

Izvorni znanstveni rad

UDK: 339.13.012

519.86

Datum primitka članka u uredništvo: 14. 10. 2025.

Datum slanja članka na recenziju: 15. 10. 2025.

Datum prihvaćanja članka za objavu: 25. 11. 2025.

Izv. prof. dr. sc. Tomislav Herceg*

OBJEDINJENI PRISTUP ANALIZI DIFERENCIRANIH OLIGOPOLA

UNIFIED APPROACH TO THE ANALYSIS OF DIFFERENTIATED OLIGOPOLIES

SAŽETAK: Cournotov model oligopola u literaturi može se objedinjeno promatrati sa Stackelbergovim modelom, kartelom, savršenom konkurencijom i monopolom, no cjenovni oligopoli, homogeni ili diferencirani, do sada nisu analizirani objedinjeno s drugim tržišnim strukturama u jednom grafičkom prikazu. U ovom radu pokazuje se kako standardni način prikaza Bertrandova i Hotellingova (Bertrandov model s diferenciranim cijenama) modela nije adekvatan jer bi se trebao prikazivati u određenom okviru, a ne u prvom kvadrantu, jer model indirektno definira granice postojanja tržišta. Nadalje, ravnoteže u monopolu, savršenoj konkurenciji, Hotellingovoj i Bertrandovoj ravnoteži te točkama cjenovnog vodstva može se promatrati objedinjeno u deltoidnoj formi te jednostavno pokazati kako se lako prelazi iz različitih oblika tržišnih struktura, na način kakav u literaturi još nije prikazan.

KLJUČNE RIJEČI: Bertrandova ravnoteža, Hotellingova ravnoteža, monopol, model cjenovnog vodstva, savršena konkurencija

JEL KLASIFIKACIJA: L11, L13, D43

ABSTRACT: The Cournot oligopoly model in the literature can be observed together with the Stackelberg model, cartel, perfect competition and monopoly, but price oligopolies, homogeneous or differentiated, have not been analyzed together with other market structures in a single graphic representation. This paper shows that the standard way of presenting the Bertrand and Hotelling (Bertrand model with differentiated prices) models is inadequate because it should be presented in a specific box, and not in the first quadrant, because the model indirectly defines the boundaries of the existence of the market. Furthermore, the equilibria in monopoly, perfect competition, Hotelling and Bertrand model and price leadership model can be observed jointly in a deltoid form and in a simple way

* Izv. prof. dr. sc. Tomislav Herceg, Ekonomski fakultet – Zagreb, Trg J. F. Kennedyja 6, 10 000 Zagreb

showing how easy it is to switch between different forms of market structures, in a way that has not yet been presented in the literature.

KEYWORDS: Bertrand equilibrium, Hotelling equilibrium, monopoly, price leadership model, perfect competition

JEL CLASSIFICATION: L11, L13, D43

1. UVOD

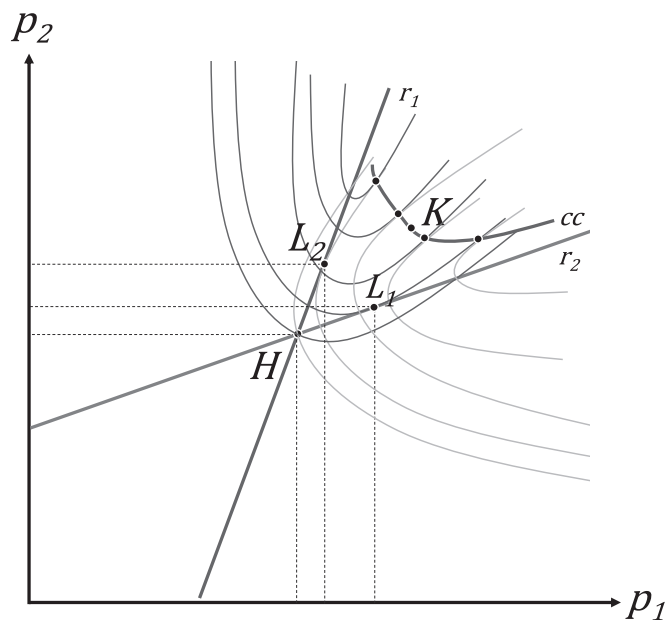
Bertrandov model s diferenciranim proizvodima jedan je od temeljnih modela industrijske organizacije koji se koristi za analizu cjenovne konkurencije među tvrtkama koje nude sličnu, ali ne i identičnu robu. Ključna značajka ovog modela jest da tvrtke istovremeno biraju cijene, uzimajući u obzir preferencije potrošača za diferencijaciju proizvoda, što utječe na njihove obrasce supstitucije. Za razliku od inicijalnog Bertrandova modela, koji analizira homogene proizvode, uvedenog 1883. godine, gdje proizvođači, u konačnici, završavaju u točki koja je Nashova stabilna ravnoteža, a koja je ujedno i savršeno konkurentna, uvođenje diferencijacije proizvoda dovodi do toga da cijene premašuju granične troškove (Tirole, 1988). Međutim, ni originalni Bertrandov model nije prvi oligopolski model.

1.1. Cournotov model i vezani modeli pravih oligopola

Oligopolska tržišna struktura jedna je od najistraživanijih tržišnih struktura u mikroekonomskoj teoriji. Prvi pravi model oligopola izložio je Antoine Augustin Cournot 1838. godine. Taj model počiva na tržišnom nadmetanju nekoliko poduzeća. Ta se poduzeća nadmeću proizvedenim količinama homogenoga dobra bez suradnje i bez prednosti u planiranju, odnosno bez poznavanja reakcije konkurenta. Tijekom vremena, narušavanjem jedne ili više ovih pretpostavki, razvijani su drugi oblici oligopolskih modela, poput Stackelbergova modela vođe, modela kartela i ostalih neoligopolskih tržišnih struktura. Tijekom dugog niza godina, razrađene su poveznice tih modela i Cournotova modela: u Cournotovu modelu s dvama sudionicima profitne su funkcije pozitivne i za poduzeće 1 i za poduzeće 2 u zoni bijeloga trokuta (Slika 1.). Izvan toga područja tržište ne postoji (sivo), no unutar njega javljaju se brojne varijante tržišnoga (među)djelovanja.

u njemu sudjeluju samo dva poduzeća. Jedino što omogućava pomak iznad nultog profita, a da to nije suradnja s konkurentom, jest diferencijacija proizvoda.

Bertrandov model s diferenciranim proizvodima prvi je proučavao Harold Hotelling pa se takva inačica modela ponekad naziva i Hotellingovim modelom (Nechyba, 2011). Taj je model mnogo sličniji prvom analiziranom modelu oligopola – Cournotovu modelu (Slika 2.). Naime, uvođenjem proizvodne diferencijacije omogućava se postizanje Nashove ravnoteže pri pozitivnim profitima, za razliku od Bertrandova iscrpljujućeg cjenovnog rata.



Slika 2. Hotellingov model i njegove poveznice s kartelom i modelom cjenovnog vodstva

Hotellingov model proučavan je i u opcijama u kojima se narušavaju određene pretpostavke, poput prednosti o planiranju i nesuradnji. Prva je dovela do modela cjenovnog vodstva (točke L_1 i L_2), a potonja do formiranja suradnje duž ugovorne krivulje cc , ali bez jasnog određivanja kartelske točke. Međutim, u ekonomskoj literaturi cjenovne oligopole nije se nastojalo prostorno ograničiti i povezati s neoligopolskim tržišnim strukturama, kao što je to učinjeno kod pravih oligopola (Slika 1.). Stoga će se u ovom radu predložiti drugačiji način promatranja cjenovnih oligopola, upotpunjen vezama s krajnjim tržišnim strukturama i granicama egzistencije tržišta.

2. PREGLED LITERATURE

Bertrandov model, jedan od polazišnih koncepata u industrijskoj organizaciji, opisuje cjenovnu konkurenciju među tvrtkama koje nude vrlo slične ili identične proizvode. Međutim, kada se uvede diferencijacija proizvoda, implikacije modela znatno se mijenjaju. U svojoj klasičnoj formulaciji, Bertrandov model implicira da će s homogenim proizvodima i određivanjem cijena prema graničnim troškovima, čak i duopol dovesti cijene do graničnih troškova, eliminirajući profit, izjednačujući konkurentsku i Nashovu ravnotežu (Singh

i Vives, 1984). Uključivanje diferencijacije proizvoda ublažava ovaj paradoks, omogućujući pozitivne marže i stabilne ravnoteže. Kako tvrtke diferenciraju svoje proizvode, bilo horizontalno ili vertikalno, suočavaju se s neelastičnijom krivuljom potražnje, što čini cjenovnu konkurenciju manje intenzivnom i omogućuje ostvarivanje ekonomske dobiti (Häckner, 2000; Caprice, 2012).

Nedavna istraživanja značajno su proširila primjenu Bertrandova modela, posebno u okruženjima mješovite konkurencije, prostornim kontekstima i tržištima s regulatornim nadzorom. Long i Zheng (2025) ispitali su dinamičku složenost u Stackelberg-Bertrandovu okruženju s jednosmjernim prelijevanjem istraživanja i razvoja te otkrili da niske razine diferencijacije proizvoda pogoršavaju volatilitet cijena i kaotično ponašanje, dok veća diferencijacija poboljšava stabilnost ravnoteže. Dalla (2025) je primijenio Cournot-Bertrandov hibridni model na bankarski sektor, pokazujući da diferencijacija proizvoda, u kombinaciji s regulatornim ograničenjima, utječe na sistemsku stabilnost i ponašanje banaka u preuzimanju rizika. Ovaj rad naglašava ulogu struktura konkurencije na financijskim tržištima, gdje diferencijacija proizlazi iz kvalitete usluge i prilagodbe financijskih proizvoda.

Prostorni modeli konkurencije također su integrirali Bertrandove pretpostavke s diferenciranim proizvodima. Zhou (2025) je koristio prostorni autoregresivni okvir za opis ponašanja cijena u regionalnim oligopolima, otkrivajući značajne međuovisnosti u strategijama cijena tvrtki na temelju geografske blizine i distribucije potrošača. Slično tome, Siebert i Zhou (2024) koristili su tržišta nekretnina kao empirijsku osnovu za prostorno Bertrandovo modeliranje, ističući kako lokalizirana tržišna moć utječe na ravnotežne cijene u diferenciranim ponudama nekretnina.

Drugi smjer istraživanja istražuje neizvjesnost potražnje i povlaštene informacije unutar Hotellingova (diferenciranog Bertrandova) modela. Rahman i Taha (2025) razvili su model duopola koji uključuje povlaštene informacije u neizvjesnim uvjetima potražnje i pokazali da se strategije određivanja cijena i očekivani profiti tvrtki značajno razlikuju na temelju informacijske asimetrije i stupnja diferencijacije. Elexpuru i De la Fuente (2024) proširili su ovu analizu na tržišta obrade plaćanja, ukazujući na to da diferencijacija proizvoda pruža strateški put za održavanje dosluha u Bertrandovim okruženjima, gdje bi standardne pretpostavke inače predviđjele agresivnu cjenovnu konkurenciju.

Implikacije spajanja i unakrsnog vlasništva na diferenciranim tržištima proizvoda pomno je ispitao Mukherjee (2025), koji je usporedio Cournotove i Bertrandove okvire. Njegovi nalazi sugeriraju da spajanja mogu biti manje korisna – ili čak štetna – u Bertrandovim okruženjima s visokim stupnjem zamjenjivosti proizvoda zbog pojačane cjenovne konkurencije. Dutta, Ghosh i Ray (2024) istražili su ulogu javno-privatnog vlasništva na Bertrandovim mješovitim tržištima i izrazili zabrinutost zbog potencijalnih gubitaka učinkovitosti unatoč dobitima u dobrobiti potrošača u specifičnim regulatornim uvjetima.

Primjene Bertrandove teorije temeljene na slučajevima s diferencijacijom proizvoda također su sveprisutnije. Ghabon (2025) je analizirao kenijsko tržište proizvodnje sjemena koristeći Bertrandov okvir i otkrio da razlike u kvaliteti usluge i brendiranju omogućuju moć određivanja cijena unatoč koncentraciji tržišta. Piletto (2024), u studiji slučaja lansiranja modela Alfa Romeo Junior, ilustrirao je kako se diferencirane strategije brendiranja usklađuju s Bertrandovom logikom određivanja cijena, posebno u kontekstu luksuzne robe.

Matsumura i Wang (2025) dodali su okomitu dimenziju analizirajući strukture trži-

šta proizvodnih čimbenika u ulančanim oligopolima, pokazujući kako Bertrandova konkurencija na tržištima čimbenika može dovesti do zajedničkog vlasništva koje povećava blagostanje ako ponuda proizvoda ostane konkurentna. Ovi uvidi premošćuju jaz između horizontalne diferencijacije proizvoda i okomite industrijske organizacije, naglašavajući širu primjenjivost Bertrandova okvira.

Ključni teorijski doprinosi i dalje utječu na usmjeravanje empirijskog i politički relevantnog rada. Anderson i Renault (2003) dali su granice gubicima učinkovitosti u Bertrandovoj konkurenciji s diferenciranim dobrima, dok su Kreps i Scheinkman (1983) tvrdili kako ograničenja kapaciteta u Bertrandovoj konkurenciji mogu dovesti do ishoda sličnih Cournotovima. Armstrong (2006) je proširio teoriju na povezana tržišta, pokazujući kako diferencijacija i međuovisnost cijena utječu na platforme poput digitalnih medija i financijskih mreža.

U komparativnim kontekstima, Hotellingov model i dalje služi kao mjerilo za analizu strateškog ponašanja tvrtki, regulatornog dizajna i ishoda tržišne strukture. Kao što je prikazano u navedenim studijama, diferencijacija ublažava intenzitet cjenovne konkurencije, održava profitabilnost tvrtki i omogućuje raznoliku dinamiku ravnoteže koja je više u skladu s opažanjima iz stvarnog svijeta nego što bi to sugerirao klasični Bertrandov paradoks. Naravno, sve to nauštrb potrošača. Ukratko, Hotellingov model ostaje ključan alat za razumijevanje složenog konkurentskog ponašanja. Napredak u teorijskom modeliranju, nadopunjen empirijskim istraživanjima, pruža dublji uvid u funkcioniranje tržišta u različitim sektorima.

3. MODEL I NJEGOVE GRANICE

Osnovni Hotellingov model duopola, odnosno Bertrandov model s diferenciranim proizvodima, ima jednostavne pretpostavke: dva poduzeća prodaju dva slična proizvoda, ne surađuju, nemaju prednosti u planiranju i uzimaju poteze konkurenta kao dane. Potražnje za proizvodima tih poduzeća, zbog jednostavnosti analize, simetrične su i prikazane jednadžbama (1) i (2).

$$q_1 = -ap_1 + bp_2 + d \quad (1)$$

$$q_2 = -ap_2 + bp_1 + d. \quad (2)$$

Granični su troškovi obaju poduzeća konstantni i jednaki c , a fiksni troškovi ne postoje (čak i da postoje, rješenja bi bila ista, ali bi analiza bila algebarski složenija). S obzirom na to da se pretpostavlja kako vrijedi zakon potražnje te kako su proizvodi supstituti, koeficijenti a i b pozitivni su realni brojevi (Nechyba, 2011).

Svako poduzeće maksimizira profit uzimajući odluke konkurenta kao dane. Poduzeća ne surađuju i nemaju povlaštenih informacija ni alata kojima bi mogli ostvariti prednost u odnosu na konkurenta. Tada su njihovi profiti jednaki:

$$\pi_1 = (-ap_1 + bp_2 + d)(p_1 - c) \quad (3)$$

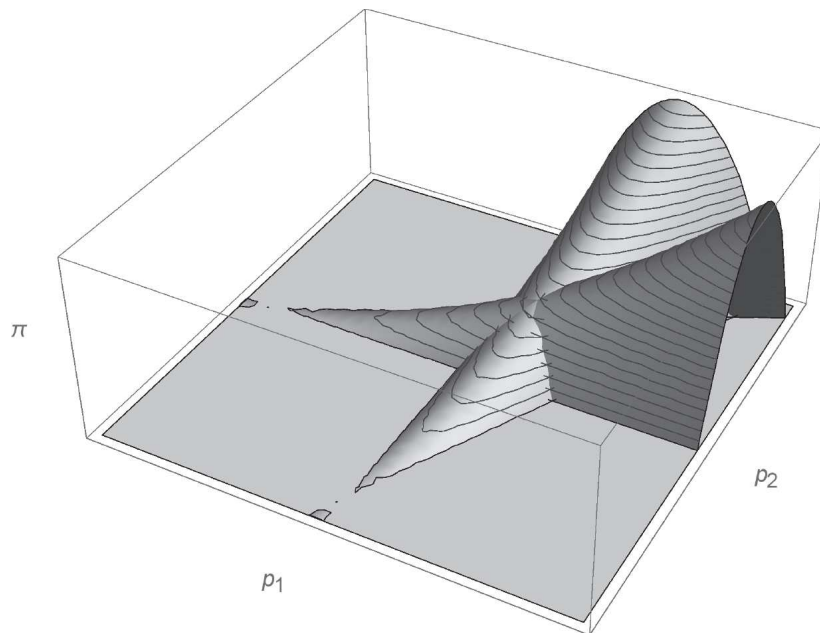
$$\pi_2 = (-ap_2 + bp_1 + d)(p_2 - c). \quad (4)$$

Trodimenzionalni graf funkcija profita (3) i (4) prikazan je na Slici 3.

Maksimizirajući profit i uzimajući kao jedinu varijablu odluke vlastitu cijenu, a konkurentovu cijenu kao danu, dobivaju se jednadžbe (5) i (6):

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = -2ap_1 + bp_2 + d + ac = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = -2ap_2 + bp_1 + d + ac = 0. \quad (6)$$



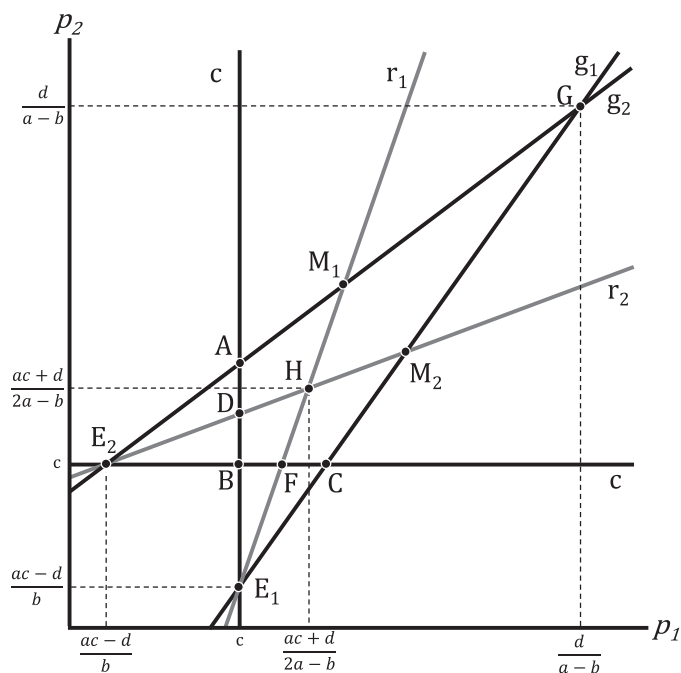
Slika 3. Profitne funkcije u Hotellingovu modelu duopola

Iskazujući vlastitu cijenu kao funkciju konkurentove, dane cijene, dobivaju se reakcijske krivulje r_1 i r_2 , odnosno jednadžba (7):

$$\begin{cases} r_1: p_1 = \frac{b}{2a} p_2 + \frac{d+ac}{2a} \\ r_2: p_2 = \frac{b}{2a} p_1 + \frac{d+ac}{2a} \end{cases} \quad (7)$$

Sjecište reakcijskih krivulja jest točka u kojoj svako poduzeće maksimizira profit pri danoj konkurentovoj cijeni, a zbog prirode modela nitko ne može popraviti svoju situaciju bez promjene odluke konkurenta, što je definicija Nashove ravnoteže. Ovakva ravnoteža najčešće se naziva Bertrandovom ravnotežom, no kako je osnovni Bertrandov model pretpostavio homogene proizvode, u literaturi se često takva ravnoteža naziva Hotellingovom ravnotežom, jer je Hotelling uveo diferencirani proizvod u Bertrandov model (Nechyba, 2020; Tirole, 1988). Ova se ravnoteža dobiva rješavanjem sustava jednadžbi (7):

$$H\left(\frac{ac+d}{2a-b}, \frac{ac+d}{2a-b}\right). \quad (8)$$



Slika 4. Hotellingov deltoid

Na Slici 4. prikazane su reakcijske krivulje r_1 i r_2 , a Hotellingova točka označena je s H . Pravac c predstavlja granični trošak koji je konstantan.

3.1. Granice Hotellingova modela

U literaturi je ustaljeno prikazivanje gotovo svih dvodimenzionalnih ekonomskih modela u prvom kvadrantu Euklidove ravnine. Tek u ponekim slučajevima koji diskutiraju opću ravnotežu ekonomski se modeli prikazuju u prostoru ograničenom odozdo i odozgo. Primjer za to jest Edgeworthova kutija, pravokutnik pomoću kojega se proučava opća ravnoteža i pomoću kojeg se izvodi ugovorna krivulja u potrošnji i u proizvodnji.

Ovaj rad nastoji promijeniti pristup analizi Hotellingova modela omeđujući prostor u kojemu se događa interakcija. Prvi korak za to jest konceptualno odrediti kada duopol prestaje biti duopol i postaje monopol. To je situacija u kojoj konkurent nestaje, tj. kada je količina proizvodnje konkurentskog poduzeća svedena na nulu. Istovremeno, to je rub opstanka konkurentskog poduzeća. Stoga će granica smislene analize (g_i) za poduzeće 1 biti ondje gdje je $q_1 = 0$, a za poduzeće 2 (g_2) ondje gdje je $q_2 = 0$. Naime, izvan tih granica profit toga poduzeća jest 0, a konkurentsko poduzeće postaje monopolist:

$$\begin{cases} g_2: 0 = -ap_2 + bp_1 + d \Rightarrow p_2 = \frac{b}{a}p_1 + \frac{d}{a} \\ g_1: 0 = -ap_1 + bp_2 + d \Rightarrow p_1 = \frac{b}{a}p_2 + \frac{d}{a} \end{cases} \quad (10)$$

Sjecište granica 1 i 2 određuje točku G , u kojoj, zbog visine cijena, tržište prestaje postojati. To je točka nestanka obaju poduzeća, a za to je potrebno riješiti sustav (10):

$$G\left(\frac{d}{a-b}, \frac{d}{a-b}\right). \quad (11)$$

Pravci g_2 i horizontala c određuju granice unutar kojih poduzeće 2 opstaje, a r_2 je pravac koji prolazi posred toga prostora predstavljajući hrbat profitne funkcije, odnosno najviši mogući profit koji poduzeće može ostvariti uz konkurentove cijene. Pravci g_1 i vertikalna c omeđuju prostor u kojemu poduzeće 1 opstaje, a sredinom toga prostora prolazi pravac r_1 , koji predstavlja profitno maksimizirajuću reakciju poduzeća 1 s obzirom na objavljenu cijenu poduzeća 2. Preklapajući ta dva prostora, dobiva se deltoid $ABCG$ (bijela površina na Slici 4.) s vrhom G . Ta točka određuje najvišu točku postojanja tržišta. To je točka u kojoj su cijene toliko visoke da potrošači radije odustaju od tih proizvoda, iako nemaju alternative.

3.2. Savršeno konkurentske točke u Hotellingovu modelu

Donja granica postojanja poduzeća u savršenoj konkurenciji jest granični trošak c . Sjecište horizontale c i vertikale c predstavlja točku u kojoj su cijene obaju poduzeća jednake graničnom trošku, a to je Bertrandova točka, u kojoj su količine savršeno konkurentne. U slučaju kada postoje oba poduzeća, ta točka predstavlja krajnju donju granicu egzistencije toga duopolskog tržišta. Međutim, ideja ovoga rada bila je pokazati ne samo zonu interakcije već i situacije u kojima samo jedno poduzeće opstaje.

Zona egzistencije prvoga poduzeća određena je vertikalom c , jer je u tom slučaju cijena jednaka graničnom trošku pa je profit 0, i granici g_1 , jer je tada količina koju to poduzeće nudi jednaka 0 pa je profit opet 0. Uvrštavanjem vrijednosti c umjesto cijene p_1 u granicu tvrtke 1, dobiva se točka E_1 :

$$\begin{cases} p_1 = \frac{b}{a}p_2 + \frac{d}{a} \\ p_1 = c \end{cases} \Rightarrow p_2 = \frac{ac-d}{b} \Rightarrow E_1\left(c, \frac{ac-d}{b}\right). \quad (12)$$

Uvrštavanjem vrijednosti dobivene u jednadžbi (12) u reakcijsku krivulju r_1 , dobiva se:

$$p_1 = \frac{b}{2a} \cdot \frac{ac-d}{b} + \frac{d+ac}{2a} = c. \quad (13)$$

Time je potvrđeno da kroz točku E_1 prolazi i reakcijska krivulja r_1 . Značenje ovog rezultata jest sljedeće: poduzeće 1 ne može eliminirati poduzeće 2 čak ni kada bi spustilo cijenu na razinu c . Ono bi moralo spuštati cijenu sve do razine $p_2 = \frac{ac-d}{b}$ kako bi eliminiralo profit poduzeća 2, a tada bi ono samo bilo u značajnom gubitku jer bi bilo udaljeno $\overline{BE_1}$ od vlastita pozitivnog profita. To je posljedica činjenice kako su ta dva proizvoda diferencirana. To ukazuje na to da, čim je diferencijacija veća, teže je nauditi konkurentu. Drugim riječima, nema bolje zaštite od cjenovnog rata od diferencijacije proizvoda: time poduzeće ne samo da zadržava pozitivan profit već i iscrpljuje konkurenta, koji mora biti u zoni gubitka.

Drugi zaključak koji se nameće iz ovoga nalaza jest i taj kako poduzeće koje ostaje

samo na tržištu ne može egzistirati ispod točke E_1 te ta točka predstavlja stanje u kojemu poduzeće koje je jedino na tržištu (monopolist) prestaje biti profitabilno. Ta je točka značajna u slučaju regulacije monopola kako se regulirana cijena ne bi spuštala ispod te razine jer bi uzrokovala nestanak cjelokupnog tržišta. Na simetričan se način može zaključiti i o egzistenciji poduzeća 2.

3.3. Monopolističke točke u Hotellingovu modelu

Druga je krajnost oligopola situacija u kojoj jedino preostalo poduzeće na tržištu nastoji ostvariti monopolisku poziciju i zarade koje ta pozicija nudi. U Hotellingovu su modelu profitne funkcije rastuće funkcije cijena, no primjenjujući granice egzistencije modela (g_1 i g_2), najveći se profit dobiva u točkama M_1 , odnosno M_2 , ovisno o tome koje je poduzeće ostalo samo na tržištu. Stoga se za dobivanje monopolističke točke poduzeća 1 treba riješiti sustav (14):

$$\begin{cases} r_1: p_1 = \frac{b}{2a}p_2 + \frac{d+ac}{2a} \\ g_2: p_2 = \frac{b}{a}p_1 + \frac{d}{a} \end{cases} \Rightarrow M_1 \left(\frac{a^2c+ad+bd}{2a^2-b^2}, \frac{abc+2ad+bd}{2a^2-b^2} \right). \quad (14)$$

Rješenje za M_2 je simetrično:

$$\begin{cases} r_2: p_2 = \frac{b}{2a}p_1 + \frac{d+ac}{2a} \\ g_1: p_1 = \frac{b}{a}p_2 + \frac{d}{a} \end{cases} \Rightarrow M_2 \left(\frac{abc+2ad+bd}{2a^2-b^2}, \frac{a^2c+ad+bd}{2a^2-b^2} \right). \quad (15)$$

Time je obavljen cjelokupni prostor međudjelovanja.

4. ZAKLJUČAK

Hotellingov je model u znanstvenoj literaturi prikazan kao model bez gornje granice, za razliku od Cournotova modela. Nadalje, Cournotov je model analiziran u vezi s drugim oligopolskim i neoligopolskim tržišnim strukturama, dok je Hotellingov model povezan isključivo s modelom cjenovnog vodstva i pregovaranjem u kartelu. Međutim, ne postoji cjelokupni integrirani način promatranja cjenovnih oligopola kako je to prisutno za prave oligopole. Ovim se radom nastoji popuniti ta praznina.

U ovom se radu nudi jedinstven prikaz prostora postojanja tržišne interakcije cjenovnih oligopola te identifikacija gornje i donje granice formirajući svojevrstan deltoid, po uzoru na trokut međudjelovanja u Cournotovu modelu ili na Edgeworthovu kutiju, odnosno pravokutnik u analizi opće ravnoteže.

Nadalje, pronalazi se Bertrandova točka, koja predstavlja donju granicu prostora međudjelovanja, naspram uobičajene prakse označavanja samo Hotellingove točke. Osim toga, prikazane su i savršeno konkurentne točke za oba poduzeća, a koje pokazuju kako je, u slučaju proizvodne diferencijacije, konkurentu vrlo skupo eliminirati konkurenta iz tržišne igre, na štetu vlastita velika gubitka. I konačno, pokazane su točke u kojima jedno, odnosno drugo poduzeće postaje monopolist. Time je zaokružen prikaz cjenovnih oligopola kako je

to učinjeno za prave oligopole, te dajući granice međudjelovanja i poveznice na ekstremne tržišne strukture: monopol i savršenu konkurenciju.

U budućim bi se istraživanjima trebalo egzaktnije prikazati ugovornu krivulju i pokazati gdje bi kartelska točka bila u odnosu na monopolsku točku. Konačno, trebalo bi prikazati pod kojim se uvjetima točke cjenovnoga vodstva nalaze u prostoru međudjelovanja i je li cjenovno vodstvo uopće moguće s obzirom na gornje granice modela, odnosno deltoid (Slika 3.), u kojemu se interakcija odvija.

Analiza učinjena u ovom radu jest statička. Buduća istraživanja trebala bi uključiti vremenske prilagodbe, uz eventualnu primjenu evolucijske teorije igara, kako bi se testirala dugoročna stabilnost ravnoteže. U tom bi se novom, dinamičkom okviru mogli modelirati različiti scenariji promjenjivih stupnjeva diferencijacije, a koje je ovim teorijskim okvirom lako odrediti omjerom parametara a i b u osnovnom modelu.

Nadalje, ova analiza otvorila je i mogućnosti primjene ovoga modela u interakcijama na određenim tržištima, poglavito u segmentu koji se ubrzano razvija pod utjecajem razvojnih projekata Europske unije koji potiču digitalizaciju. I konačno, u radu se implicira kako je skupo postati i ostati monopolist. Bilo bi zanimljivo vidjeti kako se mijenja trošak održanja monopola ako se mijenja stupanj diferencijacije.

LITERATURA

1. Anderson, S. P. i Renault, R. (2003). Efficiency and surplus bounds in Cournot and Bertrand games. *Journal of Economic Theory*, 113(2), str. 253-264. Dostupno na: [https://doi.org/10.1016/S0022-0531\(03\)00076-5](https://doi.org/10.1016/S0022-0531(03)00076-5)
2. Armstrong, M. (2006). Competition in two-sided markets. *RAND Journal of Economics*, 37(3), str. 668-691. Dostupno na: <https://doi.org/10.1111/j.1756-2171.2006.tb00038.x>
3. Caprice, S. (2012). Bertrand competition with vertically differentiated products. *Economics Letters*, 114(1), str. 132-134. Dostupno na: <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2011.08.012>
4. Dalla, E. (2025). Regulatory impacts on banking behavior & financial stability: Insights from a mixed-oligopoly model. *International Advances in Economic Research*, 31(2), str. 123-135. Dostupno na: <https://doi.org/10.1007/s11294-025-09932-6>
5. Dutta, P., Ghosh, A. i Ray, T. (2024). *(When) are mixed markets good for consumers?*. SSRN Working Paper. Dostupno na: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=5037524
6. Elempuru, G. E. i De la Fuente, I. V. (2024). Collusion in payment processing market with differentiated goods. *Studies of Applied Economics*, 42(3), str. 211-229. Dostupno na: <https://ojs.ual.es/ojs/index.php/eea/article/view/9911>
7. Ghabon, Y. K. (2025). Assessment of Bertrand model: A case study of Kenya seed and Western seed company. *Journal of Research and Innovation in Social Science*, 9(15), str. 600-607. Dostupno na: https://econpapers.repec.org/article/bcpjournal/v_3a9_3ay_3a2025_3ai_3a15_3ap_3a600-607.htm

8. Häckner, J. (2000). A note on price and quantity competition in differentiated oligopolies. *Journal of Economic Theory*, 93(2), str. 233-239. Dostupno na: <https://doi.org/10.1006/jeth.1999.2634>
9. Kreps, D. M. i Scheinkman, J. A. (1983). Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes. *Bell Journal of Economics*, 14(2), str. 326-337. Dostupno na: <https://doi.org/10.2307/3003638>
10. Long, J. i Zheng, S. (2025). Dynamic complexity of Stackelberg-Bertrand game with one-way R&D spillovers, effective information and government subsidies. *PLoS One*. Dostupno na: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0328071>
11. Matsumura, T. i Wang, X. H. (2025). Welfare improving common ownership in successive oligopolies: The role of the input market. *Canadian Journal of Economics*. Dostupno na: <https://doi.org/10.1111/caje.12751>
12. Mukherjee, A. (2025). Cross ownership versus merger under product differentiation. *Journal of Economics & Management Strategy*, 34(3), str. 450-468. Dostupno na: <https://doi.org/10.1111/jems.70000>
13. Nechyba, T. J. (2011). *Microeconomics – An Intuitive Approach with Calculus*. South-Western.
14. Piletto, V. (2024). *Alfa Romeo Junior: Launch and post-launch economic theories and strategies*. Master's thesis, Politecnico di Torino. Dostupno na: <https://webthesis.biblio.polito.it/32691/>
15. Rahman, F. i Taha, M. W. (2025). *Modeling a differentiated goods Bertrand duopoly under uncertain demand*. BRAC University Repository. Dostupno na: <https://dspace.bracu.ac.bd/handle/10361/26471>
16. Siebert, R. i Zhou, X. (2024). *The measurement of spatial competition: Evidence from the real estate market*. SSRN Working Paper. Dostupno na: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4991928
17. Singh, N. i Vives, X. (1984). Price and quantity competition in a differentiated duopoly. *The RAND Journal of Economics*, 15(4), str. 546-554. Dostupno na: <https://doi.org/10.2307/2555459>
18. Tirole, J. (1988). *The Theory of Industrial Organization*. MIT Press. Dostupno na: <https://doi.org/10.7551/mitpress/5441.001.0001>
19. Vrankić, I., Herceg, T. i Pejić Bach, M. (2021). Dynamics and stability of evolutionary optimal strategies in duopoly. *Central European Journal of Operations Research*, 29, str. 1001-1019. doi: 10.1007/s10100-020-00713-6
20. Zhou, X. (2025). *Essays on spatial econometric models*. Doctoral dissertation, Purdue University. Dostupno na: https://hammer.purdue.edu/articles/thesis/ESSAYS_ON_SPATIAL_ECONOMETRIC_MODELS/29614127