

## Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka

**dr. sc. Radoslav Markić, dipl. ing. građ.**

Sveučilište u Mostaru, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije  
izvanredni profesor, radoslav.markic@fgag.sum.ba

**dr. sc. Mladen Kustura, dipl. ing. građ.**

Sveučilište u Mostaru, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije  
izvanredni profesor, mladen.kustura@fgag.sum.ba

**dr. sc. Marino Jurišić, mag. građ.**

Sveučilište u Mostaru, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije  
Docent, marino.jurismic@fgag.sum.ba

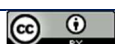
**SAŽETAK:** Europska norma EN 1998-1 za proračun potresno otpornih armiranobetonskih konstrukcija ne daje direktne izraze za proračun armiranobetonskih jezgri kao jedinstvenih složenih poprečnih presjeka u konstrukcijama zgrada, a koji se sastoje od dva ili više zidova u oba smjera građevine kao npr. šuplji pravokutni ili kvadratni poprečni presjeci ili još složeniji slučaj višestruko spojenih jezgri u visokim građevinama. Norma daje proračunske smjernice sa izrazima za dokazivanje lokalne duktilnosti za pojedinačne zidove u ravnini (pravokutni, L, I poprečni presjek zida). Numeričkom analizom u računalnom programu BIAXIAL PRO ver.3.0 prikazana je mogućnost proračuna složenog poprečnog presjeka armiranobetonske jezgre čime se omogućava realniji uvid u ponašanje takve vrste konstrukcije. Analizirana je nosivost na savijanje i duktilnost u skladu sa zahtjevima EN 1998-1. Istaknuta je prednost takvog pristupa proračunske analize u odnosu na tradicionalni način promatranja zidova u svakoj ravnini zasebno.

Ključne riječi: EN1998-1, armiranobetonski zid, betonska jezgra, složeni poprečni presjek, nosivost, duktilnost.

## Numerical analysis of reinforced concrete earthquake-resistant complex cross sections

**ABSTRACT:** The European standard EN 1998-1 for the design of earthquake-resistant reinforced concrete structures does not provide direct expressions for the design of reinforced concrete cores as unique complex cross-sections in building structures, which consist of two or more walls in both directions of the building, such as hollow rectangular or square cross-sections or the even more complex case of multiple connected cores in tall buildings. The standard provides design guidelines with expressions for proving local ductility for individual walls in a plane (rectangular, L, I cross-section of the wall). Numerical analysis in the computer program BIAXIAL PRO ver.3.0 has shown the possibility of designing a complex cross-section of a reinforced concrete core, which provides a more realistic insight into the behavior of such a structures. The bending resistance and ductility were analyzed in accordance with the requirements of EN 1998-1. The advantage of such a design analysis approach compared to the traditional way of observing the walls in each plane separately is highlighted.

Key words: EN 1998-1, reinforced concrete wall, concrete core, complex cross-section, load-bearing capacity, ductility.



Markić, R., Kustura, M., Jurišić, M.

## Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka

### 1. UVOD

Ponašanje armiranobetonskih konstrukcija izloženih djelovanju potresa je aktualna tema u suvremenim znanstvenim istraživanjima. Projektiranje potresno otpornih nosivih konstrukcija je u današnjoj građevinskoj struci na područjima mogućih pojava potresa postalo obavezno u smislu kontrole otpornosti i deformabilnosti nosive konstrukcije. Razvoj suvremenih računala omogućilo je uporabu računalnih programa za statičku i dinamičku analizu kompleksnih prostornih betonskih konstrukcija izrađenih od linijskih (stupovi, grede) i pločastih (ploče, zidovi) elemenata pri čemu se omogućilo i uzimanje nelinearnih svojstava gradiva. Može se sa velikim postotkom sigurnosti reći da današnji građevinski inženjeri, projektanti nosivih konstrukcija projektiraju u većini slučajeva građevine trodimenzionalno (3D proračunski model) koristeći sve raspoložive mogućnosti dostupnih komercijalnih računalnih programa. Metode za potresnu analizu nosivih konstrukcija se mogu pojednostavljeno podijeliti na linearne i nelinearne. Pod linearnim metodama se podrazumijeva metoda bočnih sila (eng. "force-based approach") i modalni proračun primjenom spektra odziva (eng. "response spectrum method"). U nelinearne metode se ubraja nelinearni statički proračun postupnim guranjem (eng. "push-over analysis") i nelinearni dinamički proračun primjenom vremenskog zapisa (eng. "response-history analysis"). Sve te analize su temeljno linearne analize iako se neke od njih nazivaju nelinearne i implementirane su u većinu navedenih komercijalnih računalnih programa. Općenito se smatra da je najpouzdaniji pristup proračuna potresno otpornih konstrukcija baziran na inkrementalno-iterativnom proračunu pomaka pri čemu se u svakom inkrementu kontroliraju deformacije u gradivima. Takav pristup se u suvremenim propisima i znanstvenim radovima naziva "Performance-based design" koji je detaljnije prikazan u [1] i [2]. Pored kontrole nosivosti i uporabljivosti konstrukcije omogućava i proračun duktilnosti.

Pojam duktilnosti kao bitno svojstvo za armiranobetonske potresno otporne konstrukcije je parametar koji nije jednostavno odrediti. Taj pojam koji se može prevesti i kao žilavost se često definira preko deformacija ili preko pomaka. Vezan je općenito i za krutost sveukupne konstrukcije što je u slučaju armiranobetonskih konstrukcija jako teško odrediti.

U normi EN 1998-1 [3] su date smjernice za proračun lokalne duktilnosti koje navode i preporuke za detaljiranje armature u pojedinim elementima konstrukcije. Intencija je programirati specifična mjesta u konstrukciji da se uslijed djelovanja potresa baš na tim mjestima troši unesena energija te da ostatak konstrukcije ostane više-manje neoštećen.

Armiranobetonske jezgre (stubišne jezgre, jezgre za dizala ili spojene) koje se sastoje od povezanih betonskih zidova predstavljaju najčešći vid osiguranja potresne otpornosti u visokogradnji. Zbog svoje nosivosti i krutosti (savojne, torzijske) su često elementi osiguranja potresne otpornosti i u visokim građevinama.

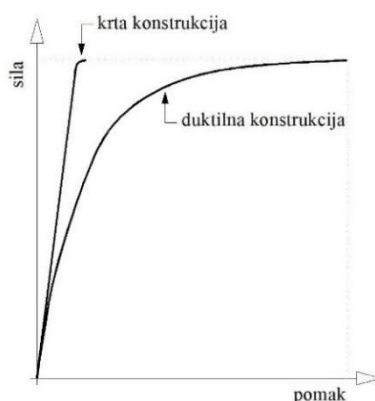
Proračun i analiza takvih jezgri se u inženjerskoj praksi svodi na 3D modeliranje u računalom programu pri čemu se zidovi modeliraju 2D konačnim elementima te se u dokazu nosivosti i osiguranju duktilnosti promatraju odvojeno kao zasebni pravokutni zid za svaki smjer građevine. Pri tome se dopušta uzimanje u obzir doprinosa rubnih dijelova poprečnih zidova. Zid se za poznate rezne sile ( $M, N, V$ ) dimenzionira na način da se odredi potreba armatura, a ista se usvaja prema zahtjevima norme vezano za lokalne duktilnosti i principima minimalne zahtijevane armature u skladu sa odredbama normi.

Takav pristup nije pogrešan međutim isti ne daje realnu sliku ponašanja takve konstrukcije jer su npr. betonske jezgre složeni poprečni presjeci gdje je za određivanje krutosti, nosivosti te određivanja naponskog stanja u betonu i armaturi potrebna primjena numeričkih metoda.

Analiza složenog poprečnog presjeka numeričkim modelom koji omogućava za poznatu geometriju i položaj armature analizu naponsko-deformacijskog stanja presjeka, određivanje nosivosti i duktilnosti je pristup koji omogućava inženjeru kvalitetniji uvid u takvu konstrukciju te mu omogućava da napravi bolju raspodjelu armature u zidovima što u konačnici vodi i do seizmički otpornijih i sigurnijih konstrukcija.

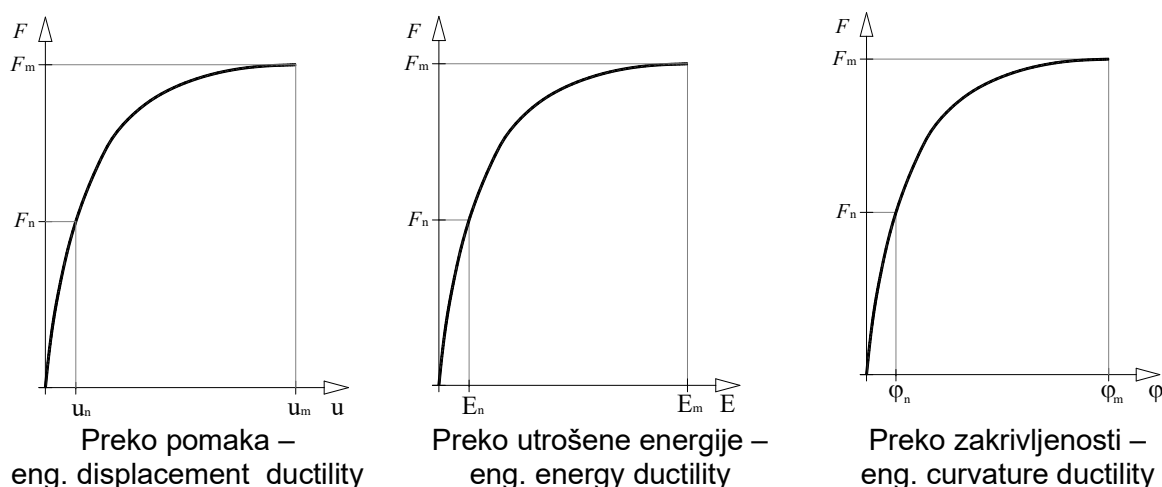
## 2. DUKTILNOST

Duktilnost se može izraziti kao mjera nelinearnog ponašanja konstrukcije ili svojstvo konstrukcije da podnosi nelinearne deformacije prije sloma. Izrazita nelinearnost prema [4] u nosivim konstrukcijama uzrokuje popuštanje i najavljeni slom što je suprotno krtime (ne duktilnim) konstrukcijama vidljivo na slici 1. Svojstvo duktilnosti je itekako poželjno u potresno otpornim konstrukcijama zbog trošenja potresne energije koja se konstrukciju unosi gibanjem podloge. Upravo su se armiranobetonske konstrukcije pokazale jako pouzdane u otpornosti na potres jer se mogu projektirati i izvoditi kao duktilne konstrukcije. Trošenje potresne energije u armiranobetonskim konstrukcijama se vrši kroz omekšavanje konstrukcije, kontrolirano raspucavanje i deformaciju betona i armature gdje se unesena kinetička energija pretvara u mehaničku energiju. Stoga je duktilnost jedan od prioriteta pri projektiranju armiranobetonskih i drugih konstrukcija te je predmet mnogih znanstvenih radova.



Slika 1. Krta i duktilna konstrukcija prema [4]

Jednoznačni matematički izraz za definiranje duktilnosti još nije usvojen. Uobičajeno se duktilnost izražava preko pomaka ( $u$ ), utrošene energije ( $E$ ) i zakrivljenosti ( $\varphi$ ). Bezdimenzionalna vrijednost koeficijenta duktilnosti je obično definirana kao odnos maksimalnog opterećenja  $F_m$  koje uzrokuje  $u_m$ ,  $E_m$ ,  $\varphi_m$ , i opterećenja  $F_n$  u trenutku pojave određene nelinearnosti  $u_n$ ,  $E_n$ ,  $\varphi_n$  prikazano na slici 2.



Slika 2. Najčešći pristupi proračuna duktilnosti [4]

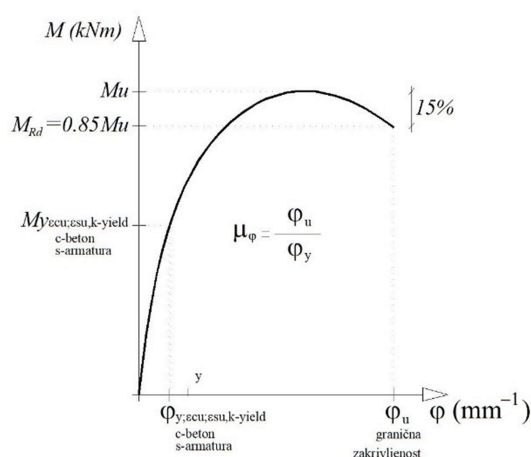
Markić, R., Kustura, M., Jurišić, M.

## Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka

Detaljni proračun duktilnosti konstrukcije je složen jer ovisi od mnogo parametara. Postoje mnogi radovi i studije na ovu temu. Neki od njih su prikazani u radovima [5,6,7,8]. Abdelrahmen i ostali [5] su predstavili indeks duktilnosti kao odnos veličine pomaka u trenutku sloma i ekvivalentni pomak ne raspucalog presjeka pri opterećenju jednakom graničnom. Tan i ostali [6] su definirali koeficijent duktilnosti kao odnos pomaka pri 95% slomnom opterećenju i pomaku pri 67% slomnom opterećenju. Park i Paulay [7] su predložili indeks duktilnosti preko zakrivljenosti kao odnos zakrivljenosti u stanju sloma u odnosu na zakrivljenost u trenutku popuštanja u vlačne armature. Park [8] je analizirao duktilnost armiranobetonskih konstrukcija u kontekstu primjene u potresnim područjima.

Norma EN 1998-1 [3] ne daje izravne izraze za kontrolu duktilnosti armiranobetonskih zidova složenih poprečnih presjeka. To uvelike usložnjava njihovo oblikovanje i dimenzioniranje te zahtijeva detaljnije numeričke analize.

U dijelu EN 1998-1 [3], dio 5.2.3.4 Uvjet lokalne duktilnosti se definiraju uvjeti koje je potrebno ispuniti da bi se dijelovi konstrukcije smatrali duktilnim. Uveden je pojam koeficijenta duktilnosti s obzirom na zakrivljenost  $\mu_\varphi$ . Definiran je kao omjer poslijegranične zakrivljenosti pri 85 % momenta otpornosti i zakrivljenosti pri popuštanju, uz uvjet da nisu premašene granične deformacije betona,  $\varepsilon_{cu}$ , i čelika,  $\varepsilon_{su,k}$  prema slici 3.



Slika 3. Definicija koeficijenta duktilnosti preko zakrivljenosti prema [3]

Smatra se da je konstrukcija duktilna ako je koeficijent duktilnosti s obzirom na zakrivljenost  $\mu_\varphi$  tih područja najmanje jednak jednoj od niže navedenih vrijednosti:

$$\mu_\varphi = 2q_0 - 1 \quad \text{ako je } T_1 \geq T_c \quad (1)$$

$$\mu_\varphi = 1 + (2q_0 - 1) T_c / T_1 \quad \text{ako je } T_1 < T_c \quad (2)$$

gdje je  $q_0$  odgovarajuća osnovna vrijednost faktora ponašanja iz tablice 5.1 norme EN 1998-1 [3],  $T_1$  je osnovni period oscilacija zgrade, oboje u vertikalnoj ravnini u kojoj se događa savijanje, a  $T_c$  je period na gornjoj granici konstantnog dijela spektra u skladu s točkom 3.2.2.2(2)P norme EN 1998-1 [3]. Norma također navodi da u kritičnim područjima primarnih potresnih elemenata s uzdužnom armaturom od čelika razreda B prema normi EN 1992-1-1:2004 [9] (tablica C.1), faktor duktilnosti s obzirom na zakrivljenost  $\mu_\varphi$  treba biti najmanje 1,5 puta veći od vrijednosti navedene u izrazima (1) ili (2), ovisno o tome koji se od izraza primjenjuje.

Markić, R., Kustura, M., Jurišić, M.

## Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka

### 3. PRORAČUNSKI PRIMJER

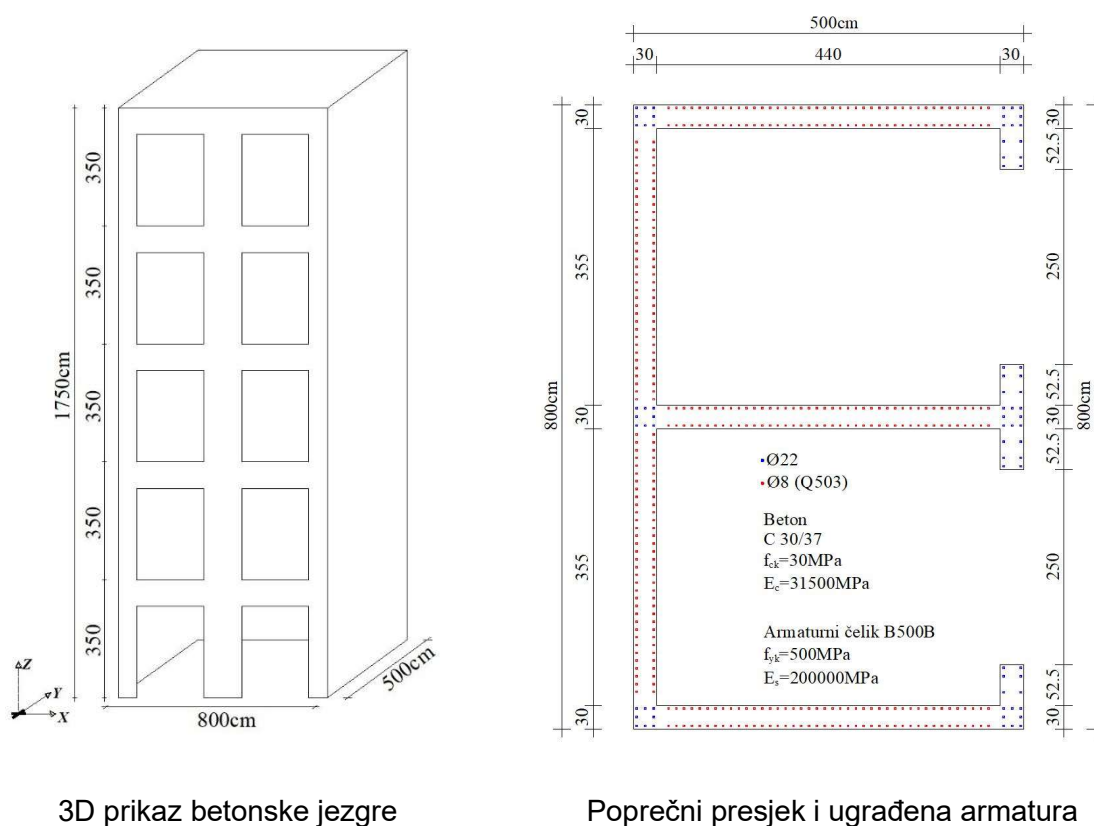
Na slici 3. je prikazan proračunski primjer armiranobetonske jezgre. Unutarnje sile koje djeluju na jezgru se određuju u sklopu proračunskog 3D modela jednom od metoda potresne analize. Proračunska analiza seizmičke jezgre se u programu BiaxialPro 3.0 [10] provodi na način da se čitava jezgra promatra kao jedinstveni složeni poprečni presjek, a ne da se svaki zid promatra kao zasebni zid u svakom smjeru građevine.

Za unaprijed definiran poprečni presjek i položaj armaturnog čelika vrši se proračunski dokaz u skladu sa EN 1992-1-1:2004 [9] i EN 1998-1 [3].

Proračun u BiaxialPro3.0 [10] se provodi metodom konačnih elemenata pri čemu se može izvršiti proračun nosivosti i naponsko-deformacijskog stanja bilo kojeg oblika poprečnog presjeka sa proizvoljnim položajem armature.

Za primjer u sklopu ovog rada usvojen je proračunski dijagram betona u tlaku u vidu parabole i pravca prema slici [4] pri čemu je vlačna čvrstoća betona zanemarena. Za proračunski dijagram čelika u tlaku i vlaku usvojen je bilinearni dijagram prema slici [4]. Za beton je predviđena klasa C30/37, za armaturu klasa čelika B500B pri čemu je usvojena maksimalna deformacija 10 ‰.

Proračunom su prikazana naprezanja u betonu i čeliku za GSU kombinacije. Prikazani su dijagrami nosivosti M-N te dijagrami M- $\phi$  koji pokazuju i krutost presjeka jezgre za ugrađenu armaturu. Za zadanu GSN kombinaciju djelovanja izvršen je proračun koeficijenta duktilnosti preko zakrivljenosti presjeka  $\mu_{\phi}$  (eng. curvature ductility coefficient of the cross-section) skladu sa normom EN 1998-1 [3], dio 5.2.3.4. Uvjeti lokalne duktilnosti presjeka za projektiranje konstrukcija u potresnim područjima.

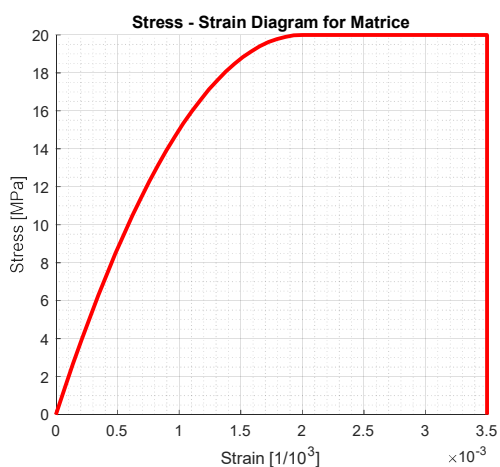


Slika 4. Armiranobetonska jezgra

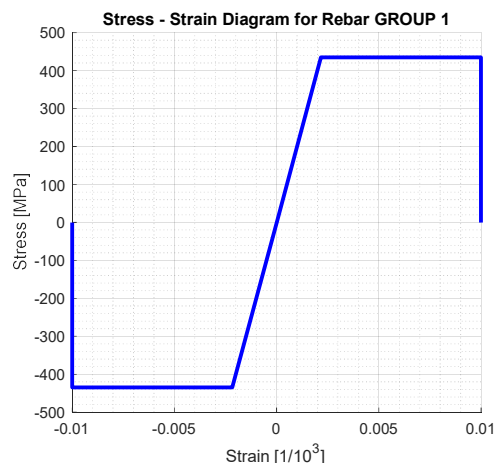
Markić, R., Kustura, M., Jurišić, M.

**Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka**

Na slici 4. su prikazani usvojeni proračunski modeli gradiva betona i čelika.



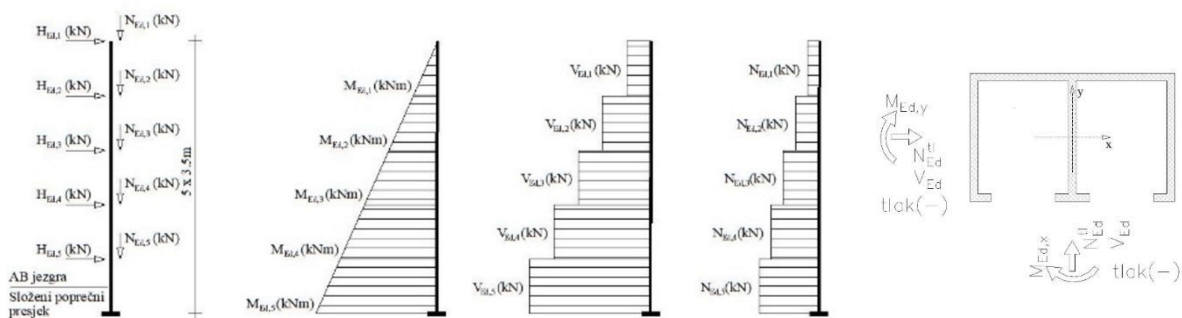
Proračunski dijagram naprezanje – deformacija betona klase C 30/37



Proračunski dijagram naprezanje – deformacija armaturnog čelika B500B

Slika 5. Proračunski dijagrami gradiva u BiaxialPro 3.0 [10] prema EN 1992-1-1:2004 [9]

Na slici 6. je prikazan proračunski model jezgre i rezne sile dok su u tablici 1. date vrijednosti proračunskih reznih sila za koje će se izvršiti analiza poprečnog presjeka.



Pojednostavljeni model štapa sa prikazom reznih sila (M,N,V)

Poprečni presjek i sile

Slika 6. Proračunski model jezgre

Tablica 1. Proračunske kombinacije djelovanja za GSN / GSU

Proračunske kombinacije djelovanja	$N_{Ed}$ [kN]	$M_{x,Ed}$ [kNm]	$M_{y,Ed}$ [kNm]
SLS-1	-5000	2300	1200
SLS-2	-4500	2000	1000
SLS-3	-4000	1500	900
ULS-1	-6000	4000	0
ULS-2	-6000	0	6000
ULS-3	-5000	2500	6000

Markić, R., Kustura, M., Jurišić, M.

## Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka

Za granično stanje uporabljivosti GSU (eng. serviceability limit state - SLS) su kombinacije djelovanja označene brojevima prema slijedećem redoslijedu:

1 - Karakteristična GSU kombinacija (eng. characteristic SLS combination)

2 - Česta GSU kombinacija (eng. frequent SLS combination)

3 - Nazovistalna GSU kombinacija (eng. quasi permanent SLS combination)

Za granično stanje nosivosti GSN (eng. ultimate limit state - ULS) su kombinacije djelovanja označene brojevima 1 do 3 i predstavljaju rezne sile od proračunskih kombinacija potresnog djelovanja.

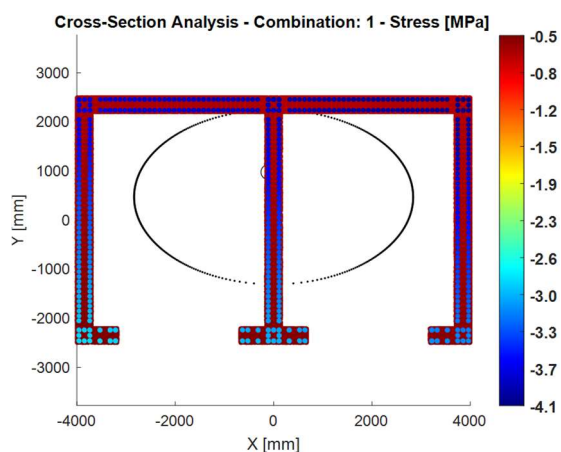
Uzdužna sila  $N_{Ed}$  je tlačna (predznak " - ").

Moment savijanja  $M_{x,Ed}$  je oko osi X. Pozitivna vrijednost predstavlja tlačno naprezanje na gornju stranu poprečnog presjeka.

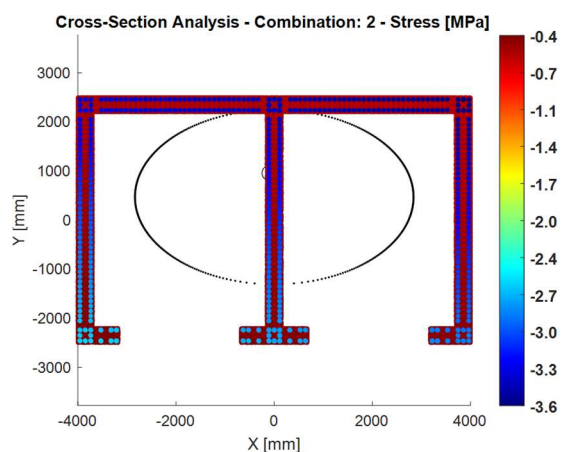
Moment savijanja  $M_{y,Ed}$  je oko osi Y. Pozitivna vrijednost predstavlja tlačno naprezanje na desnu stranu poprečnog presjeka.

U nastavku su dati rezultati proračuna iz računalnog programa BiaxialPro 3.0 [10].

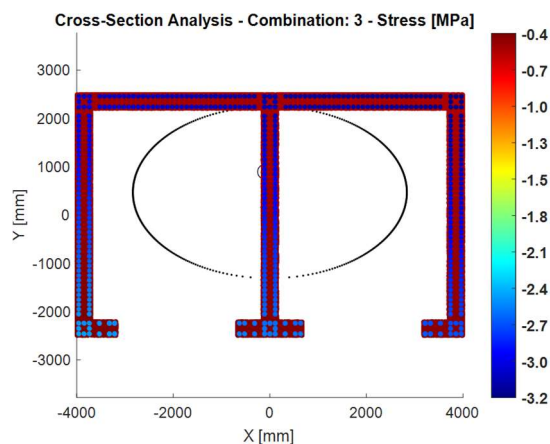
Na slici 7 su prikazana normalna naprezanja u betonu i čeliku za GSU kombinacije.



Proračunska naprezanja u betonu i armaturi za GSU kombinaciju djelovanja SLS-1



Proračunska naprezanja u betonu i armaturi za GSU kombinaciju djelovanja SLS-2



Proračunska naprezanja u betonu i armaturi za GSU kombinaciju djelovanja SLS-3

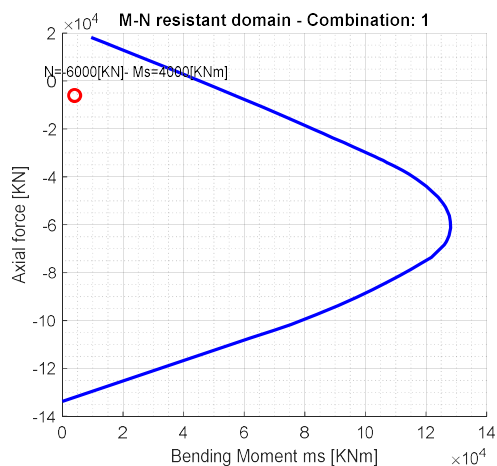
Slika 7. Proračunska naprezanja u betonu i armaturi za GSU kombinacije djelovanja iz BiaxialPro 3.0 [10]

Markić, R., Kustura, M., Jurišić, M.

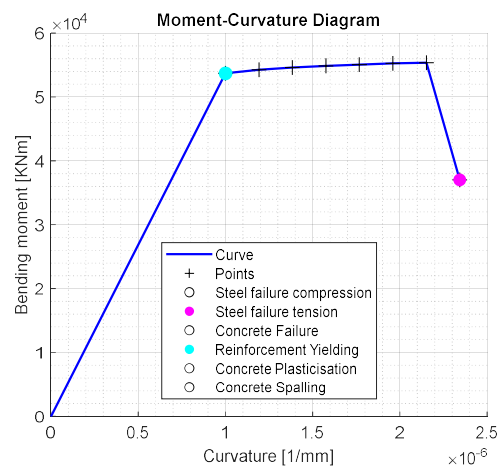
**Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka**

Na slikama 8,9 i 10 su prikazani su dijagrami nosivosti M-N te dijagrami M- $\varphi$  za zadane GSN kombinacije.

Za svaku GSN kombinaciju je izvršen proračun koeficijenta duktilnosti preko zakrivljenosti  $\mu_\varphi$ .



M-N dijagram za kombinaciju djelovanja ULS-1



M- $\varphi$  dijagram za kombinaciju djelovanja ULS-1

$\varepsilon_{c,min.} = -0.000733$	minimalna vrijednost deformacije betona
$\varepsilon_{s,min.} = -0.0006653$	minimalna vrijednost deformacije armaturnog čelika
$\varepsilon_{s,max.} = -0.0108925$	maksimalna vrijednost deformacije armaturnog čelika
$\varphi_{(s-yield)} = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$	zakrivljenost poprečnog presjeka pri točki popuštanja armaturnog čelika
$M_{(s-yie)} = 53710.1 \text{ kNm}$	moment savijanja pri točki popuštanja armaturnog čelika
$\varphi_{(c-plast)} = 0.0000123 \text{ mm}^{-1}$	zakrivljenost poprečnog presjeka pri točki popuštanja betona u tlaku
$M_{(c-pla)} = 59605.8 \text{ kNm}$	moment savijanja pri točki popuštanja betona u tlaku
$\varphi_{(Ult)} = 0.0000023 \text{ mm}^{-1}$	granična zakrivljenost poprečnog presjeka
$M_{(Ult)} = 37015.8 \text{ kNm}$	granični moment savijanja poprečnog presjeka
$\varphi_y = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$	min. zakrivlj. pri točki popuštanja (s-yield) / točka plastifikacije (c-plast)
$M_y = 53710.1 \text{ kNm}$	min. mom. savij. pri točki popušt. (s-yield) / točka plastifikacije (c-plast)
$N_{Ed} = -6000.0 \text{ kNm}$	proračunska uzdužna sila od kombinacije ULS-1 (- tlak)
$M_{Rd} = 56828.4 \text{ kNm}$	granični moment savijanja pri odgovarajućoj veličini uzdužne sile $N_{Ed}$
$\varphi_{y'} = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$	ekvivalentna zakrivljenost presjeka pri popuštanju (u ovom primjeru odgovara vrijednosti popuštanja čelika)

Koeficijent duktilnosti poprečnog presjeka preko zakrivljenosti  $\mu_\varphi$  (eng. curvature ductility coefficient of the cross-section) se izračunava preko izraza

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_{ult.}}{\varphi_y}$$

$$\varphi_{ult.} = \min. (\varphi_{15\%}; \varphi_{u,c}; \varphi_{u,s}); \varphi_{ult.} = 0.0000023 \text{ mm}^{-1}; \varphi_y = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$$

$$\varphi_y = M_{Rd}/M_y \times \varphi_{y'}$$

za kombinaciju djelovanja ULS-1 iznosi

$$\mu_\varphi = \varphi_{ult.} / (M_{Rd}/M_y \times \varphi_{y'}) = 0.0000023 / (56828.4 / 53710.1 \times 0.0000010)$$

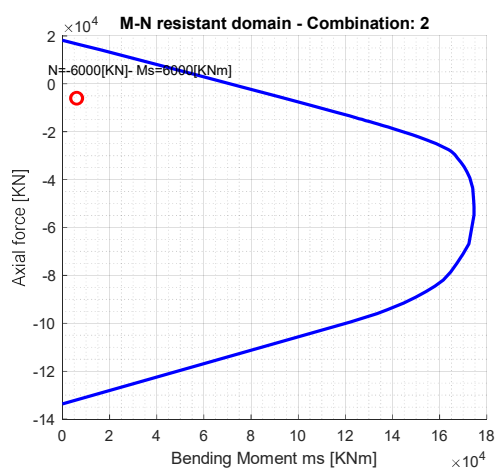
$$\mu_\varphi = 2.174$$

Koeficijent duktilnosti poprečnog presjeka za kombinaciju djelovanja ULS-1

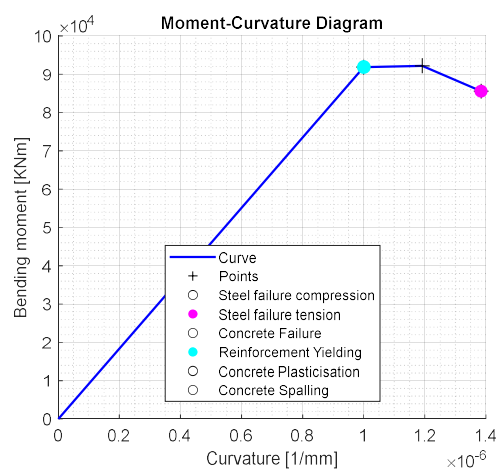
Slika 8. Rezultati proračuna duktilnosti poprečnog presjeka jezgre iz BiaxialPro 3.0 [10] za kombinaciju djelovanja ULS-1

Markić, R., Kustura, M., Jurišić, M.

## Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka



M-N dijagram za kombinaciju djelovanja ULS-2



M-φ dijagram za kombinaciju djelovanja ULS-2

$$\varepsilon_{c,min.} = -0.0008858$$

minimalna vrijednost deformacije betona

$$\varepsilon_{s,min.} = -0.0008434$$

minimalna vrijednost deformacije armaturnog čelika

$$\varepsilon_{s,max.} = -0.0101332$$

maksimalna vrijednost deformacije armaturnog čelika

$$\varphi_{(s-yield)} = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$$

zakrivljenost poprečnog presjeka pri točki popuštanja armaturnog čelika

$$M_{(s-yield)} = 91852 \text{ kNm}$$

moment savijanja pri točki popuštanja armaturnog čelika

$$\varphi_{(c-plast)} = 0.0000123 \text{ mm}^{-1}$$

zakrivljenost poprečnog presjeka pri točki popuštanja betona u tlaku

$$M_{(c-pla)} = 59605.8 \text{ kNm}$$

moment savijanja pri točki popuštanja betona u tlaku

$$\varphi_{(Ult)} = 0.0000014 \text{ mm}^{-1}$$

granična zakrivljenost poprečnog presjeka

$$M_{(Ult)} = 85599 \text{ kNm}$$

granični moment savijanja poprečnog presjeka

$$\varphi_y = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$$

min. zakrivlj. pri točki popuštanja (s-yield) / točka plastifikacije (c-plast)

$$M_y = 91852 \text{ kNm}$$

min. mom. savij. pri točki popušt. (s-yield) / točka plastifikacije (c-plast)

$$N_{Ed} = -6000.0 \text{ kNm}$$

proračunska uzdužna sila od kombinacije ULS-2 (- tlak)

$$M_{Rd} = 94013.8 \text{ kNm}$$

granični moment savijanja pri odgovarajućoj veličini uzdužne sile  $N_{Ed}$ 

$$\varphi_{y'} = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$$

ekvivalentna zakrivljenost presjeka pri popuštanju (u ovom primjeru

odgovara vrijednosti popuštanja čelika)

Koeficijent duktilnosti poprečnog presjeka preko zakrivljenosti  $\mu_\varphi$  (eng. curvature ductility coefficient of the cross-section) se izračunava preko izraza

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_{ult}}{\varphi_y}$$

$$\varphi_{ult} = \min. (\varphi_{15\%}; \varphi_{u,c}; \varphi_{u,s}); \varphi_{ult.} = 0.0000014 \text{ mm}^{-1}; \varphi_y = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$$

$$\varphi_y = M_{Rd}/M_y \times \varphi_{y'}$$

za kombinaciju djelovanja ULS-2 iznosi

$$\mu_\varphi = \varphi_{ult} / (M_{Rd}/M_y \times \varphi_{y'}) = 0.0000014 / (94013.8 / 91852 \times 0.0000010)$$

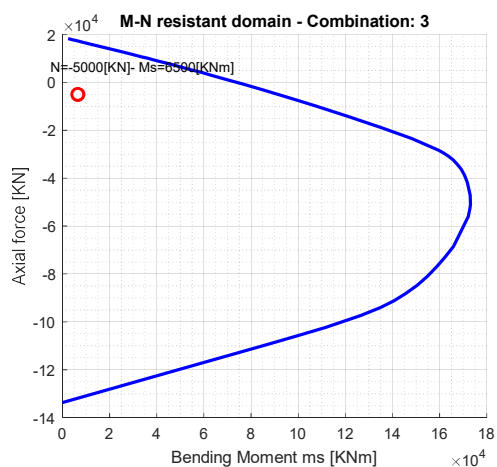
$$\mu_\varphi = 1.367$$

Koeficijent duktilnosti poprečnog presjeka za kombinaciju djelovanja ULS-2

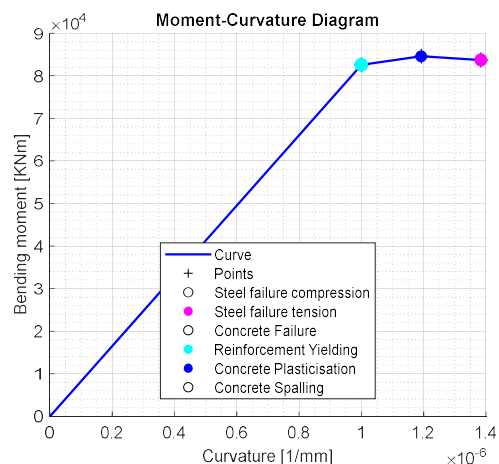
Slika 9. Rezultati proračuna duktilnosti poprečnog presjeka jezgre iz BiaxialPro 3.0 [10] za kombinaciju djelovanja ULS-2

Markić, R., Kustura, M., Jurišić, M.

## Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka



M-N dijagram za kombinaciju djelovanja ULS-3



M-φ dijagram za kombinaciju djelovanja ULS-3

$$\varepsilon_{c,min.} = -0.0023784$$

minimalna vrijednost deformacije betona

$$\varepsilon_{s,min.} = -0.0023248$$

minimalna vrijednost deformacije armaturnog čelika

$$\varepsilon_{s,max.} = -0.0101793$$

maksimalna vrijednost deformacije armaturnog čelika

$$\varphi_{(s-yie)} = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$$

zakrivljenost poprečnog presjeka pri točki popuštanja armaturnog čelika

$$M_{(s-yie)} = 82567.9 \text{ kNm}$$

moment savijanja pri točki popuštanja armaturnog čelika

$$\varphi_{(c-plast)} = 0.0000012 \text{ mm}^{-1}$$

zakrivljenost poprečnog presjeka pri točki popuštanja betona u tlaku

$$M_{(c-plast)} = 84574.8 \text{ kNm}$$

moment savijanja pri točki popuštanja betona u tlaku

$$\varphi_{(Ult)} = 0.0000014 \text{ mm}^{-1}$$

granična zakrivljenost poprečnog presjeka

$$M_{(Ult)} = 83718.1 \text{ kNm}$$

granični moment savijanja poprečnog presjeka

$$\varphi_y = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$$

min. zakrivlj. pri točki popuštanja (s-yield) / točka plastifikacije (c-plast)

$$M_y = 82567.9 \text{ kNm}$$

min. mom. savij. pri točki popuš. (s-yield) / točka plastifikacije (c-plast)

$$N_{Ed} = -5000.0 \text{ kNm}$$

proračunska uzdužna sila od kombinacije ULS-3 (- tlak)

$$M_{Rd} = 91334.6 \text{ kNm}$$

granični moment savijanja pri odgovarajućoj veličini uzdužne sile  $N_{Ed}$ 

$$\varphi_{y'} = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$$

ekvivalentna zakrivljenost presjeka pri popuštanju (u ovom primjeru odgovara vrijednosti popuštanja čelika)

Koeficijent duktilnosti poprečnog presjeka preko zakrivljenosti  $\mu_\varphi$  (eng. curvature ductility coefficient of the cross-section) se izračunava preko izraza

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_{ult}}{\varphi_y}$$

$$\varphi_{ult} = \min. (\varphi_{15\%}; \varphi_{u,c}; \varphi_{u,s}); \varphi_{ult} = 0.0000014 \text{ mm}^{-1}; \varphi_y = 0.0000010 \text{ mm}^{-1}$$

$$\varphi_y = M_{Rd}/M_y \times \varphi_{y'}$$

za kombinaciju djelovanja ULS-3 iznosi

$$\mu_\varphi = \mu_\varphi = \varphi_{ult} / (M_{Rd}/M_y \times \varphi_{y'}) = 0.0000014 / (91334.6 / 82567.9 \times 0.0000010)$$

$$\mu_\varphi = 1.265$$

Koeficijent duktilnosti poprečnog presjeka za kombinaciju djelovanja ULS-3

Slika 10. Rezultati proračuna duktilnosti poprečnog presjeka jezgre iz BiaxialPro 3.0 [10] za kombinaciju djelovanja ULS-3

Markić, R., Kustura, M., Jurišić, M.

## Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka

### 3. ZAKLJUČAK

Proračun armiranobetonskih jezgri u građevinama se preporuča analizirati kao jedinstveni složeni poprečni presjek. Pri tome je nužno koristiti adekvatne numeričke modele (računalne programe) koji omogućavaju praćenje ponašanja takvog složenog poprečnog presjeka pri istovremenom djelovanju uzdužne sile i momenata savijanja u oba smjera. Proračunska analiza mora obuhvatiti proračun nosivosti i proračun naponsko-deformacijskog stanja za proizvoljnu ravninu deformacije poprečnog presjeka. Proračun koeficijenta duktilnosti preko zakrivljenosti presjeka  $\mu_\phi$  (eng. curvature ductility coefficient of the cross-section) prema EN 1998-1 [3], dio 5.2.3.4. je jedan od najbitnijih pokazatelja da li je armiranobetonska konstrukcija za djelovanja uslijed potresa konstruirana sa zahtijevanom sigurnošću.

Kontrole lokalne duktilnosti složenih armiranobetonskih poprečnih presjeka sa proizvoljnim položajem armature preporuča se provoditi u jednom od programskih rješenja kao što je BiaxialPro 3.0 [10].

Proračunskim primjerom je pokazana mogućnost primjene računalnog programa BiaxialPro 3.0 [10] na proračunu složene betonske jezgre sa unaprijed poznatim položajem armature.

Neki autori su za proračun koeficijenta duktilnosti presjeka preporučili i računalni program SAP2000 v24.0.0., modul Section Designer [11] gdje su analizirali i proračunavali duktilnosti složenog presjeka.

Pri odabiru dimenzija zidova složenih poprečnih presjeka treba voditi računa o problematici lokalne i globalne nestabilnosti. Više o tome se može pronaći u radu [12].

Preporuka je voditi se smjernicama norme EN 1998-1 [3] za odabir dimenzije debljine zidova. Dio 5.4.1.2.3 norme EN 1998-1 [3] daje zahtjeve za duktilne zidove gdje se navodi da debljina hrpta,  $b_{w0}$  (u metrima) treba zadovoljiti izraz:  $b_{w0} \geq \max \{0, 15; h_s / 20\}$ , gdje je  $h_s$  svijetla visina kata u metrima. Preporuka je ograničiti i tlačna naprezanja u betonu prema odredbama normi. Količina i položaj armature u poprečnom presjeku, način ovijanja sponama te odabir klase betona uvelike utječe na nosivost i duktilnost.

### 4. LITERATURA

[1] FEMA P-695; Federal Emergency Management Agency (FEMA). Quantification of Building Seismic Performance Factors. Applied Technology Council (ATC):Washington, DC, USA, 2009.

[2] Nastri, E.; Pisapia, A. Performance-Based Seismic Design. Appl. Sci. 2025, 15, 2254. <https://doi.org/10.3390/app15052254>

[3] Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance-Part 1 : General rules, seismic actions and rules for buildings (EN 1998-1:2004).

[4] Radnic, R.; Markic R.; Grgic N.; Čubela D. New approach for Ductility analysis of partially prestressed concrete girders. Structural Engineering and Mechanics. Volume 70, Number 3, May10 2019 , pages 257-267.

[5] Abdelrahman A.A., Tadro G. and Rozkalla S.H. Test model for the first Canadian smart highway bridge. ACI structural Journal 1995;92(4):451-458.

[6] Tan D.B., Delpak R. and Davies P. Ductility and deformability of fibre-reinforced polymer strengthened reinforced beams. Proceedings of the Institution of civil engineers: Structures and Buildings 2005, 157(1):13-30.

[7] Park R. and Paulay T. Reinforced structures. Canada 1975, John Wiley&Sons.

[8] Park R. Evaluation of ductility of structures and structural assemblages from laboratory testing. Bulletin of New Zeland national society for earthquake engineering 1989,22(3).

[9] Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1 : General rules and rules for buildings (EN 1992-1-1:2004).

[10] <https://www.struang.com/software-biaxialpro>

Markić, R., Kustura, M., Jurišić, M.

**Numerička analiza armiranobetonskih potresno otpornih složenih poprečnih presjeka**

---

[11] Čagalj, H., Kišiček, T., Uroš, M. (2025). Ductility of reinforced concrete walls with composite cross-sections, GRAĐEVINAR, 77 (7), 671-685

[12] Kožul, M., Džolan, A.: Stability of reinforced concrete walls under seismic load, e-Zbornik, Electronic collection of papers of the Faculty of Civil Engineering, 8(16), pp. 83-90., 2018.