Dr. sc. **Zdenka Zenzerović**
Svjetlana Bešlić
Odjel za pomorstvo Sveučilišta u Rijeci
Studentska 2, Rijeka

Prethodno priopćenje
UDK 519.86:627.35

MARKOVLJEVI PROCESI U FUNKCIJI PLANIRANJA LUČKIH PREKRCAJNIH SREDSTAVA

U radu je prikazana primjena Markovljevih procesa u planiranju optimalne strukture lučkih prekrcajnih sredstava. S obzirom na vijek trajanja prekrcajnih sredstava, u određenom trenutku potrebno je donijeti odluku o nabavci novih prekrcajnih sredstava. Svaka nabavka ovisi o promijenjenim uvjetima rada sredstava tijekom prethodnog razdoblja, što utječe na prijelaz s jednog tipa prekrcajnog sredstva na drugi, odnosno na promjenu strukture lučkih prekrcajnih sredstava. U procesu nabavke stanja se mijenjaju na slučajan način u diskretnim vremenskim razmacima jer su udjeli potražnje za određenim tipom lučkih prekrcajnih sredstva stohastički. Stoga se broj vrsta i tipova sredstava koji znače optimalnu strukturu može odrediti Markovljevim modelom. Prikazani je model primjenjiv i u slučajevima promjene sadržaja promatranog problema, primjerice, uvođenja novih tipova i/ili eliminiranja postojećih lučkih prekrcajnih sredstava, a preporučuje se pri kratkoročnom i srednjoročnom planiranju.

Ključne riječi: stohastički procesi, Markovljevi procesi, lučka prekrcajna sredstva, kratkoročna prognoza

1. UVOD

Pri proučavanju ponašanja realnog sustava, osobito prometnih sustava, jedan od glavnih problema koje treba riješiti jest postavljanje odgovarajućeg modela koji opisuje ponašanje sustava. Budući da se takvi sustavi najčešće stohastički ponašaju, procesi u tim promatranim sustavima podliježu zakonima vjerojatnosti.

U teoriji stohastičkih (slučajnih) procesa s konačnim momentom drugog reda definiraju se stohastički proces, njegova srednja vrijednost i varijanca te autokorelacijska i *cross*-korelacijska funkcija kao glavna obilježja tog procesa, te su, uz određene kriterije, prikazane pojedine vrste stohastičkih procesa.

Od posebna je značenja u praksi jedna vrsta diskretnih stohastičkih procesa koji se nazivaju Markovljevim procesima, te Markovljevi lanci odnosno Markovljevi modeli s diskretnim parametrom vremena.

S obzirom na definiciju Markovljevih lanaca, kao i općenito Markovljevih procesa, specifično je da vjerojatnosti prijelaza, tj. vjerojatnosti da se sustav u trenutku t_{i+1} nađe u stanju x_j pod uvjetom da je u trenutku t_i sustav bio u stanju x_i, ostaju nepromijenjene tijekom promatranja sustava, o čemu treba voditi računa pri sastavljanju modela. Također je važna duljina vremenskog intervala promatranja sustava i prognoziranja njegova ponašanja nakon prestanka promatranja: dobro je da razdoblje promatranja bude što kraće, a podaci o sustavu što precizniji. Zbog stohastičkog ponašanja sustava u duljem razdoblju smanjuje se pouzdanost dobivenih rezultata. Zbog toga se modeliranje pojava pomoću Markovljevih procesa preporučuje pri kratkoročnom ili eventualno srednjoročnom planiranju, a nikako za dugoročno planiranje.

U radu je prikazana primjena vremenski homogenog Markovljeva lanca pri određivanju strukture lučkih prekrcajnih sredstava koja se nabavljaju u određenom trenutku ovisno o vijeku trajanja sredstva te mogućnosti primjene modela i u slučajevima promjene sadržaja problema nabavke, primjerice uvođenja novih i/ili eliminiranja postojećih lučkih prekrcajnih sredstava.

2. POJAM I VRSTE STOHASTIČKIH PROCESA

Definicija stohastičkog procesa

Za mnoge se pojave, pa tako i ekonomske procese i sustave u kojima se javlja nepredvidljivost i promjenljivost, kaže da su stohastičke ili slučajne jer parametri koji ih karakteriziraju mogu biti slučajnog karaktera.

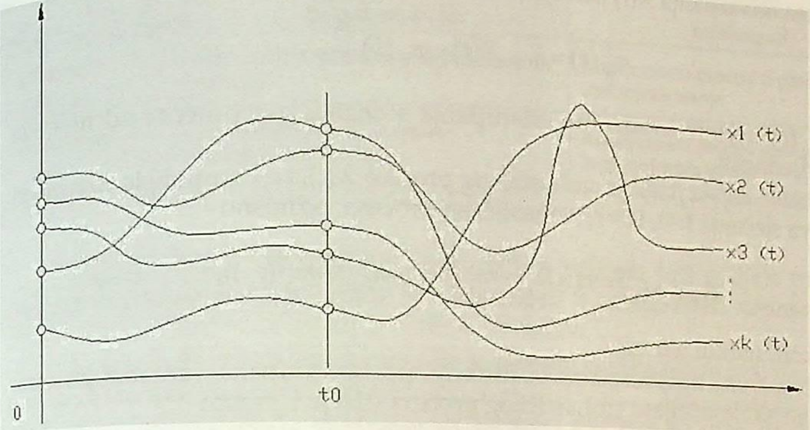
Stohastički proces familija je slučajnih varijabli $X(t)$ ovisnih o realnom parametru t, $t \in T$ gdje je t vrijeme iz skupa T koji može biti diskretan ili kontinuiran, prebrojiv ili beskonačan.

Iz prethodnog izlazi da je pojam stohastičkog procesa generalizacija pojma višedimenzionalne slučajne varijable $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ gdje je $T=\{1,2,\ldots,n\}$[2, str.191.]. Jednodimenzionalna slučajna varijabla $X=X(\omega)$ definira se kao preslikavanje skupa svih mogućih ishoda eksperimenta $\Omega=\{\omega\}$ u skup realnih brojeva $\mathbf{R}(X\colon \Omega\rightarrow\mathbf{R})$, ako je $X^{-1}(\omega)\in F$, gdje je F σ-polje nad Ω u prostoru vjerojatnosti (Ω, F, P). Općenito je n-dimenzionalna slučajna varijabla preslikavanje Ω u skup uređenih n-torki realnih brojeva; sada se $X(\omega)$ može definirati nad (Ω, F, P), gdje je $\Omega^{(n)}=\Omega\times\Omega\times\cdots\times\Omega$; $F^{(n)}=F\times F\times\cdots\times F$.

Kod stohastičkih procesa $X(t)$, $t\in(-\infty,\infty)$, u općem slučaju, postoji neprebrojivo mnogo slučajnih varijabli. Funkcija $X(\omega, t)$ je kompleksna funkcija i predstavlja realizaciju stohastičkog procesa koja se označava sa $x(t)$ [2, str. 191.].

Stohastički je proces zapravo jedna dvoparametarska familija funkcija nad $\Omega\times T$; ako je $X(t)\in\mathbf{R}$ tada je proces realan, ako je $X(t)\in C$ proces je kompleksan. Tada je $X(\omega, t) = \xi(\omega, t) + i\eta(\omega, t)$, gdje su ξ, η realni procesi. Za fiksirano ω, $X(\omega,t)$ je realna funkcija, tzv. trajektorija, a za fiksirano $t\in T$, $X(\omega, t)$ je slučajna varijabla.

Grafički prikaz trajektorija stohastičkog procesa dan je na slici 1.



Slika 1.

Ako se fiksira vrijeme $t=t_0$ i u tom trenutku promatraju vrijednosti stohastičkog procesa $X(t)$, tada dobivene vrijednosti čine jednu slučajnu varijablu. Prema tome, vrijednosti slučajne funkcije $X(t)$ u trenutku t_0 predstavljaju sječenje slučajne funkcije ili sječenje stohastičkog procesa. Na slici 1. dano je sječenje za $t=t_0$.

Stohastički proces određen je razdiobom vjerojatnosti i funkcijom razdiobe. Stohastički proces $X(t)$, $t\in T$ definiran je ako je za svaki konačan skup vrijednosti parametara $\{t_1, t_2, \ldots, t_n\}\subset\mathbf{R}$ zadana razdioba vjerojatnosti n-dimenzionalne slučajne varijable $(X(t_1), X(t_2), \ldots, X(t_n))$.

Funkcija F: $\mathbf{R}\times T\rightarrow [0,1]$ definirana sa

$$F(x,t) = P(X(t) \leq x), \qquad x\in\mathbf{R},\ t\in T$$

naziva se funkcija razdiobe prvog reda stohastičkog procesa $\{X(t), t\in T\}$ [6, str. 159.]. Općenito je stohastički proces $\{X(t), t\in T\}$ potpuno karakteriziran ako je za svaki prirodni broj n poznata njegova funkcija razdiobe n-tog reda koja je definirana sa

$$F(x_1,x_2, \ldots, x_n; t_1, t_2, \ldots, t_n) = P(X(t_1) \leq x_1,\ldots, X(t_n) \leq x_n).$$

Obilježja stohastičkog procesa

Obilježja su stohastičkog procesa, u prvom redu, srednja vrijednost i varijanca kao funkcije vremenskog parametra t. Međutim, budući da ta dva obilježja nisu uvijek dovoljna za precizan opis stohastičkog procesa, jer je moguće da postoje procesi s istom srednjom vrijednosti i varijancom a da su ipak strukturalno različiti, važno je obilježje stohastičkog procesa i autokorelacijska funkcija, odnosno korelacijska funkcija.

Srednja vrijednost $m_X(t)$ stohastičkog procesa $X(t)$, $t\in T$ definira se kao matematičko očekivanje, odnosno kao Lebesgueov integral

$$m_X(t) = EX(t) = \int_\Omega X(\omega, t)Pd(\omega).$$

Očito je $m_X(t)$ neslučajna funkcija nad parametarskim skupom T.

Mjera odstupanja $X(t)$ od $m_X(t)$ dana je *varijancom*

$$\sigma_X^2(t) = E\left|\,X(t) - m_X(t)\,\right|^2,$$

gdje je $\sigma_X(t)$ srednje kvadratno odstupanje stohastičkog procesa od njegove srednje vrijednosti.

Autokorelacijska funkcija stohastičkog procesa $X(t)$, $t \in T$ stupanj je zavisnosti između dva sječenja $t=t_1$ i $t=t_2$ stohastičkog procesa, odnosno

$$K_X(t_1,t_2) = E(X(t_1) - m_X(t_1))(\overline{X(t_2) - m_X(t_2)}),$$

gdje je $\overline{Z}$ konjugirani par od Z.

Ako je $t_1=t_2$, autokorelacijska funkcija postaje jednaka varijanci procesa. Autokorelacijski koeficijent stohastičkog procesa dan je izrazom

$$r_X(t_1,t_2) = \frac{K_X(t_1,t_2)}{\sigma_X(t_1)\cdot\sigma_X(t_2)},$$

gdje je:
$K_X(t_1,t_2)$ - autokorelacijska funkcija između dva sječenja t_1 i t_2 stohastičkog procesa,
$\sigma_X(t_1)$ - standardna devijacija stohastičkog procesa u trenutku t_1,
$\sigma_X(t_2)$ - standardna devijacija stohastičkog procesa u trenutku t_2.

Ako se ispituje stupanj zavisnosti između dvije stohastičke funkcije - dva stohastička procesa $X(t)$ i $Y(t)$ tada se koristi, analogno definiciji autokorelacijske funkcije, *uzajamna (cross-) korelacijska funkcija* definirana izrazom:

$$K_{XY}(t_1,t_2) = E(X(t_1) - m_X(t_1))(Y(t_2) - m_Y(t_2)).$$

Korelacijski koeficijent dvije slučajne funkcije dan je izrazom

$$r_{XY}(t_1,t_2) = \frac{K_{XY}(t_1,t_2)}{\sigma_X(t_1)\cdot\sigma_Y(t_2)}.$$

Vrste stohastičkih procesa

Parametar t može biti tretiran kao vrijeme. Procesi s diskretnim parametrom $t \in T$, kod kojih je parametarski skup T prebrojiv skup, zovu se *stohastički nizovi* (vremenske serije). Kad je parametar t kontinuiran, radi se o neprekidnom, tj. *stohastičkom procesu*.

Ovisno o strukturi i brojnosti skupa T, koji može biti diskretan, prebrojiv ili neprebrojivo beskonačan (interval ili unija intervala), te od skupa S kao prostora stanja, koji može biti diskretan i kontinuiran, razlikuju se dva tipa stohastičkih nizova i dva tipa stohastičkih procesa [8, str. 8.].

T / S	**NIZOVI** *diskretni prebrojivi*	**PROCESI** *kontinuirani*
Diskretni prebrojivi	Stohastički niz u prostoru diskretnih stanja	Kontinuirani procesi u prostoru diskretnih stanja
Kontinuirani	Stohastički niz u prostoru kontinuiranih stanja	Kontinuirani procesi u prostoru kontinuiranih stanja

Daljnja važna klasifikacija stohastičkih procesa jest podjela procesa na *stacionarne* i *nestacionarne*. Pojam stacionarnosti u praksi znači nepromjenjivost procesa rada određenog sustava tijekom vremena.

Proces $X(t)$, $t\in(-\infty,\infty)$ stacionaran je u užem smislu ako za svako $s, t_1, t_2, \ldots, t_n$ n-dimenzionalne slučajne varijable $(X(t_1+s), X(t_2+s), \ldots, X(t_n+s))$ i $(X(t_1), X(t_2), \ldots, X(t_n))$ imaju istu razdiobu vjerojatnosti. Drugim riječima, to znači da se razdiobe vjerojatnosti procesa ne mijenjaju u vremenu, te se stohastički proces s tim obilježjem može promatrati u bilo kojem vremenskom intervalu, što je s gledišta primjene tih procesa u ekonomskim istraživanjima izuzetno važno. Budući da obilježje stacionarnosti vrijedi za bilo koji izbor trenutka $t_1, t_2, \ldots, t_n$, svaki stacionarni proces promatra se u neograničenom vremenu.

Funkcija $X(t)$ bit će stacionarna u širem smislu ako vrijedi:

$$m_X(t) = EX(t) = const. \text{ i}$$

$$K_X(t_1, t_2) = K_X(t_1 - t_2),$$

što znači da je autokorelacijska funkcija jednog stacionarnoga stohastičkog procesa funkcija razlike svojih argumenata.

3. MARKOVLJEVI PROCESI

Definicija i klasifikacija Markovljevih procesa

Posebno praktično značenje ima jedna vrsta diskretnih stohastičkih procesa koji se nazivaju Markovljevi procesi. Naziv su dobili prema ruskom matematičaru A. A. Markovu.

Definicija Markovljevih procesa dana je na sljedeći način [10, str. 39.]: Neka je dan diskretan stohastički proces $X(t)$ koji opisuje sustav s mogućim stanjima x_0, $x_1, \ldots, x_i, \ldots$ i $p_{ij}(t_0,\tau)$ je uvjetna vjerojatnost da se sustav u trenutku $t=t_0+\tau$, $\tau>0$, nađe u stanju x_i ako je u trenutku t_0 bio u stanju x_i, tj. $p_{ij}(t_0,\tau) = P(X(t_0+\tau) = x_j \mid X(t_0) = x_i)$. Ako stanje sustava u trenutku $t=t_0+\tau$ (u budućnosti), odnosno odgovarajući stohastički proces, ovisi samo o tome u kojem se stanju taj proces nalazi u sadašnjem trenutuku t_0, a ne ovisi o tome kako se odgovarajući proces ponašao do trenutka t_0 (u prošlosti), tj. ako za diskretni proces $X(t)$ vjerojatnost $p_{ij}(t_0,\tau)$ ovisi samo o veličinama i, j, t_0, τ, takav se proces naziva Markovljev proces prvog reda.

Klasifikacija Markovljevih procesa općenito je slična klasifikaciji stohastičkih procesa, prema prirodi skupa T s parametrom koji može biti i vrijeme t i prema prirodi prostora stanja sustava S.

Prema prirodi skupa T razlikuju se dvije vrste Markovljevih stohastičkih procesa [10, str.39.]:
- s diskretnim vremenom (lanci Markova), gdje su prijelazi iz jednog stanja u drugo mogući samo u točno određenim trenucima $t_1, t_2, \ldots, t_k, \ldots$, i
- s neprekidnim vremenom, gdje je prijelaz iz jednog stanja u drugo moguć u proizvoljnom trenutku (neprekidan lanac Markova).

S obzirom na prostor stanja sustava S, postoji diskretan i kontinuirani prostor stanja, a u slučaju diskretnog prostora stanja Markovljev proces se naziva Markovljev lanac [8, str.15.]. Kod Markovljevih lanaca stanje je sustava u trenutku t opisano slučajnom varijablom X_n diskretnog tipa sa skupom vrijednosti $\{x_1, x_2, \ldots\}$, a evolucija sustava S tijekom vremena opisana je, dakle, nizom slučajnih varijabli $X_0, X_1, X_2, \ldots$.

Svojstva Markovljeva lanca

Markovljevi lanci s diskretnim parametrom vremena, koji se nazivaju još i Markovljevim modelima, imaju najveće mogućnosti primjene u praksi, pa su zbog tog razloga objašnjeni u ovom radu.

Lanac Markova predstavljen je nizom slučajnih varijabli $X_0, X_1, X_2, \ldots$, odnosno kaže se da među varijablama $X_0, X_1, X_2, \ldots$ postoji *zavisnost Markova prvog reda* ako [2, str. 173.]:
– za svaki konačni skup trenutaka (tj. indeksa slučajnih varijabli) $0 \le t_0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_{r-1} < t_r < t_m$ i
– za svaki skup od $(r+1)$ stanja $\{x_{i0}, x_{i1}, \ldots, x_{ir-1}, x_{ir}, x_m\}$ vrijedi:

$$P(\{X(t_m)=x_m\} \,|\, \{X(t_r)=x_{ir}\} \cap \{X(t_{r-1})=x_{ir-1}\} \cap \cdots \cap \{X(t_0)=x_{i0}\}) =$$
$$P(\{X(t_m)=x_m\} \,|\, \{X(t_r)=x_{ir}\}).$$

Ako je u prethodnom izrazu ovisnost o dva prethodna stanja, tada se radi o zavisnosti Markova drugog reda.

Zakon vjerojatnosti Markovljeva lanca s diskontinuiranim vremenom određen je [8, str. 15.]:
– vjerojatnostima $p_i = P(X(t_i) = x_i)$, za trenutak t_i i stanje x_i,
– uvjetnim vjerojatnostima $p_{ij} = P(X(t_{i+1}) = x_j \mid X(t_i) = x_i)$ za trenutke $t_{i+1} \ge t_i \ge 0$ i stanja x_i i x_j, te
– početnom vjerojatnosti $p(0)$.

Vjerojatnosti p_{ij} nazivaju se *prijelaznim vjerojatnostima*, a one označavaju da se sustav u trenutku t_{i+1} nađe u stanju x_j pod uvjetom da je u trenutku t_i bio u stanju x_i. Te vjerojatnosti formiraju *matricu prijelaznih vjerojatnosti* koja je specifična za svaki Markovljev lanac:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}.$$

Svojstva stohastičke ili *tranzitivne matrice* P su sljedeća [8, str.15.]:

1. $p_{ij} \geq 0$ za svako i, j
2. $\sum p_{ij} = 1$ za svako i
3. stupanj stohastičke matrice P, tj. P^r za $r = 1,2,3,\ldots$ također je stohastička matrica.

Ako vjerojatnost p_{ij} kao funkcija od t_i i t_{i+1}, ovisi samo o njihovoj razlici t_{i+1}-t_i, lanac Markova je *homogen*. Homogenost znači stanovitu nepromjenjivost vjerojatnosti prijelaza tijekom vremena. Neka je

$$p_{ij}(t_i) = P(\{X(\tau + t_i) = x_j\} | \{X(\tau) = x_i\}), \quad i = 1,2,3,\ldots; \quad p_{ij}(t_i) = p_{ij}(t).$$

Budući da se radi o homogenim lancima Markova vjerojatnost $p_{ij}(t_i)$ ne ovisi o τ. To je, naime, vjerojatnost prijelaza iz stanja x_i u stanje x_j u jednoj vremenskoj jedinici ili $n=1$ korak.

Često se postavlja problem da se pomoću vjerojatnosti prijelaza p_{ij} u jednom koraku odrede *vjerojatnosti prijelaza u n koraka*, $n = 2,3,\ldots$. Rješenje se dobiva pomoću tzv. *jednadžbi Chapman-Kolmogorova* [2, str. 174.]:

$$p_{ij}(t_{i+1}) = \sum_k p_{ik}(t_i) p_{kj}(t_{i+1} - t_i), \quad 1 \leq t_i \leq t_{i+1},$$

gdje se sumiranje obavlja po indeksima svih mogućih stanja $x_1, x_2, \ldots$ Prema tome, ako su poznate početne vjerojatnosti $p_i(0)$ i prijelazne vjerojatnosti p_{ij} može se izračunati vjerojatnost da se sustav nađe u bilo kojem stanju x_j u trenutku t_{i+1}.

Jednadžbe Chapman-Kolmogorova mogu se napisati i u *matričnom obliku*. Uvodi se matrica s vjerojatnostima prijelaza u n koraka

$$P_n = \| p_{ij}(n) \|_{i,j=1,2,\ldots} \qquad n = 2,3,\ldots; \quad P_1 = P = \| p_{ij} \|_{i,j=1,2,\ldots}$$

Svaki element matrice prijelaza je broj iz intervala [0,1]. Zbroj elemenata ma kojeg reda jednak je 1, jer je $\sum_j p_{ij}(n)$ vjerojatnost događaja da sustav iz stanja x_i pređe u n koraka u bilo koje drugo stanje, a taj je događaj izvjestan. Jednadžbe Chapman-Kolmogorova u matričnom obliku za n koraka glase:

$$P_n = P_m \cdot P_{n-m}, \quad 1 \leq m < n.$$

Ako se u prethodnoj jednakosti stavi $m=1$, slijedi da je $P_n = P \cdot P_{n-1}$ i stavljajući redom $n = 2,3,\ldots$ dobiva se

$$P_n = P^n, \quad n = 2,3,\ldots$$

čime je zadatak o određivanju $p_{ij}(n)$, $n = 2,3,\ldots$ pomoću p_{ij}, $i,j = 1,2,\ldots$ potpuno riješen.

Razdioba vjerojatnosti stanja sustava S nakon n koraka, $n=0,1,2,\ldots$ je $p_k(n) = P\{X(n) = x_k\}$, $n = 0,1,2,\ldots; \; k = 1,2,\ldots$. Pomoću razdiobe vjerojatnosti stanja $p_k(0)$ u početnom trenutku ($n=0$) i vjerojatnosti prijelaza p_{ij} može se odrediti razdioba $p_k(n)$ za svako $k=1,2,\ldots$

$$p_1(1) = p_{11} \cdot p_1(0) + p_{21} p_2(0) + \ldots + p_{k1} p_k(0)$$

$$p_2(1) = p_{12} \cdot p_1(0) + p_{22} p_2(0) + \ldots + p_{k2} p_k(0)$$

$$\vdots$$

$$p_k(1) = p_{1k} \cdot p_1(0) + p_{2k} p_2(0) + \ldots + p_{kk} p_k(0)$$

ili u matričnom obliku:

$$P^{(1)} = P_0 \cdot P,$$

gdje je

$$P^{(1)} = \left[p_1(1), p_2(1), \ldots, p_k(1) \right],$$

odnosno općenito za

$$n = 0 \qquad P^{(0)} = P_0$$

$$n = 1 \qquad P^{(1)} = P_0 \cdot P$$

$$n = 2 \qquad P^{(2)} = P^{(1)} \cdot P = P_0 \cdot P \cdot P = P_0 \cdot P^2$$

$$\vdots$$

$$n = \tau \qquad P^{(\tau)} = P^{(\tau-1)} \cdot P = P_0 \cdot P^{\tau}$$

to jest, za bilo koje n

$$P^{(n)} = P_0 \cdot P^n.$$

Ako je razdioba vjerojatnosti stanja ista na svakom koraku, tj. $p_k(n) = p_k$, za svako $n = 0,1,2,\ldots$, kaže se da je Markovljev lanac stacionaran, a vjerojatnosti p_k, $k=1,2,\ldots$ zovu se stacionarne vjerojatnosti.

4. MARKOVLJEV MODEL PLANIRANJA STRUKTURE LUČKIH PREKRCAJNIH SREDSTAVA

Definiranje problema

U procesu proizvodnje lučke usluge prijeko su potrebna prijevozno-prekrcajna sredstva kao sredstva za rad koja služe za prekrcaj tereta na/s broda i rukovanje teretom na lučkom prostoru. To su, primjerice, viličari, autodizalice, tegljači s prikolicom i sl.

Jedan od glavnih zadataka u planiranju lučkog sustava jest određivanje potrebnog kapaciteta lučkih prekrcajnih sredstava, koji će omogućiti efikasno funkcioniranje sustava. Taj je kapacitet određen brojem i strukturom prekrcajnih sredstava, a ovisi o vrsti tereta, veličini lučkog prometa, tehnologiji rada u luci, namjeni luke, i sl.

S obzirom na raznovrsne tehničko-tehnološke karakteristike pojedinih vrsta i tipova lučkih prekrcajnih sredstava i različito vrijeme nabavke, u lučkoj praksi prevladava struktura različitih vrsta i tipova lučkih prekrcajnih sredstava.

Budući da se radi o sredstvima s određenim vijekom trajanja (prema Pravilniku o amortizaciji vijek je trajanja razmjerno kratak, od 5 do 10 godina), odluke o nabavci novih prekrcajnih sredstava donose se u odgovarajućim vremenskim razmacima. Pritom se odlučuje koliki broj prekrcajnih sredstava treba nabaviti u određenom trenutku i koji će tipovi biti zastupljeni.

Za određivanje potrebnog broja prekrcajnih sredstava u praksi se već koriste odgovarajuće formule, te se tako može, primjerice, izračunati i broj viličara koje treba nabaviti [7, str. 45.].

Međutim, određivanje strukture prekrcajnih sredstava u praksi se prepušta donositeljima odluke pa se prema iskustvu odlučuje o nabavci istih ili novih tipova prekrcajnih sredstava koji se pojavljuju na tržištu, što ne mora biti najpovoljnije rješenje.

Na temelju prethodno navedenog, *problem se ovako definira*:

Potrebno je odrediti tipove lučkih prekrcajnih sredstava koje bi trebalo nabaviti u promatranom razdoblju s ciljem da, uz takvu strukturu, troškovi nabavke i održavanja sredstava budu minimalni, odnosno prihodi, ostvareni njihovim radom, maksimalni.

Pritom treba uzeti u obzir da nabavke u određenim razdobljima ovise o promijenjenim uvjetima tijekom prethodnog razdoblja što utječe na prijelaze s jednog tipa prekrcajnog sredstva na drugi. Ti se prijelazi izražavaju vjerojatnostima koje predstavljaju, ustvari, vjerojatnost da će pri novoj nabavki određeni tip imati prednost u odnosu na drugi, te će stoga s određenom vjerojatnosti i doći do prijelaza s jednog na drugi tip prekrcajnog sredstva.

Proces nabavke može se promatrati kao da je stohastički proces jer tijekom vremena dolazi do promjene uvjeta koje se ne mogu predvidjeti, tj. imaju slučajan karakter. Stoga se problem ove vrste može riješiti primjenom Markovljeva procesa.

Postavljanje modela

Da bi se model postavio, potrebno je uvesti neke oznake. Neka je $\mathcal{P}$ prostor svih tipova lučkih prekrcajnih sredstava u lučkom sustavu, a $p_i(t)$ udio tipa i lučkog prekrcajnog sredstva u trenutku t. U početnom trenutku $t=0$ (nulti korak) $p_i(0)$ udio je tipa i u trenutku 0.

Udio p_i definiran je odnosom između tipa i i ukupnog prostora $\mathcal{P}$ svih tipova lučkog prekrcajnog sredstva iz čega se zaključuje da je:

$$\sum_{i=1}^{k} p_i(0) = 1 \qquad i = 1,2,\dots,k.$$

Početno stanje se izražava vektorom udjela tipova lučkih prekrcajnih sredstava P_0:

$$P_0 = \left[p_1(0), p_2(0), \dots, p_i(0), \dots, p_k(0),\right],$$

gdje su $p_i(0)$ udjeli pojedinih tipova u početnom trenutku promatranja.

Početna struktura tipova lučkog prekrcajnog sredstva može se s vremenom promijeniti, te je potrebno definirati razdoblje, odnosno veličinu koraka kada se odlučuje o novoj nabavci, a taj korak ovisi o vijeku trajanja određenoga prekrcajnog sredstva.

Stanje nakon određenog broja koraka (1,2,...) niz je slučajnih varijabli, a veličina koraka diskretan je broj, te se, prema tome, radi o diskretnom stohastičkom procesu. Prijelaz iz stanja i u stanje j dogodit će se s vjerojatnosti p_{ij}. Za pojednostavnjenje problema uzima se da slučajni događaj nalaženja sustava u nekom stanju u određenom trenutku ovisi samo o slučajnom događaju stanja sustava iz prethodnog trenutka (tzv. Markovljeva pretpostavka); takav diskretni stohastički proces naziva se Markovljevim lancem.

Elementi *matrice vjerojatnosti prijelaza* predstavljaju vjerojatnosti da će luka nabaviti isti tip, odnosno da će prijeći na drugi tip odnosno vrstu lučkoga prekrcajnog sredstva. Uz pretpostavku da su poznate vjerojatnosti promjene tipa između $n=0$ i $n=1$ (nultog i prvog koraka), tada p_{ij} označava vjerojatnost da će lučki sustav s tipa i u $n=0$ prijeći na tip j u $n=1$, dok je p_{ii} vjerojatnost da će lučko poduzeće ostati na istom tipu i i u $n=1$. Indeksi i i j pripadaju prostoru k tipova lučkoga prekrcajnog sredstva, gdje je indeks retka i stanje u koraku n-1, a indeks stupca j stanje u koraku n.

Vjerojatnosti p_{ij} zadovoljavaju relacije:

$$0 \le p_{ij} \le 1 \qquad \text{i}$$

$$\sum_{j=1}^{k} p_{ij} = 1 \qquad j = 1,2,\dots,k.$$

Neka je P matrica vjerojatnosti prijelaza s jednog tipa na k-ti tip lučkoga prekrcajnog procesa između koraka $n=0$ i $n=1$, odnosno između dvije sukcesivne promjene stanja:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1k} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2k} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{k1} & p_{k2} & \cdots & p_{kk} \end{bmatrix}.$$

Matrica P kvadratna je matrica reda (k,k). Svi su njezini elementi nenegativni. Model pretpostavlja da je matrica P homogena što znači da ne podliježe promjenama u vremenu.

Elementi matrice P mogu se dobiti primjenom Delphi-metode koja se ubraja u kvalitativne, odnosno intuitivne metode prognoziranja [12, str. 388.] ili metodom vrednovanja kriterija izbora [7, str.19.].

Uz dane uvjete, početni vektor udjela tipova lučkih prekrcajnih sredstava i matricu vjerojatnosti prijelaza, određuju se sukcesivna stanja strukture tipova lučkoga prekrcajnog sredstva $P(n)$, koja služe za prognoziranje očekivanog udjela pojedinog tipa u vremenskom razmaku za $n=1,\dots$

Konačna struktura tipova lučkih prekrcajnih sredstava za prvi korak $(n=1)$ izračunava se na sljedeći način:

$$P^{(1)} = P_0 \cdot P$$

odnosno, za bilo koji n

$$P^{(n)} = P_0 \cdot P^n$$

Prethodna relacija vrijedi za određivanje strukture prekrcajnih sredstava u vremenu za $n=0,1,2,\ldots,\tau$.

Tako dobivena struktura jedno je moguće rješenje, a uvođenjem kriterija optimizacije, primjerice *vrijednosnih pokazatelja*, dobiva se optimalno rješenje.

Neka se prijelazi s i-tog na j-ti tip lučkoga prekrcajnog sredstva iz matrice prijelaznih vjerojatnosti $P=[p_{ij}]$ valoriziraju efektima označenim sa k_{ij} koji sukcesivno odgovaraju vjerojatnostima promjene stanja. Pritom je matrica efekata:

$$K=[k_{ij}], \qquad i=1,2,\ldots,k; \quad j=1,2,\ldots,k.$$

Očekivana vrijednost ukupnih efekata (ω) računa se prema Bellmanovu principu za promjenu stanja nakon n koraka. Prema tom principu očekivani efekt ostvaren počevši od i-tog stanja za n koraka jednak je:

$$\omega_n(i) = \sum_{j=1}^{k} p_{ij} k_{ij} + \sum_{j=1}^{k} p_{ij} \omega_{n-1}(j)$$

ili u obliku matrice:

$$\omega_n = Q + P\omega_{n-1},$$

gdje je $q_i = \sum_{j=1}^{k} p_{ij} k_{ij}$, odnosno $Q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_k \end{bmatrix}$.

Prikazani model bit će testiran na odabranom numeričkom primjeru.

Numerički primjer

U lučkom poduzeću Luka Rijeka 1971. godine razmatrana je nabavka viličara za rukovanje pojedinim vrstama tereta u vanjskom prostoru i u skladištima luke. Pri donošenju odluke uzeta su u obzir sljedeća obilježja viličara: nosivost, pogon, specijaliziranost viličara u smislu rukovanja određenom vrstom tereta, te proizvođači viličara.

Sa stajališta pogona razlikuju se tri vrste viličara: dizel-viličar, benzinski viličar i elektroviličar.

Za kriterij izbora uzeti su u obzir: investicije, troškovi eksploatacije, utjecaj prljavštine, vijek trajanja viličara, kapacitet dnevnog rada, postotak ugljičnog monoksida, miris, buka, rizik zapaljenja, stanje poda, svladavanje uspona, širina manipulativnih prolaza i lakoća upravljanja, te je njihovim vrednovanjem donesena odluka o nabavci viličara u sljedećem omjeru: elektroviličari s 46%, zatim dizel- viličari s 31%, te na kraju benzinski s 23%.

Ako se postavi zadatak da se odredi struktura viličara u budućem razdoblju, tada se primjeni model prikazan u prethodnom poglavlju.

Vektor vjerojatnosti početnog stanja, tj. struktura viličara 1971. godine iznosila je:

$$P_0 = [0{,}31 \quad 0{,}23 \quad 0{,}46],$$

a matrica vjerojatnosti prijelaza iz stanja i u stanje j, odnosno prijelaza s jednog tipa viličara na drugi, glasi:

$$P = \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}8 \end{bmatrix}.$$

Neka je vremensko razdoblje (veličina koraka), nakon kojega se bilježe promjene stanja, 5 godina[1].

Vektor $P^{(1)}$ (vjerojatnosti stanja) nakon prvog koraka (5 godina) iznosi:

$$P^{(1)} = P_0 \cdot P =$$

$$= [0{,}31 \quad 0{,}23 \quad 0{,}46] \cdot \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}8 \end{bmatrix} =$$

$$= [0{,}29 \quad 0{,}21 \quad 0{,}50]$$

Prijelazne matrice za 2 odnosno 3 koraka imaju vrijednosti:

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0{,}52 & 0{,}15 & 0{,}33 \\ 0{,}16 & 0{,}40 & 0{,}44 \\ 0{,}16 & 0{,}15 & 0{,}69 \end{bmatrix}, \qquad P^3 = \begin{bmatrix} 0{,}412 & 0{,}175 & 0{,}413 \\ 0{,}196 & 0{,}300 & 0{,}504 \\ 0{,}196 & 0{,}175 & 0{,}629 \end{bmatrix}.$$

Pripadne vjerojatnosti stanja jesu:

$$P^{(2)} = P_0 \cdot P^2 = [0{,}272 \quad 0{,}207 \quad 0{,}521]$$

$$P^{(3)} = P_0 \cdot P^3 = [0{,}263 \quad 0{,}204 \quad 0{,}533]$$

te se dobiva da će nakon 3 koraka (15 godina) tj. 1985. godine u riječkoj luci, pod pretpostavkom nepromjenjivosti matrice prijelaza, biti 26,3% dizel-viličara, 20,4% benzinskih viličara, te 53,3% elektroviličara.

Da bi se na prethodni primjer primijenili vrijednosni pokazatelji pomoću kojih se dolazi do optimalne strukture tipova viličara, potrebno je još dodati matricu efekata.

---

[1] Smatra se da viličar nakon pet godina korištenja (15.000 – 20.000 sati rada) postaje preskup za održavanje; Luka, Rijeka, Tipizacija viljuškara, 1971., str. 16.

Matrica efekata dobivena je uzimajući u obzir efekte koji se ostvaruju, s obzirom na ukupne troškove nabavke i održavanja koji se prouzrokuju. Prema tome, efekt će biti veći ako se prijelaz događa s tipa viličara čiji su troškovi nabavke i održavanja veći na tip viličara s manjim troškovima nabavke i održavanja. Matrica efekata K dobivena je tako da su ukupni troškovi nabavke i održavanja za tri spomenuta tipa viličara stavljeni u omjer koji glasi: D:B:E = 4,99 : 4,85 : 2,44, gdje su D, B i E oznake za količinu dizel-viličara, benzinskih i elektroviličara, respektivno, a vrijednosti iz omjera određene iste novčane jedinice. Iz tog je omjera vidljivo da su troškovi nabavke i održavanja najmanji za elektroviličare, te se pristupa uspoređivanju omjera troškova između pojedinih tipova viličara pomoću indeksa. Indeksima su dobiveni postoci povećanja/smanjenja troškova pri prijelazu s jednog tipa lučkoga prekrcajnog sredstva na drugi. Uzevši polaznu pretpostavku da efekt ostanka na elektroviličaru iznosi 8,000, ostali su efekti proračunati pomoću dobivenog omjera i postotaka povećanja/smanjenja troškova koji se ostvaruju prijelazima na druge tipove.

Prema tome, matrica efekata glasi:

$$K = \begin{bmatrix} 3,912 & 4,022 & 5,911 \\ 3,908 & 4,024 & 6,024 \\ -0,360 & 0,098 & 8,000 \end{bmatrix}.$$

Uz pretpostavku da je $\omega_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, nalaze se ω_1, ω_2 i ω_3.

$$\omega_1 = \Omega + P\omega_0,$$

tako da je

$$\omega_1 = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + P\omega_0 \text{, a ako je}$$

$$q_1 = \sum_{j=1}^{3} p_{1j}k_{1j} = p_{11}k_{11} + p_{12}k_{12} + p_{13}k_{13} = 0,7 \cdot 3,912 + 0,1 \cdot 4,022 + 0,2 \cdot 5,911 = 4,32$$

$$q_2 = \sum_{j=1}^{3} p_{2j}k_{2j} = p_{21}k_{21} + p_{22}k_{22} + p_{23}k_{23} = 0,1 \cdot 3,908 + 0,6 \cdot 4,024 + 0,3 \cdot 6,024 = 4,61$$

$$q_3 = \sum_{j=1}^{3} p_{3j}k_{3j} = p_{31}k_{31} + p_{32}k_{32} + p_{33}k_{33} = 0,1 \cdot (-0,360) + 0,1 \cdot 0,098 + 0,8 \cdot 8,000 = 6,37$$

$$\omega_1 = \begin{bmatrix} 4,32 \\ 4,61 \\ 6,37 \end{bmatrix} + P\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,32 \\ 4,61 \\ 6,37 \end{bmatrix},$$

što znači da se najbolji efekt ostvaruje s trećim tipom viličara (elektroviličar) odnosno prijelazom ili ostankom na tom tipu viličara.

Nakon 2 koraka (10 godina) očekivani efekt bit će:

$$\omega_2 = \Omega + P\omega_1,$$

tako da je

$$\omega_2 = \begin{bmatrix} 4{,}32 \\ 4{,}61 \\ 6{,}37 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4{,}32 \\ 4{,}61 \\ 6{,}37 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9{,}08 \\ 9{,}72 \\ 12{,}36 \end{bmatrix}.$$

Analogno se nakon 3 koraka dobije očekivani efekt koji iznosi:

$$\omega_3 = \begin{bmatrix} 4{,}32 \\ 4{,}61 \\ 6{,}37 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9{,}08 \\ 9{,}72 \\ 12{,}36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14{,}12 \\ 15{,}06 \\ 18{,}14 \end{bmatrix}.$$

I nakon 3 koraka efekt ostaje najveći (18,14) za treći slučaj odnosno prijelaz i ostanak na trećem tipu viličara, što se i očekivalo budući da su ukupni troškovi nabavke i troškovi održavanja za elektroviličare najmanji.

Prikazani model može se primijeniti na *modificirani sadržaj problema nabavke prekrcajnih sredstava*. Primjerice, uz postojeće tipove viličara prema vrsti pogona, na tržištu se može pojaviti i novi tip viličara. Pretpostavlja se da bi taj tip bio u prednosti pred ostalim tipovima jer se na tržištu neprestano javljaju poboljšanja u izvedbama.

Isto tako može doći i do potpunog prestanka proizvodnje nekog tipa viličara koji s vremenom zastarijeva što se tiče adekvatnog obavljanja operacija rukovanja teretom, odnosno ima puno nedostataka s obzirom na ostale tipove viličara.

Prema tome, postojeća se struktura može izmijeniti: uvođenjem novog tipa viličara i/ili eliminiranjem postojećeg tipa viličara.

U slučaju *uvođenja novog tipa viličara*, u prethodnom primjeru, vektor vjerojatnosti početnog stanja bio bi:

$$P_0 = [0{,}31 \quad 0{,}23 \quad 0{,}46 \quad 0{,}00],$$

gdje je element $p_{14} = 0$ budući da na početku ispitivanja strukture (1971. god.) nije postojao četvrti tip viličara a koji se pojavio u idućih 5 godina.

Matrica vjerojatnosti prijelaza s uvedenim četvrtim tipom viličara je:

$$P = \begin{bmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}4 \\ 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}4 \\ 0{,}1 & 0{,}0 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}0 & 0{,}0 & 1{,}0 \end{bmatrix}.$$

Iz matrice je vidljivo da su prijelazi sa svih tipova viličara na novi tip najvjerojatniji, uz naravno vjerojatnosti ostanka na istom tipu zbog uhodanosti posla i neopravdanosti prijelaza na drugi tip viličara ili nabavke novog ako postojeći tip udovoljava potrebama.

Vektor $P^{(1)}$ (vjerojatnosti stanja) nakon prvog koraka (5 godina) iznosi:

$$P^{(1)} = P_0 \cdot P =$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}31 & 0{,}23 & 0{,}46 & 0{,}00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}4 \\ 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}4 \\ 0{,}1 & 0{,}0 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}0 & 0{,}0 & 1{,}0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}185 & 0{,}054 & 0{,}407 & 0{,}354 \end{bmatrix}$$

Prijelazne matrice za 2 odnosno 3 koraka su sljedeće:

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0{,}13 & 0{,}04 & 0{,}21 & 0{,}62 \\ 0{,}11 & 0{,}03 & 0{,}25 & 0{,}61 \\ 0{,}09 & 0{,}01 & 0{,}38 & 0{,}52 \\ 0{,}00 & 0{,}00 & 0{,}00 & 1{,}00 \end{bmatrix}, \qquad P^3 = \begin{bmatrix} 0{,}068 & 0{,}017 & 0{,}164 & 0{,}751 \\ 0{,}064 & 0{,}014 & 0{,}181 & 0{,}741 \\ 0{,}067 & 0{,}010 & 0{,}249 & 0{,}674 \\ 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 1{,}000 \end{bmatrix},$$

a pripadne vjerojatnosti stanja:

$$P^{(2)} = P_0 \cdot P^2 = \begin{bmatrix} 0{,}107 & 0{,}024 & 0{,}297 & 0{,}572 \end{bmatrix}$$

$$P^{(3)} = P_0 \cdot P^3 = \begin{bmatrix} 0{,}067 & 0{,}013 & 0{,}207 & 0{,}713 \end{bmatrix}$$

Već nakon prvog koraka uvedeni novi tip viličara je u ukupnoj strukturi zastupljen s 35%, nakon 10 godina s 57%, da bi nakon 15 godina tj. 3 koraka udio novog tipa viličara iznosio 71%, dok je udio ostalih tipova zanemariv izuzevši elektroviličara s oko 21%. Tako velik udio novog tipa viličara može se objasniti stalnim napretkom tehnologije i nalaženja novih rješenja što potiskuje stare tipove na čije mjesto dolaze novi s uklonjenim nedostacima starih tipova viličara.

U slučaju *eliminiranja postojećeg tipa viličara* vektor vjerojatnosti početnog stanja isti je kao i za slučaj uvođenja novog tipa jer je na početku istraživanja taj postojeći tip sudjelovao u strukturi viličara s 23%. Prema tome,

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0{,}31 & 0{,}23 & 0{,}46 & 0{,}00 \end{bmatrix}$$

Međutim, u matrici vjerojatnosti prijelaza, koja sada glasi:

$$P = \begin{bmatrix} 0{,}4 & 0{,}0 & 0{,}2 & 0{,}4 \\ 0{,}2 & 0{,}0 & 0{,}3 & 0{,}5 \\ 0{,}1 & 0{,}0 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 1{,}0 \end{bmatrix}$$

vidi se da su u drugom stupcu svi elementi, odnosno vjerojatnosti prijelaza na drugi tip viličara, za koji je pretpostavljena eliminacija, nule.

Vjerojatnosti stanja nakon 5 godina iznose:

$$P^{(1)} = P_0 \cdot P =$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}31 & 0{,}23 & 0{,}46 & 0{,}00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}4 & 0{,}0 & 0{,}2 & 0{,}4 \\ 0{,}2 & 0{,}0 & 0{,}3 & 0{,}5 \\ 0{,}1 & 0{,}0 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 1{,}0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}216 & 0{,}000 & 0{,}407 & 0{,}377 \end{bmatrix}$$

Matrice vjerojatnosti prijelaza za 2 i 3 koraka iznose:

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0{,}18 & 0{,}00 & 0{,}20 & 0{,}62 \\ 0{,}11 & 0{,}00 & 0{,}22 & 0{,}67 \\ 0{,}10 & 0{,}00 & 0{,}38 & 0{,}52 \\ 0{,}00 & 0{,}00 & 0{,}00 & 1{,}00 \end{bmatrix}, \quad P^3 = \begin{bmatrix} 0{,}092 & 0{,}000 & 0{,}156 & 0{,}752 \\ 0{,}066 & 0{,}000 & 0{,}154 & 0{,}780 \\ 0{,}078 & 0{,}000 & 0{,}248 & 0{,}674 \\ 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 1{,}000 \end{bmatrix},$$

a pripadne vjerojatnosti stanja:

$$P^{(2)} = P_0 \cdot P^2 = \begin{bmatrix} 0{,}13 & 0{,}00 & 0{,}29 & 0{,}58 \end{bmatrix}$$

$$P^{(3)} = P_0 \cdot P^3 = \begin{bmatrix} 0{,}080 & 0{,}000 & 0{,}198 & 0{,}722 \end{bmatrix}$$

Budući da su u matrici vjerojatnosti prijelaza P sve vjerojatnosti prijelaza na drugi tip viličara za koji je pretpostavljena eliminacija bila nula, što znači da je prijelaz na drugi tip viličara nemoguć, zato tog tipa viličara nema ni u strukturi nakon 1,2,3,… koraka.

Struktura viličara nakon prvog koraka odnosno 5 godina, za koje razdoblje je došlo do eliminiranja postojećeg i uvođenja novog tipa viličara, iznosi: 13% prvog tipa, 0% drugog, 29% trećeg tipa i 58% novog tipa viličara, a nakon 3 koraka (15 godina) prvog tipa viličara je 8 %, trećeg 20%, a sa 72% su zastupljeni viličari novog tipa.

5. ZAKLJUČAK

Problem određivanja strukture lučkih prekrcajnih sredstava koja se nabavljaju u određenom trenutku ovisno o vijeku trajanja sredstva, jest problem pri kojem pojedina nabavka ovisi o promijenjenim uvjetima tijekom prethodnog razdoblja što utječe na prijelaze s jednog tipa prekrcajnog sredstva na drugi. Budući da je ovdje riječ o problemu nabavke za koji se, tijekom promatranja procesa nabavke, ne može točno predvidjeti kako će se odvijati, tj. događa li se slučajno, takav se problem rješava Markovljevim modelima.

Rješenje problema nabavke lučkih prekrcajnih sredstava predstavlja strukturu vrsta, odnosno tipova sredstava koja je optimalna ako je u model bila uključena matrica efekata (prihoda odnosno troškova).

Prikazani je model primjenjiv i u slučajevima promjene sadržaja promatranog problema, primjerice uvođenja novog tipa lučkoga prekrcajnog sredstva, koji se pojavio na tržištu i/ili pak eliminiranja postojećih tipova sredstava, što je od praktične važnosti budući da se odluke o nabavci donose u vremenskim koracima ovisno o vijeku trajanja prekrcajnog sredstva kada dolazi do promjene ponude i potražnje na tržištu.

Međutim, primjena Markovljevih procesa opravdana je samo za kratkoročno i eventualno srednjoročno, a nikako dugoročno planiranje jer se, s obzirom na stohastički karakter problema, pouzdanost procjene zbog duljine vremena bitno smanjuje.

Autorice se zahvaljuju prof. dr. sc. Tiboru Pogányju na korisnim primjedbama i prijedlozima tijekom izrade rada.

LITERATURA

[1] R. Bronson, Operations Research, McGraw-Hill, Inc., USA 1982.
[2] Z. Ivković, Matematička statistika, Naučna knjiga, Beograd 1980.
[3] D. Kalpić, V. Mornar, Operacijska istraživanja, ZEUS, Zagreb 1996.
[4] J. Mališić, Slučajni procesi, Građevinska knjiga, Beograd 1989.
[5] B. Nelson, Stochastic Modeling, McGraw-Hill, Inc., USA 1995.
[6] Ž. Pauše, Vjerojatnost, Školska knjiga, Zagreb 1978.
[7] Tipizacija viljuškara, Luka Rijeka, Razvojni sektor, Rijeka 1971.
[8] M. Tourki, Stohastički procesi i modeli programiranja u ekonomiji, Savremena administracija, Beograd 1986.
[9] E. Wentzel, L. Ovcharov, Applied Problems in Probability Theory, English translation, Mir Publishers,1986.
[10] S. Vukadinović, Masovno opsluživanje, Naučna knjiga, Beograd 1988.
[11] T. Zečević, Operaciona istraživanja, Naučna knjiga, Beograd 1974.
[12] R. Zelenika, Metodologija i tehnologija izrade znanstvenog i stručnog djela, Ekonomski fakultet u Rijeci, Rijeka 1998.

Summary

MARKOV PROCESSES IN FUNCTION OF PLANNING THE CARGO HANDLING EQUIPMENT

In this paper application of the Markov processes in planning the structure of a port handling equipment is presented. Considering the lifetime of cargo handling equipment, it is necessary to make decision about purchasing the new equipment at the specific moment. Every purchase depends on changed conditions during previous time interval, which has an influence on transitions with one type of cargo handling equipment to another, i.e. on changed structure of equipment. Process of purchasing changes states randomly in a discreet time intervals because the portion of demand for specific type of cargo handling equipment is a stochastic one. Therefore, the number of certain cargo handling equipment types who represents the optimal structure can be determined using Markov model. The Markov model, presented in this paper, is applicable in case of modification contents of the problem observed, for example, introduction of new type of cargo handling equipment and/or elimination of the existing type of equipment, but is recommendable only for short-term and medium-term planning.

Keywords: stochastic processes, Markov processes, cargo handling equipment, short-term forecast