istoj ili u različitim školama i biti međurazredni ili čak međuškolski projekt.

3. Matematički rječnik u kontekstu klasika Mali kraljević (pet pojmova)

Matematički rječnik u kontekstu klasika Mali kraljević može poslužiti kao primjer *Rječnika matematičkih pojmova u kontekstu književnosti* i kao osnova za stvaranje Rječnika te biti njegov sastavni dio.

Ovaj mali rječnik pet pojmova sadrži pet kartica koje slijede opisanu četverodijelnu formu (definicija matematičkog pojma, ilustracija iz književnosti, poveznica, zadatak), s tim da su umjesto eksplicitno napisanih poveznica između matematičkih

⁸Na primjer: objasni definiciju u kontekstu danog teksta, primijeniti u kontekstu danog teksta

⁹Zanimljivost: Držićevo djelo *Novela od Stanca* predstavljeno u strip izdanju

(<https://www.srednja.hr/svastara/djela-pretocili-strip-dozivite-knjizevnost-nikada-do-sada/>)

pojmovi i književnog teksta (mogu se iščitati iz navedenih zadatka) dane upute za učenike, pa se kartice mogu upotrijebiti i za pripremu učenika za projektni zadatak.

Rječnik obuhvaća sljedeće pojmove poredane abecedno: aritmetički niz, egzistencijalni kvantifikator, logičke operacije (negacija, konjunkcija, disjunkcija), razmjernost (proporcionalnost), rotacija^{10,11}.

Zadatci koji su dani osmišljeni su u kontekstu navedenog književnog teksta, a njihova rješenja priložena su u potpoglavlju *Rješenja zadataka*.

3.1. Rječnik pet pojmova

- **ARITMETIČKI NIZ** – „niz brojeva kod kojeg je razlika dvaju susjednih članova stalna. Na primjer, u nizu neparnih brojeva 1, 3, 5, 7, 9, ... razlika je 2. Općenito, ako je početni član niza jednak a_1 , a razlika d , onda se radi o nizu: $a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots, a_1 + (n - 1)d, \dots$ Ako se s a_n označi n -ti član niza, a sa S_n zbroj prvih n članova niza, onda je $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$ i $S_n = \left(a_1 + \frac{(n-1)d}{2} \right) n$.” (Gusić, 1995.: 14)

ILUSTRACIJA IZ KNJIŽEVNOSTI: „Poslovni čovjek odiže glavu: Već pedeset i četrir godinu živim na ovome planetu i samo su me tri puta omeli u poslu. Jedanput, prije dvadeset i dvije godine, pao je, sam Bog zna otkud, hrušt. Toliko je strašno zujao da sam se četiri puta zabunio u računu. Drugi put me, prije jedanaest godina, zgrabila kostobolja. Premalo se krećem. Nemam vremena šetati. Ja sam, bome, ozbiljan čovjek. Treći put... e, sad je treći put!” (Saint-Exupéry, 1998.: 42)

POVEZNICA: Objasni definiciju aritmetičkog niza u kontekstu danog teksta.

ZADATAK: Budući da je ova predivna knjiga svezvremenska, pretpostavimo da s njom živi i poslovni čovjek kojega i dalje periodično ometaju. Neka se treće ometanje poslovnog čovjeka zbilo 1943. godine (tada je *Mali princ*¹² napisan). Koristeći izraz $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$ pokaži da je do danas (2024.) poslovni čovjek ometen u poslu 10 puta.

~ .. ~

• EGZISTENCIJALNI KVANTIFIKATOR

„definicija kvantifikator koji primjenom na predikat tvrdi da je za određenu vrijednost varijable pripadna izjava istinita

...

simbol $\exists$

¹⁰razmatra se i s aspekta fizike

¹¹Napomenimo da je forma definicije pojma egzistencijalni kvantifikator (sačuvan je prikaz kao u izvoru iz kojeg je definicija preuzeta) nešto drugačija nego kod preostala četiri pojma u malom rječniku. Poželjno je učenicima predočiti te i druge prikaze te o tome s njima porazgovarati. Konačno će slijediti formu koja im je najprihvatljivija. To može biti i neka druga, modificirana opcija.

¹²neka izdanja knjige tako su naslovljena (op. a.)

...

napomena Primjenom egzistencijalnoga kvantifikatora na predikat $P(x)$ dobiva se izjava $(\exists x)P(x)$, koja se čita kao *postoji iks pe iks*. Ta je izjava istinita ako je za određenu vrijednost a varijable x izjava $P(a)$ istinita.”¹³ (Igaly i sur., 2015.: 26)

Gornjoj napomeni možemo dodati sljedeće: Postoji još jedan egzistencijalni kvantifikator, označava se $\exists!$ i čita: *postoji jedinstven, postoji jedan jedini* ili *postoji točno jedan*.

ILUSTRACIJA IZ KNJIŽEVNOSTI: Lija se obraća malom kraljeviću: „Ti si još za mene običan dečko, nalik na stotinu tisuća takvih dječaka. I ja tebe ne trebam. Niti ti trebaš mene. Ja sam za tebe samo lisica nalik na stotinu tisuća lisica. Ali ako me pripitomiš, postali bismo potrebni jedno drugome. Ti bi za mene bio jedinstven na svijetu. Ja ću za tebe biti jedinstvena na svijetu... Život mi je jednoličan. Ja gonim kokoši, ljudi love mene. Sve su kokoši nalik jedna na drugu, svi su ljudi nalik jedni na druge. Zato mi je malo dosadno. Ali, ako me ti pripitomiš, život će mi sinuti. Prepoznavat ću korak koji je različit od svih ostalih. Ostali će me koraci vraćati pod zemlju. Tvoj će me pozivati iz jazbine, kao glazba.” (Saint-Exupéry, 1998.: 64-65)

POVEZNICA: Primijeni egzistencijalni kvantifikator u kontekstu danog teksta.

ZADATAK: S obzirom na to da je mali kraljević pripitomio lisicu¹⁴, ispitaj istinitost sljedećih sudova u skupu U svih dječaka na svijetu u to vrijeme (univerzum razmatranja)¹⁵.

a) $(\exists \text{ dječak})(\text{dječak je mali kraljević})$ ¹⁶

b) $(\exists! \text{ dječak})(\text{dječak je pripitomio liju})$ ¹⁷

Istaknimo da je mali kraljević – Saint-Exupéryjev mali kraljević, a lija – Saint-Exupéryjeva lija.

¹³Predikat, u oznaci $P(x)$, rečenica je koja sadrži tvrdnju o nepoznatoj veličini koja postaje sud (istinita ili lažna rečenica) ako se ta nepoznata veličina specifikira. Predikat je na primjer rečenica: x je prost broj (pišemo $P(x) = x$ je prost broj). Za $x = 29$ dobivamo istinit sud: $P(29) = 29$ je prost broj, a za $x = 10$ dobivamo lažan sud: $P(10) = 10$ je prost broj. (Predikat $P(x)$ ima jednu nepoznatu veličinu x pa kažemo da je to predikat s jednom varijablom. Dodajmo da predikat s dvije varijable $P(x, y)$ ima dvije nepoznate veličine, x i y . Na primjer x je veći ili jednak y , što zapisujemo kao $P(x, y) = x \geq y$.)

Dakle, od predikata smo dobili sud tako da smo varijabli pridružili određenu vrijednost. Drugi način na koji od predikata možemo dobiti sud je upotrebom kvantifikatora. Naglasimo da se egzistencijalni kvantifikator, u oznaci $\exists$, čita: *postoji*, pa izjavu $(\exists x)P(x)$ čitamo: *postoji x za koji vrijedi tvrdnja $P(x)$* . Tako izjavu $(\exists x \in \mathbb{R})(x \notin \mathbb{Q})$ čitamo: *postoji realan broj koji nije racionalan*.

¹⁴„Tako mali kraljević pripitomi lisicu. Kad dođe čas rastanka, ona mu reče:

- Joj... Meni se plaće.” (Saint-Exupéry, 1998.: 68)

¹⁵Skup elemenata na koje se odnosi zadani predikat P naziva se univerzum razmatranja U .

¹⁶čitamo: *postoji dječak koji je mali kraljević*

¹⁷ili $(\exists! \text{ dječak})(\text{dječak ima korak koji, poput glazbe, poziva liju da izađe iz jazbine})$ ili slobodnije rečeno, $(\exists! \text{ dječak})(\text{dječak je „zarobio” lijinu srce})$

~ .. ~

- **LOGIČKE OPERACIJE** – «operacije na izjavama¹⁸: negacija, konjunkcija, disjunkcija.»¹⁹ (Gusić, 1995.: 132)

NEGACIJA (nijek) – «operacija na izjavama koja izjavi A pridružuje izjavu $\bar{A}$ (*ne A* ili *non A*), koja je istinita ako i samo ako je A lažna.» (Gusić, 1995.: 153)

Na primjer, negacija izjave $5 < 9$ je izjava $5 \geq 9$.²⁰

KONJUNKCIJA (sveza, sjedinjenje) – «logička operacija kojom se od dviju izjava A , B izgrađuje nova izjava $A \wedge B$ koja se čita A i B , a istinita je ako i samo ako su i A i B istinite.» (Gusić, 1995.: 103)

Na primjer, neka je izjava A : *Na Lotu 7/35 izvučen je neparan broj*, a izjava B : *Izvučeni broj na Lotu 7/35 djeljiv je s 5*. Tada je izjava $A \wedge B$: *Na Lotu 7/35 izvučen je neparan broj djeljiv s 5*. Ova je izjava istinita ako je izvučen jedan od brojeva 5, 15, 25, 35.

DISJUNKCIJA (rastava) – «logička operacija kojom se dvjema izjavama A , B pridružuje izjava koja je istinita ako i samo ako je bar jedna od izjava A i B istinita (izjava $A \vee B$ čita se A ili B).» (Gusić, 1995.: 45)

Na primjer, neka je izjava A : *Jučer je u Splitu sijalo sunce*, a izjava B : *Jučer je u Splitu padala kiša*. Tada je izjava $A \vee B$: *Jučer je u Splitu sijalo sunce ili je padala kiša*. Ova je izjava istinita ako je jučer u Splitu sijalo sunce ili je padala kiša.²¹

Logičke operacije mogu se definirati **tablicama istinitosti** (vidjeti niže). Uobičajeno je da se istina označava brojem 1, a laž brojem 0.

Negacija		Konjunkcija			Disjunkcija		
A	$\bar{A}$	A	B	$A \wedge B$	A	B	$A \vee B$
1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
		0	1	0	0	1	1
		0	0	0	0	0	0

ILUSTRACIJA IZ KNJIŽEVNOSTI: 1. Mali je kraljević došao s planeta *asteroid B 612*.²² (Saint-Exupéry, 1998.)

2. «Zmije boe gutaju cijeli plijen i ne žvaču ga.» (Saint-Exupéry, 1998.: 7)

¹⁸Rečenicu za koju je moguće utvrditi je li istinita ili lažna nazivamo sudom ili izjavom.

¹⁹Pored ovih operacija navodi se i ekvivalencija. (op. a.)

²⁰Iskazano riječima: negacija izjave *5 je manje od 9* je izjava *5 nije manje od 9*, odnosno *5 je veće ili jednako 9*.

²¹Izjava je neistinita ako jučer u Splitu nije sijalo sunce niti je padala kiša (padao je snijeg).

²²tamo je njegov dom (op. a.)

3. Antoine-Marie-Roger de Saint-Exupéry rođen je 29. lipnja 1900.²³

POVEZNICA: Provjeri istinitost danih rečenica²⁴. Objasni konjunkciju u kontekstu izjave *Zmije boe gutaju cijeli plijen i ne žvaču ga.*

ZADATAK: a) Napiši negaciju prve i treće izjave.

- b) Je li istinita izjava *Mjesec Mali princ kruži oko asteroida 45 Eugenia i otkriven je 1996. godine?* Istraži.
- c) Napiši izjavu kojom ćeš ilustrirati disjunkciju. Pritom upotrijebi izjavu 1. Je li novonastala izjava istinita?
- d) Istraži što je 46610 Bésixdouze i u kakvoj je vezi sa Saint-Exupéryjevim Malim kraljevićem.

~ .. ~

- **RAZMJERNOST** (proporcionalnost) – „pojam koji se odnosi na zavisnost dviju veličina. Tako su opseg O i stranica a kvadrata razmjerne (proporcionalne). Naime, $O = 4 \cdot a$. Postoji i obrnuta razmjernost. Tako su polumjer upisane kružnice ρ i opseg trokuta O s fiksiranom površinom P , obrnuto razmjerni. Naime, $\rho = 2P \cdot \frac{1}{O}$. U suvremenoj matematici radije se govori o funkcijama $f(x) = a \cdot x$ i $g(x) = \frac{a}{x}$, gdje je $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ koeficijent razmjernosti. Grafički, razmjernost se predodžuje pravcem, a obrnuta razmjernost hiperbolom.” (Gusić, 1995.: 205)

ILUSTRACIJA IZ KNJIŽEVNOSTI: „Ljudi na Zemlji zauzimaju vrlo malo prostora. Kad bi se dvije milijarde pučanstva, koliko ih živi na Zemlji, osvojilo na noge i malo stisnulo, kao da je neki skup, lako bi se smjestilo na javnom prostoru dugačkom dvadeset milja i širokom također dvadeset milja. Moglo bi se ugurati cijelo čovječanstvo na najmanji pacifički otočić.” (Saint-Exupéry, 1998.: 55).

POVEZNICA: Objasni razmjernost (proporcionalnost) i obrnutu razmjernost (proporcionalnost) u kontekstu danog teksta.

ZADATAK: a) Odredi površinu na koju bi se smjestio jedan čovjek. Izrazi je u m^2 .

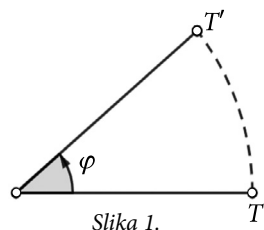
- b) Pretpostavimo da u nekom momentu ima više od dvije milijarde ljudi (npr. zbog novorođene djece) ili manje (primjerice zbog odlaska na druge planete). Što se tada, u svakom od slučajeva, događa s prostorom koji pojedini čovjek zauzima?
- c) Pretpostavimo da se za isti broj ljudi (dvije milijarde) javni prostor povećava (npr. zbog isušivanja tla) ili pak smanjuje (navedi mogući razlog). Što se tada, u svakom od slučajeva, događa s prostorom koji pojedini čovjek zauzima?

²³Tako Ivan Kušan (1933.-2012.), hrvatski književnik i akademik, slikar i prevoditelj, započinje svoj osvrt o „Pjesniku među zvijezdama” u knjizi *Mali kraljević* (Saint-Exupéry, 1998.: 93).

²⁴Napomena: Vjerujemo da je napisano u knjizi istinito.

~ .. ~

- **ROTACIJA** – „u geometriji, preslikavanje euklidskog prostora²⁵ na sebe, pri kojem se točka T preslikava u točku T' tako da je $OT = OT'$ ako je kut $\angle TOT' = \varphi$, gdje je O središte rotacije a φ kut zakretanja” (Slika 1.). „Rotacija čuva oblik i dimenzije preslikavanog područja, npr. dužinu preslikava u dužinu jednake duljine, geometrijski lik u sukladni geometrijski lik. Rotacija u pozitivnom smjeru u ravnini je rotacija u smjeru suprotnom smjeru gibanja kazaljke na satu.” (Hrvatska enciklopedija, 2024.)



„U fizici, okretanje krutog tijela oko osi. Svi dijelovi tijela u rotaciji zajedničkom kutnom brzinom opisuju kružnice kojima je središte na osi rotacije, miruju jedino točke na osi rotacije... Pri jednolikoj rotaciji svaka točka u jedinici vremena prevari isti kut φ ,...” (Hrvatska enciklopedija, 2024.)

ILUSTRACIJA IZ KNJIŽEVNOSTI: „Kad se iskrcao na planet²⁶, smjerno je pozdravio pripaljivača:

- Bok. Zašto si baš sad ugasio svoju svjetiljku?
- Takav je propis - odgovori pripaljivač. - Bok.
- Kakav je propis?
- Da gasim svjetiljku. Bok.

I ponovno je pripali.

- A zašto si je sad upalio?
- Takav je propis - odvrati pripaljivač.
- Ne shvaćam - reče mali kraljević.
- Nema se tu što shvatiti - odvrati pripaljivač. - Propis je propis. Bok.

I on ugasi svjetiljku. Zatim obriše čelo rupčićem s crvenim kvadratima.

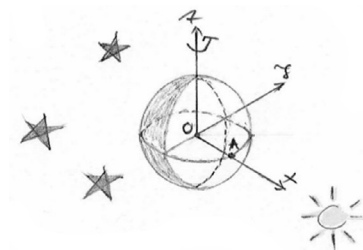
- Radim grozan posao. Nekoć je imao smisla. Gasio sam ujutro i palio navečer. Ostatak sam se dana odmarao, a ostatak noći spavao...
- A u naše se vrijeme promijenio propis?
- Propis se nije promijenio - odgovori pripaljivač. - U tome i jest nevolja! Planet se iz godine u godinu sve brže okreće, a propis se ne mijenja.
- Pa onda?
- Sada, kad se obrne u jednoj minuti, više nemam ni sekunde odmora. Palim i gasim jedanput u minuti!” (Saint-Exupéry, 1998.: 46)

²⁵prostor u kojemu vrijedi Euklidova geometrija (<http://struna.ihjj.hr/naziv/euklidski-prostor/21067/>)

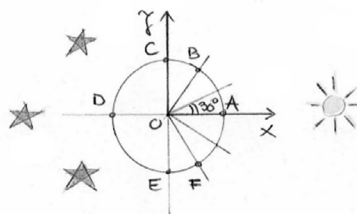
²⁶Mali se kraljević iskrcao na peti planet. (op. a.)

POVEZNICA: Objasni rotaciju u kontekstu danog teksta.

ZADATAK: Neka je z os oko koje se peti planet okreće²⁷ (Slika 2.). Pri tome točka npr. A opisuje kružnicu u ravni xy . Središte O te kružnice je na osi rotacije.



Slika 2.



Slika 3.

a) Odredite za koliko je stupnjeva preslikana točka A u točku B s obzirom na središte rotacije O (Slika 3.).

b) Koristeći Sliku 3. nadopunite:

Točka C je slika točke A dobivena rotacijom za kut _____ s obzirom na središte rotacije O .

Neka u momentu prolaska kroz točku C pripaljivač pali svjetiljku. Nakon pola minute, u momentu prolaska kroz točku _____, pripaljivač će ugasi svjetiljku.

c) Pretpostavimo da se točka A preslikava u točku F „kraćim putem”, tj. ne prolazeći preko točaka B, C, D i E (Slika 3.). Odredite za koliko je stupnjeva preslikana točka A . Što možete reći da se događa s petim planetom?

3.2. Rješenja zadataka

• ARITMETIČKI NIZ

Rješenje:

Napišimo prva tri člana aritmetičkog niza godina ometanja poslovnog čovjeka. Prvo se ometanje dogodilo 22 godine prije trećeg ometanja, a drugo ometanje 11 godina prije trećeg ometanja. Dakle redom, 1921., 1932., 1943. godine. Vidimo da se ometanje poslovnog čovjeka događa svakih 11 godina. Znači, $a_1 = 1921$, $d = 11$, a za $n = 10$ dobivamo da je

$$a_{10} = 1921 + (10 - 1) \cdot 11 = 2020.$$

Prema tome, 10. ometanje dogodilo se prije 4 godine.

²⁷Pretpostavljamo da je rotacija jednolika.

• EGZISTENCIJALNI KVANTIFIKATOR

Rješenje:

- Sud $(\exists \text{ dječak})(\text{dječak je mali kraljević})$ je istinit u U jer mali kraljević pripada skupu U . Napomenimo da je i sud $(\exists! \text{ dječak})(\text{dječak je mali kraljević})$ istinit u U jer mali kraljević pripada skupu U i on je jedini takav za kojeg vrijedi da je mali kraljević (Saint-Exupéryjev).
- Sud $(\exists! \text{ dječak})(\text{dječak je pripitomio liju})$ je istinit u U jer dječak koji je pripitomio liju (Saint-Exupéryjevu) pripada skupu U i on je jedini takav dječak za kojeg to vrijedi. Dakako, riječ je o malom kraljeviću.

• LOGIČKE OPERACIJE

Rješenje:

- „Mali kraljević nije došao s planeta *asteroid B 612*”.
„Antoine-Marie-Roger de Saint-Exupéry nije rođen 29. lipnja 1900.”
- Izjava „Mjesec Mali princ kruži oko asteroida 45 Eugenia i otkriven je 1996. godine” izgrađena je od dviju izjava A i B koje povezuje operacija konjunkcije ($A \wedge B$). Izjava A glasi: „Mjesec Mali princ kruži oko asteroida 45 Eugenia”. Izjava B glasi: „Mjesec Mali princ otkriven je 1996. godine”. Dakle, izjava $A \wedge B$ glasi: „Mjesec Mali princ kruži oko asteroida 45 Eugenia i mjesec Mali princ otkriven je 1996. godine”, odnosno, u duhu našeg jezika, kako je prije navedeno. Budući da je Mali princ mjesec asteroida 45 Eugenia (Mali princ obide Eugeniju u 5 dana) i otkriven je 1998. godine (Wikipedia, 2024.), izjava A je istinita, a izjava B neistinita, pa je neistinita i izjava $A \wedge B$.
- Tražena izjava može glasiti: „Mali kraljević došao je s planeta *asteroid B 612* ili s planeta Zemlja”. Ova izjava je istinita. Izgrađena je od dviju izjava A i B koje povezuje operacija disjunkcije ($A \vee B$). Pri tome je izjava A („Mali kraljević došao je s planeta *asteroid B 612*”) istinita, a izjava B („Mali kraljević došao je s planeta Zemlja”) neistinita.
- Ako pretvorimo broj 46610 (dekadski zapis) u heksadecimalni broj²⁸, dobivamo upravo B612.

$$46610 : 16 = 2913 \text{ i ostatak } 2$$

$$2913 : 16 = 182 \text{ i ostatak } 1$$

$$182 : 16 = 11 \text{ i ostatak } 6$$

$$11 : 16 = 0 \text{ i ostatak } 11 \text{ (B)}$$

$$(46610)_{10} = (\text{B612})_{16}$$



²⁸Baza heksadekadskog brojevnog sustava je 16, a za zapis se koriste znamenke: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

• RAZMJERNOST

Rješenje:

- a) Budući da kopnena milja iznosi 1 609 metara²⁹, površina javnog prostora oblika kvadrata (stranice $20 \cdot 1\,609\text{ m} = 32\,180\text{ m}$) iznosi $P = 1024 \cdot 10^6\text{ m}^2$, pa je površina na koju bi se smjestio jedan čovjek jednaka

$$P_1 = \frac{P}{B} = \frac{1024 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^9} \text{ m}^2 = 0,512 \text{ m}^2$$

(pri tom je B oznaka za broj ljudi).

• ROTACIJA

Rješenje:

- a) 60°
 b) 90° ; E
 c) -60° ; peti planet vrti se u suprotnom smjeru.

Sugestija čitateljima je da se sljedeći tekst upotrijebi kao ilustracija pojma RAZMJERNOSTI u kontekstu kojeg će se objasniti razmjernost i osmisлити zadatak.

„Ono što se mali kraljević nije usuđivao sebi priznati bilo je da on nije mogao prežaliti ovaj blagoslovljeni planet ponajviše zbog njegovih tisuću četiri stotine i četrdeset sunčevih zalazaka u dvadeset i četiri sata!” (Saint-Exupéry, 1998.: 49)

4. Zaključak

Unatoč tome što ovaj projekt iziskuje vrijeme, te zahtijeva strpljivost i ustrajnost u pronalaženju odgovarajućih literarnih izvora, dobrobiti koje se naslućuju su višestruke, i za učenike i nastavnike.

Pored navedenog, očekuje se da će učenici radom na *Matematičkom rječniku u kontekstu književnosti* produbiti svoje znanje i poboljšati razumijevanje, kao i transfer matematičkih znanja u druge nastavne predmete. Također, da će dulje pamtiti definicije matematičkih pojmova koji su povezani sa sadržajima iz literature, odnosno da će se na ovakav način podržavati retencija, tj. zadržavanje znanja. Ništa manje važni za učenike nisu ni tzv. nevidljivi rezultati poput iskustva i vrednota koje će radom na projektu steći (Matijević i Radovanović, 2011.), a predstavljanje samog Rječnika izvan učionice pojačat će kod učenika osjećaj zadovoljstva vlastitim doprinosom i motivirati ih za neke buduće aktivnosti i projekte.

Nastavnici koji se odluče implementirati ovaj projektni zadatak u nastavu mogu za početak stvoriti svoj matematički rječnik od nekoliko pojmova (ili se poslužiti

²⁹preciznije 1 609,344 metara

Matematičkim rječnikom u kontekstu klasika Mali kraljević). Rječnik koji će tako nastati mogu koristiti na način kako je u radu sugeriran pristup pripremi za projektni zadatak. Zadatci u kontekstu koje će pritom učenici rješavati i osmišljavati pružit će nastavniku uvid u njihovo razumijevanje matematičkih pojmova. Rječnik može postati koristan nastavni materijal. Nastavnik ga može upotrijebiti u radu s novim generacijama učenika i s vremenom ga nadopunjavati novim matematičkim pojmovima i ilustracijama.

Literatura:

1. Bajrović, V. (2019.). Ispit iz matematike na državnoj maturi post festum. *Acta mathematica Spalatensia. Series didactica*, 2(2), 1-9. <https://doi.org/10.32817/amssd.2.2.9>
2. Burazin Mišura, A., Baras, I. i Kožul Blaževski, R. (2014.). Učinkovito poučavanje matematike korištenjem primjera iz konteksta struke. U: B. Plazibat i S. Kosanović (Ur.), *Conference Proceedings of the International scientific and professional conference CIET2014* (str. 535-545). Sveučilište u Splitu, Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu.
3. Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H., & Wenderoth, M. P. (2014.). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, 111(23), 8410-8415. <https://www.pnas.org/doi/full/10.1073/pnas.1319030111>
4. Gusić, I. (1995.). *Matematički rječnik*. Element.
5. Hrvatska enciklopedija. (2024.). Rotacija. U *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje*. Leksikografski zavod Miroslav Krleža. <https://www.enciklopedija.hr/clanak/rotacija>
6. Igaly, G., Antonić, N., Goldstein, P., Gusić, I., Huzak, M., Matas Ivanković, I., Milin-Šipuš, Z., Runjaić, S. i Škoda, Z. (2015.). *Hrvatsko matematičko nazivlje*. Institut za hrvatski jezik i jezikoslovlje. <http://struna.ihj.hr/browse/?pid=32>
7. Karaçalli, S., & Korur, F. (2014.). The Effects of Project-Based Learning on Students' Academic Achievement, Attitude, and Retention of Knowledge: The Subject of "Electricity in Our Lives". *School Science and Mathematics*, 114(5), 224-235.
8. Kurnik, Z. (2009.). Načelo primjerenosti. *Matematika i škola*, 10(48), 100-105.
9. Matijević, M. i Radovanović, D. (2011.). *Nastava usmjerena na učenika*. Školske novine.
10. Ristić Dedić, Z. i Jokić, B. (2013.). Analiza sadržaja i rezultata ispita državne mature iz matematike 2009./2010. - 2011./2012. *Poučak*, 14(54), 4-21.
11. Saint-Exupéry, A. (1998.). *Mali kraljević*. Znanje d.d.
12. Toolin, R. E. (2004.). Striking a Balance Between Innovation and Standards: A Study of Teachers Implementing Project-Based Approaches to Teaching Science. *Journal of Science Education and Technology*, 13(2), 179-187.
13. Wikipedia. (2024.). *Petit-Prince (moon)*. [https://en.wikipedia.org/wiki/Petit-Prince_\(moon\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Petit-Prince_(moon))
14. Wilhelm, J., Sherrod, S., & Walters, K. (2008.). Project-Based Learning Environments: Challenging Preservice Teachers to Act in the Moment. *The Journal of Educational Research*, 101(4), 220-233.