

Mr. sc. Ante Bukša  
Mr. sc. Predrag Kralj  
Visoka pomorska škola u Rijeci  
Studentska 2, Rijeka

Pregledni članak  
UDK: 621.833.61:629.5.03

## OPTEREĆENJE VIJENCA CENTRALNOG ZUPČANIK A S VANJSKIM OZUBLJENJEM PRI PLANETARNIM PRIJENOSIMA U BRODSKIM REDUKTORIMA

*U radu je prikazano opterećenje vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem pri planetarnim prijenosima, kada se izjednačenje opterećenja postiže pomoću zglobne konstrukcije preko dvostruke zubne spojke. Prikazan je i analiziran primjer proračuna vijenca ovog zupčanika pri planetarnom prijenosu s tri planetarna zupčanika. Da bi se mogao izračunati i prikazati moment savijanja, uzdužna sila i poprečna sila, koje djeluju u presjeku vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem, vijenac zupčanika zamjenjuje se ekvivalentnim glatkim prstenom.*

### 1. UVOD

Izjednačenje opterećenja pri planetarnim prijenosima, kao i pri prijenosu kada se planetarni nosač izvodi nepomičan (pseudoplanetarni prijenosi)<sup>1</sup>, može se postići radijalno slobodnim centralnim zupčanicom s vanjskim ili unutrašnjim ozubljenjem, planetarnim zupčanicom ili nosačem planeta [1 i 2]. U praksi je najčešća kombinacija s radijalno slobodnim centralnim zupčanicima, što se postiže pomoću zglobne [3, 4, 5 i 6] ili elastične konstrukcije [7 i 8]. Pomoću zglobne konstrukcije izjednačenje opterećenja postiže se radijalno slobodnim centralnim zupčanicima pomoću zubnih spojki. Rješenje za izjednačenje opterećenja radijalno slobodnim centralnim zupčanicom s vanjskim ozubljenjem, koje se postiže dvostrukom zubnom spojkom, koristi njemačka tvrtka BHS<sup>2</sup> za redukciju brzine vrtnje dizel-motora od 430 min<sup>-1</sup> na brzinu vrtnje broskog vijka od 114 min<sup>-1</sup> [4]. Isto rješenje za izjednačenje opterećenja centralnim zupčanicom s vanjskim ozubljenjem koristi engleska tvrtka *Allen Gears* za redukciju brzine vrtnje parne

<sup>1</sup> (grč. pseudos – laž) Kada se planetarni nosač izvodi nepomičan, ne radi se više o planetarnom prijenosu, nego o običnom zupčanom prijenosu s dijeljenjem ili spajanjem snage. Oberšmit [14] takav prijenosnik naziva planetarnim prijenosom sa suprotnim smjerom vrtnje pogonskog i gonjenog vratila.

<sup>2</sup> BHS – predstavlja njemačku tvrtku *Bayerische Berg-, Hutten-und Salzwerte AG*

trubine visokotlačnog dijela sa  $6000 \text{ min}^{-1}$  i niskotlačnog dijela s  $3500 \text{ min}^{-1}$  na brzinu vrtnje brodskog vijka od  $127 \text{ min}^{-1}$  [6]. Isto tako, to rješenje njemačka tvrtka *Renk* koristi za redukciju brzine vrtnje četverotaktnog MAN B&W dizel-motora snage  $12860 \text{ kW}$  ( $17500 \text{ KS}$ ) sa  $417 \text{ min}^{-1}$  na brzinu vrtnje brodskog vijka od  $137 \text{ min}^{-1}$  [9 i 10], te za redukcije brzine vrtnje pri pogonu generatora (alternatora) [11 i 12].

## 2. OPTEREĆENJA VIJENCA CENTRALNOG ZUPČANIK A S VANJSKIM OZUBLJENJEM

Kroz proračun karakterističnog primjera planetarnog prijenosa s tri planetarna zupčanika ( $k = 3$ ), pri izjednačenju opterećenja, pokazat će se opterećenje vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem. Planetarni prijenos od dizel-motora prima snagu  $P = 2500 \text{ kW}$  s ulazom brzine vrtnje  $n_1 = 430 \text{ min}^{-1}$ , gdje centralni zupčanik s unutrašnjim ozubljenjem miruje. Zupčani su parovi cilindrični s ravnim zubima, prijenosnim omjerom  $i = n_1/n_s = 4.05$ , brojem zubi  $z_1 = 40$  i pomakom profila  $x_1 m_n = x_3 m_n = 0$ . Izjednačenje opterećenja postiže se radialno slobodnim centralnim zupčanicima preko dvostruke zubne spojke uz pretpostavku da centralni zupčanik s vanjskim ozubljenjem ima oblik prema slici 1. Materijal centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem je Č 5420 (15CrNi6) s dinamičnom čvrstoćom u korijenu zuba  $\sigma_{F \text{ lim}} = 500 \text{ MPa}$ , uz minimalni faktor sigurnosti korijena zuba  $S_F = 1.7$  i odnos širine zuba  $\lambda = 15$ .

Da bi se mogla proračunati i prikazati unutrašnja opterećenja ( $M_\phi$ ,  $N_\phi$ , i  $Q_\phi$ ), koja djeluju u presjeku vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem (slika 1 (b)), potrebno je prije toga prema tablici 2. proračunati tangencijalnu sliku  $F_v$ , radijus zakrivljenosti  $\rho$ , krak tangencijalne sile  $H$  i širinu zupčanika  $b$ .

Minimalna je visina poprečnog presjeka vijence centralnih zupčanika  $h = (2-5) m_n$ , a zavisi od broja planetarnih zupčanika  $k$  i koeficijenta širine zupčanog vijenca  $\psi$  [13]. Taj se koeficijent prema tablici 1. za centralni zupčanik s vanjskim ozubljenjem može izračunati prema formuli  $\psi_1 = \frac{z_3}{z_1} \psi_3 \leq 0.75$ , s time da se prethodno izračuna vrijednost tog koeficijenta za centralni zupčanik s unutrašnjim ozubljenjem  $\psi_3 = b_3/d_3$ . Uvrštavanjem apsolutne vrijednosti iz tablice 2. za  $b_3$ ,  $d_3$ ,  $z_3$  i  $z_1$  dobije se  $\psi_3 = 0.1229$  i  $\psi_1 = 0.375$ , što je u granicama prema navedenoj literaturi.

Vijenc centralnog zupčanika zamjenjuje se ekvivalentnim glatkim prstenom, uz zadovoljenje osnovnog uvjeta da je odnos radijusa zakrivljenosti  $\rho$  i visine poprečnog presjeka vijenca  $h$  veći od 2.5. Uvrštavanjem vrijednosti za  $\rho$  i  $h$  iz tablice 2. dobije se da je  $\rho/h = 4.1875 > 2.5$ .

Tablica 1. Značenje koeficijenta širine zupčanog vijenca  $\psi$

između zupčanika	
3 i 2	1 i 2
$\psi_3 = 0.12 - 0.18$	$\psi_1 = \frac{z_3}{z_1} \psi_3 \leq 0.75$
$\psi_2 = \frac{z_3}{z_2} \psi_3$	$\psi_2 = \frac{z_1}{z_2} \psi_1$

Tablica 2. Proračun tangencijalne sile  $F_t$ , radijusa zakrivljenosti  $\rho$ , kraka tangencijalne sile  $H$  i širine zupčanika  $b$

Tangencijalna sila  $F_{t1}$

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1} = 92530.905 \text{ N}$$

$$T_1 = \frac{P_1 10^6}{\omega_1} = 18506181 \text{ Nmm}$$

$$P_1 = \frac{P}{k} = 833.33 \text{ kW}$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = 45.03 \text{ s}^{-1}$$

$$d_1 = z_1 m_n = 400 \text{ mm}$$

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{2T_1}{\lambda z_1 \sigma_{FP}} Y_F K_I} = 8.44 \text{ mm}$$

usvaja se:  $m_n = 10 \text{ mm}$

gdje je:  $Y_F \approx 2.2$ ,  $K_I = 1.5$ ,  $\lambda = 15$  i  $z_1 = 40$ .

Faktori  $Y_F$  i  $K_I$  dobiveni su prema [14]

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim}}{S_F} = 294.12 \text{ MPa}$$

Broj zubi

$$z_3 = z_1 \left( 1 - \frac{n_1}{n_2} \right) = -122$$

$$d_3 = z_3 m_n = -1220 \text{ mm}$$

Polumjer zakrivljenosti  $\rho$

$$\rho = \frac{d_{f1} - h}{2} = 167.5 \text{ mm}$$

$$d_{f1} = d_1 - 2m_n - 2c = 375 \text{ mm}$$

Minimalna visina  $h$

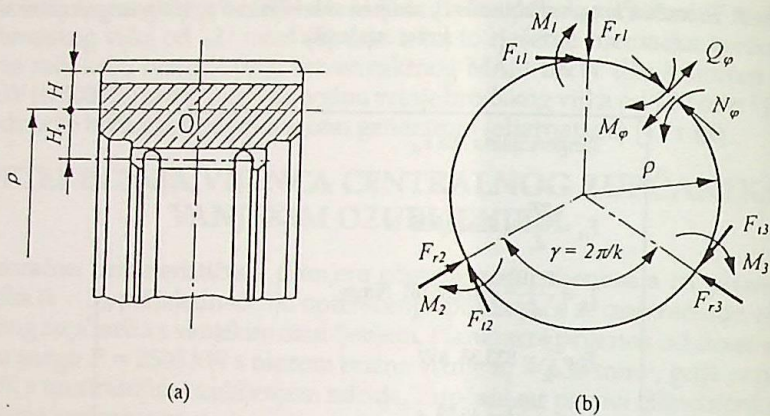
$$h = (2-5)m_n = 40 \text{ mm}$$

Krak tangencijalne sile  $H$

$$H = \frac{d_1}{2} - \rho = 32.5 \text{ mm}$$

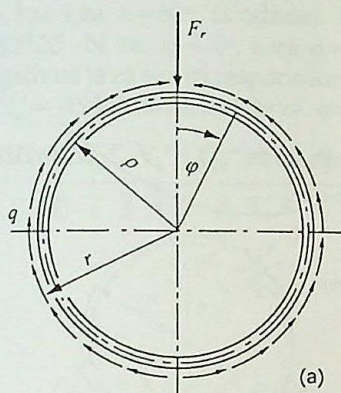
Širina zuba  $b$

$$b = \lambda m_n = 150 \text{ mm}$$

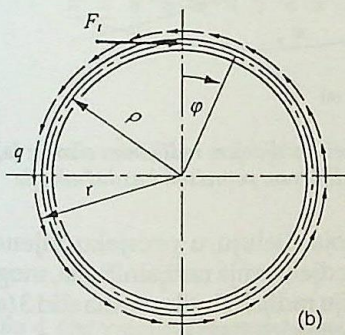


Slika 1. Opterećenja vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem: (a) poprečni presjek vijenca [13], (b) shema vanjskog opterećenja i unutrašnjih sila

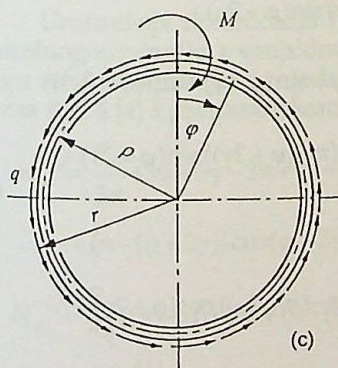
Pri izjednačenju opterećenja planetarnih prijenosa sa tri planetarna zupčanika, svi planetarni zupčanici ravnomjerno sudjeluju u prijenosu okretnog momenta. Ako se zanemare neznatne promjene radijalnog pomaka centralnih zupčanika, na svim mjestima zahvata kutovi su zahvaćanja jednaki. Zbog redukcije normalne sile  $F_m$  u točku O, vijenac je opterećen na kružnicu radijusa  $\rho$ , kod ravnog ozubljenja, tangencijalnom silom  $F_{ti} = F_m \cos \alpha$ , radijalnom silom  $F_{ri} = F_m \sin \alpha$  i momentom tangencijalne sile  $M_i = F_{ti} H$ . Prema slici 1 (b), na sva su tri mjesta zahvata centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem s planetarnim zupčanicima tangencijalne i radijalne sile jednake ( $F_{t1} = F_{t2} = F_{t3} = F_t$ ;  $F_{r1} = F_{r2} = F_{r3} = F_r$ ). Isto tako, na sva tri mjesta zahvata i momenti tangencijalnih sila moraju imati istu vrijednost ( $M_1 = M_2 = M_3 = M$ ), kao i krakovi  $H$  i  $H_s$ . Tangencijalne sile, kao i njihov moment, moraju se uravnotežiti s tokom tangencijalnih sila  $q$  u dvostrukoj zubnoj spojci. Pri izjednačenju opterećenja, vanjska su opterećenja poznata ili se mogu izračunati. Tada će prsten biti statistički određen, a u istom trenutku presjek je tri puta statički neodređen. Unutrašnja opterećenja u presjeku vijenca mogu se izračunati energetskom metodom [15], metodom elastičnog težišta [16] ili metodom uzastopnih jednadžbi [17]. Veličine unutrašnjih opterećenja izračunat će se prema [18], primjenom već izvedenih jednadžbi s obzirom na vrstu vanjskih opterećenja, prikazanih na slici 2.



$$\begin{aligned} M_{\varphi}' &= \frac{F_r \rho}{2\pi} \left( \varphi \sin \varphi + \frac{1}{2} \cos \varphi + 1 - \pi \sin \varphi \right) \\ N_{\varphi}' &= -\frac{F_r}{2\pi} \left( (\pi - \varphi) \sin \varphi + \frac{3\rho + 4H}{2\rho} \cos \varphi \right) \\ Q_{\varphi}' &= \frac{F_r}{2\pi} \left( (\pi - \varphi) \cos \varphi - \frac{\rho + 4H}{2\rho} \sin \varphi \right) \end{aligned} \quad (1)$$



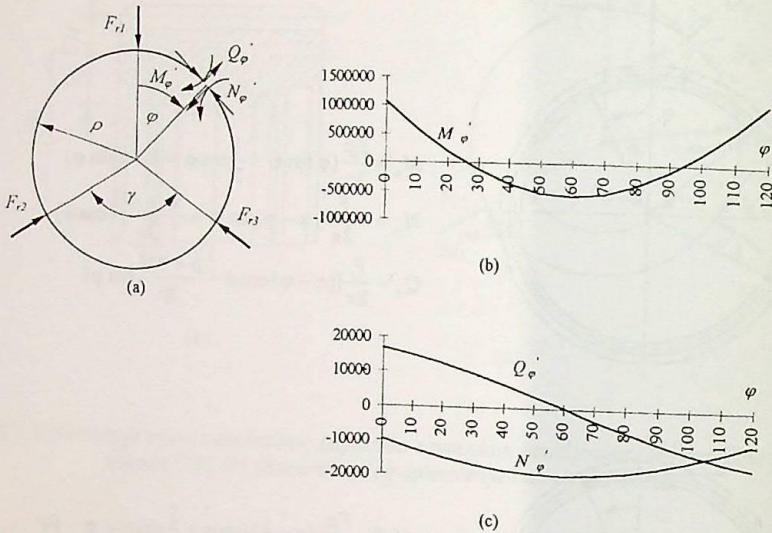
$$\begin{aligned} M_{\varphi}'' &= \frac{F_t \rho}{2\pi} \left( (\pi - \varphi) \cos \varphi + \frac{3}{2} \sin \varphi + \varphi - \pi \right) \\ N_{\varphi}'' &= \frac{F_t}{2\pi} \left( (\pi - \varphi) \cos \varphi - \frac{\rho + 4H}{2\rho} \sin \varphi \right) \\ Q_{\varphi}'' &= \frac{F_t}{2\pi} \left( (\pi - \varphi) \sin \varphi - \frac{\rho - 4H}{2\rho} \cos \varphi - \frac{3\rho}{\rho + H} \right) \end{aligned} \quad (2)$$



$$\begin{aligned} M_{\varphi}''' &= \frac{M}{\pi} \left( \frac{\pi - \varphi}{\pi} - \sin \varphi \right) \\ N_{\varphi}''' &= -\frac{M \sin \varphi}{\rho \pi} \\ Q_{\varphi}''' &= \frac{M}{\rho} \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\rho}{\rho + H} + 2 \cos \varphi \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Slika 2. Opterećenje prstena: (a) opterećenje radijalnom silom  $F_r$ , (b) opterećenje tangencijalnom silom  $F_t$  i (c) opterećenje momentom  $M = F_t H$

Veličina  $M_\varphi'$ ,  $N_\varphi'$  i  $Q_\varphi'$  zbog djelovanja radijalnih sila  $F_r$



Slika 3. Opterećenje vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem radijalnim silama: (a) opterećenje vijenca, (b) dijagram momenta savijanja i (c) dijagram poprečnih i uzdužnih sila

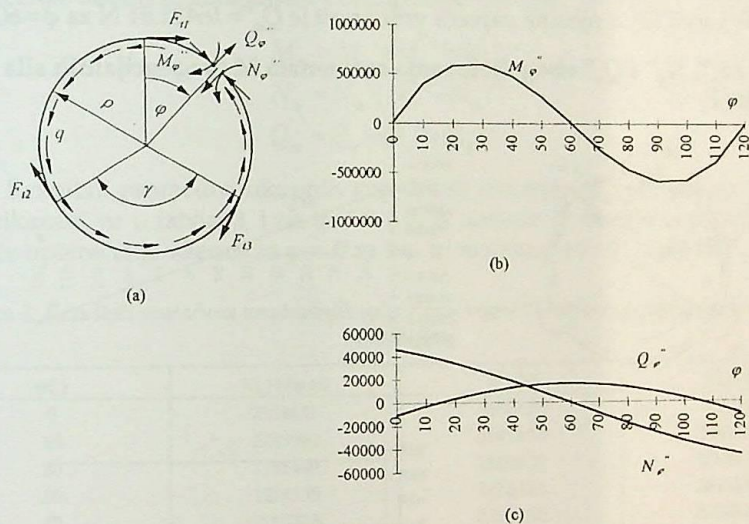
Unutrašnja opterećenja, ( $M_\varphi'$ ,  $N_\varphi'$  i  $Q_\varphi'$ ) koja djeluju u presjeku vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem, zbog djelovanja radijalnih sila, mogu se dobiti primjenom jednadžbi (1). Uvrštavanjem triju radijalnih sila prema slici 3 (a), s pretpostavkom da je  $F_{r1} = F_{r2} = F_{r3} = F_r$  i sređivanjem, dobije se:

$$\begin{aligned}
 M_\varphi' &= \frac{F_r \rho}{2\pi} (3 + \varphi \sin \varphi + (\varphi + \gamma) \sin(\varphi + \gamma) + (\varphi + 2\gamma) \sin(\varphi + 2\gamma) + \\
 &\quad + \frac{1}{2} (\cos \varphi + \cos(\varphi + \gamma) + \cos(\varphi + 2\gamma) - \pi(\sin \varphi + \sin(\varphi + \gamma) + \sin(\varphi + 2\gamma))) \\
 N_\varphi' &= -\frac{F_r}{2\pi} ((\pi - \varphi) \sin \varphi + (\pi - (\varphi + \gamma)) \sin(\varphi + \gamma) + (\pi - (\varphi + 2\gamma)) \sin(\varphi + 2\gamma) + \\
 &\quad + \frac{3\rho + 4H}{2\rho} (\cos \varphi + \cos(\varphi + \gamma) + \cos(\varphi + 2\gamma))) \\
 Q_\varphi' &= \frac{F_r}{2\pi} ((\pi - \varphi) \cos \varphi + (\pi - (\varphi + \gamma)) \cos(\varphi + \gamma) + (\pi - (\varphi + 2\gamma)) \cos(\varphi + 2\gamma) - \\
 &\quad - \frac{\rho + 4H}{2\rho} (\sin \varphi + \sin(\varphi + \gamma) + \sin(\varphi + 2\gamma)))
 \end{aligned} \quad (4)$$

Veličine radijalne sile na cilindričnom zupčaniku s ravnim zubima  $F_r = F_t \tan \alpha$ . Uvrštavanjem vrijednosti za  $\rho$  i  $H$  iz tablice 2 u jednadžbu (4), s time da se prethodno izračuna radijalna sila  $F_r$ , dobit će se dijagrami na slici 3 (b) i (c). Najveći moment savijanja, zbog djelovanja radijalnih sila zupčanika  $M_\varphi' = 1064994$  Nmm za  $\varphi = 0^\circ$  i  $\varphi = 120^\circ$ , dok je vrijednost ovog momenta  $M_\varphi' = -563470.7$  Nmm za  $\varphi = 60^\circ$ . Ista

vrijednost momenta savijanja dobit će se za  $\varphi=0^\circ$  i  $\varphi=120^\circ$  iz odnosa  $M_\varphi' = 0.1887897 F_r \rho$ , kao i za  $\varphi=60^\circ$ , iz odnosa  $M_\varphi' = -0.099885 F_r \rho$ . Najveća poprečna sila je  $Q_\varphi' = 16839.25$  N za  $\varphi = 0^\circ$ , a za  $\varphi = 120^\circ$  je  $Q_\varphi' = -16839.25$  N. Veličina uzdužne sile negativna je za sva tri raspona kuta  $0^\circ \leq \varphi \leq 120^\circ$ . Njezina najveća vrijednost za  $\varphi=60^\circ$  je  $N_\varphi' = -19444.26$  N, dok je za  $\varphi = 0^\circ$  i  $\varphi = 120^\circ$  jednaka  $N_\varphi' = -9722.118$  N.

**Veličine  $M_\varphi''$ ,  $N_\varphi''$  i  $Q_\varphi''$  zbog djelovanja tangencijalnih sila zupčanika  $F_t$**



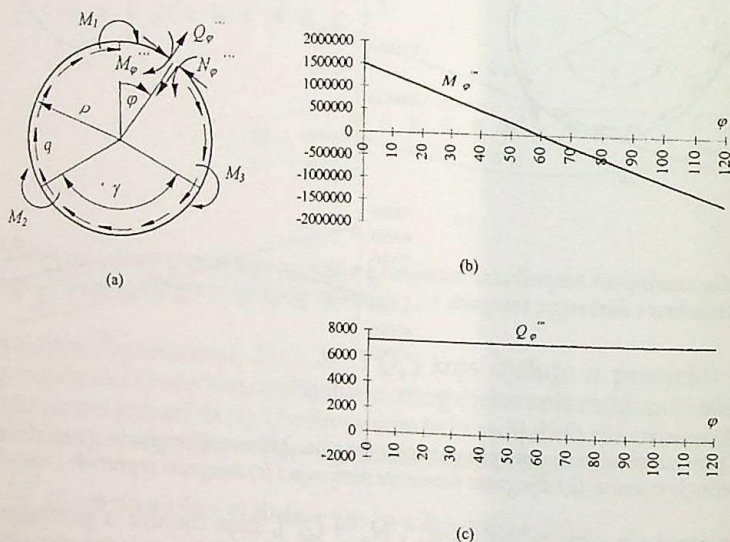
Slika 4. Opterećenje vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem tangencijalnim silama: (a) opterećenje vijenca, (b) dijagram momenta savijanja i (c) dijagram poprečnih i uzdužnih sila

Unutrašnja opterećenja ( $M_\varphi''$ ,  $N_\varphi''$  i  $Q_\varphi''$ ), koja djeluju u presjeku vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem, zbog djelovanja tangencijalnih sila, mogu se dobiti primjenom jednadžbi (2). Uvrštavanjem triju tangencijalnih sila prema slici 4 (a) s pretpostavkom da je  $F_{t1} = F_{t2} = F_{t3} = F_t$  i sređivanjem dobije se:

$$\begin{aligned}
 M_\varphi'' &= \frac{F_t \rho}{2\pi} (3\varphi + 3\gamma - 3\pi + (\pi + \varphi) \cos \varphi + (\pi - (\varphi + \gamma)) \cos(\varphi + \gamma) + \\
 &\quad + (\pi - (\varphi + 2\gamma)) \cos(\varphi + 2\gamma) + \frac{3}{2} (\sin \varphi + \sin(\varphi + \gamma) + \sin(\varphi + 2\gamma))) \\
 N_\varphi'' &= \frac{F_t}{2\pi} ((\pi - \varphi) \cos \varphi + (\pi - (\varphi + \gamma)) \cos(\varphi + \gamma) + (\pi - (\varphi + 2\gamma)) \cos(\varphi + 2\gamma) - \\
 &\quad - \frac{\rho + 4H}{2\rho} (\sin \varphi + \sin(\varphi + \gamma) + \sin(\varphi + 2\gamma))) \\
 Q_\varphi'' &= \frac{F_t}{2\pi} \left( -\frac{3\rho}{\rho + H} + (\pi - \varphi) \sin \varphi + (\pi - (\varphi + \gamma)) \sin(\varphi + \gamma) + \right. \\
 &\quad \left. + (\pi - (\varphi + 2\gamma)) \sin(\varphi + 2\gamma) - \frac{\rho - 4H}{2\rho} (\cos \varphi + \cos(\varphi + \gamma) + \cos(\varphi + 2\gamma)) \right)
 \end{aligned} \tag{5}$$

Uvrštavanjem vrijednosti  $F_v$ ,  $\rho$  i  $H$  iz tablice 2 u jednadžbu (5), dobit će se dijagrami na slici 4 (b) i (c). Najveći moment savijanja, zbog djelovanja tangencijalnih sila zupčanika,  $M_\varphi'' = 20$  Nmm za  $\varphi = 0^\circ$ , a za  $\varphi = 120^\circ$  je  $M_\varphi'' = -20.069$  Nmm. Za  $\varphi = 60^\circ$  vrijednost ovog momenta  $M_\varphi'' = -0.279$  Nmm. Najveća pozitivna vrijednost  $M_\varphi'' = 599445$  Nmm za  $\varphi = 30^\circ$ , a najveća negativna vrijednost  $M_\varphi'' = -599406.9$  Nmm za  $\varphi = 90^\circ$ . Najveća uzdužna sila  $N_\varphi'' = 46265.49$  N javlja se za  $\varphi = 0^\circ$ , a za  $\varphi = 120^\circ$  ta sila je  $N_\varphi'' = -46265.49$  N. Veličina poprečne sile  $Q_\varphi'' = -10289.63$  N je za  $\varphi = 0^\circ$  i  $\varphi = 120^\circ$ , a njezina najveća vrijednost je  $Q_\varphi'' = 16421.81$  N za  $\varphi = 60^\circ$ .

**Veličine  $M_\varphi'''$ ,  $N_\varphi'''$  i  $Q_\varphi'''$  zbog djelovanja momenata  $M$  tangencijalnih sila zupčanika  $F_t$**



Slika 5. Opterećenje vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem momentom  $M$ : (a) opterećenje vijenca, (b) dijagram momenta savijanje i (c) dijagram poprečnih sila

Unutrašnja opterećenja ( $M_\varphi'''$ ,  $N_\varphi'''$  i  $Q_\varphi'''$ ) koja djeluju u presjeku vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem, zbog djelovanja momenata  $M$  tangencijalnih sila, mogu se dobiti primjenom jednadžbi (3). Uvrštavanjem triju momenata prema slici 5 (a) s pretpostavkom da je  $M_1 = M_2 = M_3 = M$  i sređivanjem dobije se:

$$\begin{aligned}
 M_\varphi''' &= \frac{M}{2\pi} (3\pi - 3\varphi - 3\gamma - 2 \sin \varphi - 2 \sin(\varphi + \gamma) - 2 \sin(\varphi + 2\gamma)) \\
 N_\varphi''' &= -\frac{M}{\rho\pi} (\sin \varphi + \sin(\varphi + \gamma) + \sin(\varphi + 2\gamma)) \\
 Q_\varphi''' &= \frac{M}{\rho} \frac{1}{2\pi} (3 \frac{\rho}{\rho + H} + 2 \cos \varphi + 2 \cos(\varphi + \gamma) + 2 \cos(\varphi + 2\gamma))
 \end{aligned} \tag{6}$$

Uvrštavanjem vrijednosti za  $\rho$  i  $H$  iz tablice 2. u jednadžbu (6), s time da se prethodno izračuna moment tangencijalne sile  $M = F_t H$ , dobit će se dijagrami na slici

5 (b) i (c). Najveći moment savijanja  $M_{\varphi}''' = 1503625 \text{ Nmm}$  je za  $\varphi = 0^\circ$ , a za  $\varphi = 120^\circ$  je  $M_{\varphi}''' = -1503625 \text{ Nmm}$ . Za  $\varphi = 60^\circ$  vrijednost ovog momenta je  $M_{\varphi}''' = 0 \text{ Nmm}$ . Ista vrijednost momenta savijanja dobit će se za  $\varphi = 0^\circ$  iz odnosa  $M_{\varphi}''' = 0.5 F_t H$ , a za  $\varphi = 120^\circ$  iz odnosa  $M_{\varphi}''' = -0.5 F_t H$ . Najveća poprečna sila je  $Q_{\varphi}''' = 7179.286 \text{ N}$ , dok je vrijednost uzdužne sile toliko mala da se ne može prikazati na dijagramu.

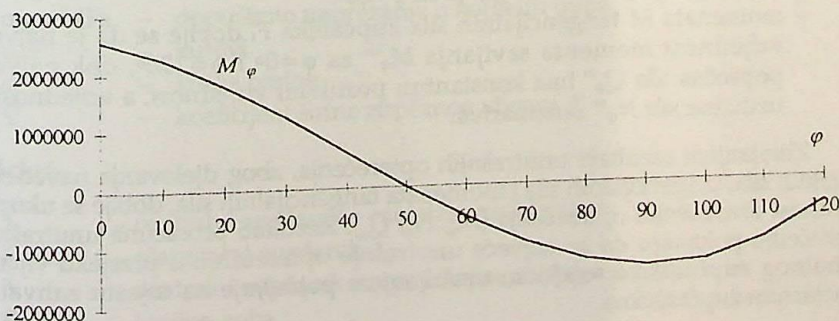
Ukupne vrijednosti unutrašnjih opterećenja  $M_{\varphi}$ ,  $N_{\varphi}$  i  $Q_{\varphi}$ , koje djeluju u presjeku vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem pri izjednačenju opterećenja, dobiju se zbrajanjem jednadžbi (4), (5) i (6):

$$\begin{aligned} M_{\varphi} &= M_{\varphi}' + M_{\varphi}'' + M_{\varphi}''' \\ N_{\varphi} &= N_{\varphi}' + N_{\varphi}'' + N_{\varphi}''' \\ Q_{\varphi} &= Q_{\varphi}' + Q_{\varphi}'' + Q_{\varphi}''' \end{aligned} \tag{7}$$

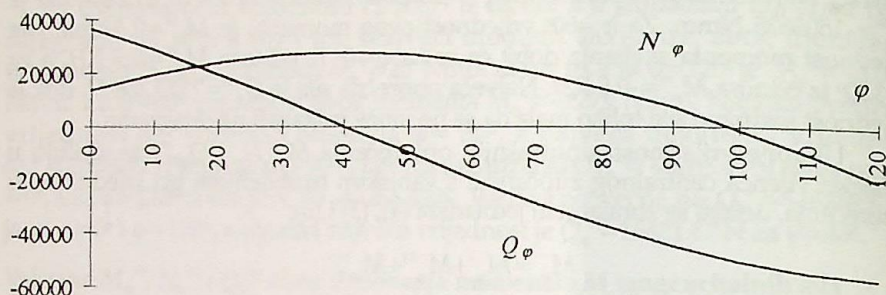
Rezultati proračuna ukupnih vrijednosti unutrašnjih opterećenja ( $M_{\varphi}$ ,  $N_{\varphi}$  i  $Q_{\varphi}$ ) prikazani su u tablici 3. i na slici 6. i 7. Iz navedenih rezultata proizlazi da je najveće opterećenje vijenca za  $\varphi = 0$  za sva tri raspona kuta  $0^\circ \leq \varphi \leq 120^\circ$ .

Tablica 3. Rezultati proračuna unutrašnjih opterećenja vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem

$\varphi(^{\circ})$	$M_{\varphi}(\text{Nmm})$	$N_{\varphi}(\text{N})$	$Q_{\varphi}(\text{N})$
0	2568637	36543.36	13728.9
10	2249902	28425.72	19412.96
20	1786499	19444.37	23601.05
30	1224135	9872.244	26165.91
40	611527.5	0.130928	27029.64
50	-1082.875	-9871.983	26165.96
60	-563449.5	-19444.14	23601.13
70	-1026857	-28425.51	19413.08
80	-1345593	-36543.15	13729.08
90	-1478351	-43550.48	6721.801
100	-1389462	-49234.53	-1395.814
110	-1049996	-53422.66	-10377.18
120	-438646.7	-55987.55	-19949.31



Slika 6. Dijagram momenta savijanja vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem



Slika 7. Dijagram uzdužnih i poprečnih sila vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem

#### 4. ZAKLJUČAK

Izjednačenje opterećenja radijalno slobodnim centralnim zupčanikom s vanjskim ozubljenjem, pri planetarnim prijenosima koji su našli veliku primjenu u brodskim reduktorima, može se postići pomoću zglobne ili elastične konstrukcije. U praksi se za izjednačenje opterećenja, kod ovog zupčanika, pomoću zglobne konstrukcije najviše koristi dvostruka zubna spojka.

Pri izjednačenju opterećenja u planetarnim prijenosima s trima planetarnim zupčanicima na sva su tri mjesta zahvata centralnih zupčanika s planetarnim zupčanicima tangencijalne i radijalne sile jednake. Isto tako, na sva su tri mjesta zahvata i momenti tangencijalnih sila jednaki. Analizom rezultata toka proračuna unutrašnjih opterećenja vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem za raspon kutova  $0^\circ \leq \varphi \leq 120^\circ$ , zbog djelovanja:

- radijalnih sila  $F_r$  dobije se da je najveći moment savijanja  $M_\varphi'$  za  $\varphi=0^\circ$  i  $\varphi=120^\circ$  ima istu vrijednost. Najveća vrijednost poprečne sile  $Q_\varphi'$  je za  $\varphi=0^\circ$  i  $\varphi=120^\circ$ , dok se za  $\varphi=60^\circ$  dobije najveća vrijednost uzdužne sile  $N_\varphi'$ .
- tangencijalnih sila zupčanika  $F_t$  dobije se da je moment savijanja  $M_\varphi'' \cong 0$  za  $\varphi=0^\circ$ ,  $\varphi=60^\circ$  i  $\varphi=120^\circ$ , dok je njegova najveća vrijednost za  $\varphi=30^\circ$  i  $\varphi=90^\circ$ . Najveća vrijednost uzdužne sile  $N_\varphi''$  je za  $\varphi=0^\circ$  i  $\varphi=120^\circ$ , a najveća vrijednost poprečne sile  $Q_\varphi''$  je za  $\varphi=60^\circ$ .
- momenata  $M$  tangencijalnih sila zupčanika  $F_t$  dobije se da je najveća vrijednost momenta savijanja  $M_\varphi'''$  za  $\varphi=0^\circ$  i  $\varphi=120^\circ$ , dok najveća poprečna sila  $Q_\varphi'''$  ima konstantnu pozitivnu vrijednost, a vrijednost je uzdužne sile  $N_\varphi'''$  zanemariva.

Zbrajanjem rezultata unutrašnjih opterećenja, zbog djelovanja navedenih radijalnih sila, tangencijalnih sila i momenata tangencijalnih sila, dobije se ukupna vrijednost unutrašnjih opterećenja ( $M_\varphi$ ,  $N_\varphi$ ,  $Q_\varphi$ ). Rezultati proračuna unutrašnjih opterećenja pokazuju da se najveće unutrašnje opterećenje u presjeku vijenca centralnog zupčanika s vanjskim ozubljenjem pojavljuje na mjestu zahvata s planetarnim zupčanicima.

## Oznake

$b$ u mm	–	širina zuba
$c$ u mm	–	tjemena zračnost ( $c = 0.25 m_n$ )
$d_1$ u mm	–	diobeni promjer
$F_n$ u N	–	normalna silna na bokove zuba
$F_r$ u N	–	radijalna sila
$F_t$ u N	–	obodna sila na diobenom promjeru u čelnom presjeku
$K_t$	–	vanjska dodatna dinamična opterećenja
$k$	–	broj planetarnih zupčanika
$h$ u mm	–	visina poprečnog presjeka centralnog zupčanika
$i$	–	prijenosni omjer
$H$ u mm	–	duljina kraka tangencijalne sile od središta vijenca do zahvata s planetarnim zupčanicom
$H_s$ u mm	–	duljina kraka tangencijalne sile od središta vijenca do zahvata s zubnom spojkom
$M$ u Nmm	–	moment savijanja
$m_n$ u mm	–	normalni modul
$N$ u N	–	uzdužna sila
$n$ u $\text{min}^{-1}$	–	brzina vrtnje
$Q$ u N	–	poprečna sila
$q$ u N/m	–	tok tangencijalnih sila
$P$ u kW	–	snaga
$r$ u mm	–	polumjer
$S_F$	–	koeficijent sigurnosti korijena zuba
$T$ u Nmm	–	okretni moment
$z$	–	broj zubi
$\gamma_F$	–	faktor oblika zuba
$\alpha$	–	zahvatni kut
$\lambda$	–	odnos širine zuba
$\rho$ u mm	–	polumjer zakrivljenosti
$\sigma_{F_{lim}}$ u MPa	–	dinamična čvrstoća u korijenu zuba
$\sigma_{FP}$ u MPa	–	dopušteno naprezanje u korijenu zuba
$\varphi, \gamma$	–	kutovi
$\omega$	–	kutna brzina
$\Psi$	–	koeficijent širine zupčanog vijenca $\Psi$

## Indeksi

1	–	centralni zupčanik s vanjskim ozubljenjem
2	–	planetarni zupčanik
3	–	centralni zupčanik s unutrašnjim ozubljenjem
$F$	–	korijen zuba
$\phi$	–	podnožje zuba
$\varphi$	–	kutna koordinata

## LITERATURA

- [1] E. Dehner, Planetengetriebe, Lastausgleich und konstruktive Gestaltung, TZ f. prakt. Metallbearb. 68. Jahrgang 1974, Heft 10.
- [2] K. Ehrlenspiel, Überlegungen zur Konstruktionsarbeit am Beispiel eines Turboplanetengetriebes, VDI-Zeitschrift, Sonderdruck Bd. 113 (1971), Nr. 2, str. 106.
- [3] ..... BHS-Stoekicht-Planetengetriebe im Schiffbau, Hansa 108 (1971) 9. str. 880. – 882.
- [4] K. Ehrienspiel und E. Dehner, Planetengetriebe für Schiffsantriebe, Hansa 110 (1973) 4, str. 286.–295.
- [5] ..... Zusammenarbeit von BHS und Voith im Getriebebereich, Hansa 126 (1989) 13/14, str. 876.
- [6] ..... Keeping in steam, Shipbuilding & Marine Engineering International, January/February 1982, str. 17.–20.
- [7] ..... Gearing is matched to more demanding tasks, The Motor Ship, November 1994, str. 31.–34.
- [8] ..... Prospekti firme Maag, Maag marine epicyclic gears for today's most powerful
- [9] ..... Back-to-Back-Test der Renk-Schiffs-Planetengetriebe, Hansa 108 (1971) 2, str. 175.
- [10] ..... Schiffs-Planetengetriebe für grosse Leistungen, MTZ 31 (1970) 11, str. 482-483.
- [11] ..... Präsentation eines RCF-Generator-getriebes bei RENK, MTZ 45 (1984) 9, str. 355.–360.
- [12] ..... Renk-Getriebe helfen Energie sparen, Schiff und Hafen, 38 (1986) 13, str. 41.
- [13] Sprovočnik, Planetarnie peredači, Mašinstroenie, Leningrad 1977.
- [14] E. Oberšmit, Ozubljenja i zupčanici, Tehnička knjiga, Zagreb 1982.
- [15] Sprovočnik, I. A. Birgera i J. G. Panovko, Proročnost', ustojčivost', kolebanija, T. 1. Mašinstroenie, Moskva 1968.
- [16] S. Timošenko, Statika inženjerskih konstrukcija, Građevinska knjiga, Beograd 1956.
- [17] S. V. Bojaršinov, Osnovi stroite' naj mehaniki mašin, Mašinstroenije, Moskva 1973.
- [18] K. B. Bičenko, R. Gramelj, Tehničeskaja dinamika, T. 1. Tehtoretizdat, Moskva 1960.

## RAZVOJ BRODSKIH RASPLAČNIH SISTAVA - UTJICAJ PROPISA O ZAŠTITI OKOLIŠA

### Summary

#### THE SUNWHEEL SHROUD LOAD IN PLANETARY MARINE GEARBOXES

*The paper deals with the presentation of the sunwheel shroud load in planetary marine gearboxes, where the load equalizing is achieved by means of the joint structure through the double tooth coupling. An example of the sunwheel shroud calculation in planetary marine gearboxes with three planetary gears is described and analysed. In order to describe and analyse the bending moment of the transverse and longitudinal forces that function within the sunwheel shroud section, the gear shroud is replaced by an equivalent smooth ring.*