Alen Jugović
Mr. sc. **Svjetlana Bešlić**
Pomorski fakultet
Studentska 2, Rijeka

Pregledni rad
UDK: 65.012.122.003.8

MAKSIMIZACIJA RENTABILNOSTI PRIMJENOM RAZLOMLJENOGA LINEARNOG PROGRAMIRANJA

U ovom radu prikazan je jedan od načina na koji je moguće izračunati rentabilnost poslovanja poduzeća kao najvažnijeg pokazatelja ekonomske uspješnosti poslovanja poduzeća. Budući da se rentabilnost definira kao odnos poslovnog rezultata odnosno profita i uloženog kapitala, korišten je model razlomljenoga linearnog programiranja, prema kriteriju maksimalne rentabilnosti, gdje je funkcija cilja razlomljeno-racionalana kao količnik dviju linearnih funkcija.

Ključne riječi: rentabilnost, razlomljeno linearno programiranje

1. UVOD

U raznim područjima ekonomskih istraživanja, model linearnog programiranja najčešće je korištena metoda u optimizaciji. Taj je model pojednostavnjena slika neke ekonomske aktivnosti, a omogućuje dobivanje rezultata koji upućuju na optimalno ponašanje.

Osim linearnog, postoji i nelinearno programiranje koje je složenije i u kojem su funkcije kriterija i ograničenja definirane nelinearnim funkcijama, što omogućava adekvatnije predstavljanje ekonomskih procesa. Zbog svoje složenosti, nelinearnost se pojavljuje kao razmjerno velik problem pri formiranju i korištenju.

Jedan je od ograničavajućih čimbenika kod linearnog i nelinearnog programiranja taj što se za kriterij mora uzeti cijela linearna odnosno nelinearna funkcija. Korištenjem tih metoda programiranja mogu se optimizirati neki od pokazatelja poslovnog uspjeha, primjerice: ukupna vrijednost proizvodnje, dohodak, korištenje kapaciteta, troškovi i sl., odnosno pokazatelji koji predstavljaju neke apsolutne vrijednosti.

Od pokazatelja uspješnosti poslovanja ima i takvih koji su količnik nekih veličina, kao što su to: produktivnost, ekonomičnost i rentabilnost. Ti se pokazatelji ne mogu izraziti linearnom odnosno nelinearnom cijelom funkcijom pa se za njihovu optimizaciju primjenjuje razlomljeno linearno programiranje.

Za rješavanje razlomljenoga linearnog programiranja razvijeno je nekoliko metoda, i to Martoseva metoda koja je upotrijebljena u ovom radu, Dinkelbachova metoda (smatra se najboljom metodom za rješavanje razlomljenoga linearnog programiranja) i Charnes-Cooperova metoda [3].

2. USPJEŠNOST I MJERILA USPJEŠNOSTI POSLOVANJA

Uspješnost poslovanja u tržišnome gospodarstvu temelji se na primjeni načela maksimalne racionalnosti. Bit je ovog načela u tome da se određenom količinom ulaganja u reprodukciju ostvari maksimalan poslovni rezultat [2, str. 327.].

Budući da se poslovanje poduzeća zbiva u uvjetima složenog djelovanja raznih tehničkih, organizacijskih, tržišnih, društvenih i drugih čimbenika, uspjeh poslovanja poduzeća ostvaruje se kao kompleksan rezultat djelovanja svih tih čimbenika. Zato se uspjeh poslovanja može pouzdano ocijeniti jedino ako se osiguraju metodološke pretpostavke svođenja parcijalnih učinaka pojedinih čimbenika na zbirni učinak koji je izraz kvalitete ukupne ekonomije poslovanja.

Na temelju tako mjerene uspješnosti poslovanja moguće je u budućoj poslovnoj politici postizati pozitivne utjecaje i otklanjati negativne. Zbog prethodno navedenih argumenata, razlomljeno programiranje javlja se kao pravi odgovor na pitanje kako mjeriti uspješnost poslovanja. Linearnim programiranjem mogu se izračunati minimalni troškovi, maksimalna dobit, iskorištenost kapaciteta ili optimizirati proizvodnja, ali ništa od toga ne daje ukupnu sliku poslovanja poduzeća. Čak i kada bi se te konačne vrijednosti (minimalni troškovi ili maksimalna dobit) uvrstile u neku od formula za izračunavanje pokazatelja uspješnosti poslovanja (proizvodnost, ekonomičnost i rentabilnost), ne bi se dobilo optimalno rješenje već rješenje koje bi bilo idealno za teorijske uvjete, a zna se da u praksi nema idealnih situacija.

Stoga se koristi razlomljeno linearno programiranje koje omogućava da se pri izračunavanju optimuma određene funkcije kriterija istodobno uzimaju u obzir vrijednosti i brojnika (dobit, količina učinka ili vrijednost proizvodnje) i nazivnika (troškovi, kapital ili broj zaposlenih). Takvo računanje ne daje kompletnu sliku poslovanja poduzeća, ali svakako daje precizniju i realniju od linearnog modela.

Ekonomska mjerila uspješnosti poslovanja

Da bi se osigurala uspješnost poslovanja poduzeća, potrebno je provoditi i mjerilima pratiti ostvarenje gospodarskih načela poslovanja, a time i ostvarenje uspješnosti poslovanja. U ekonomskoj literaturi razmatraju se sljedeća ekonomska mjerila uspješnosti poslovanja [2, str.327.]:

- proizvodnost rada
- ekonomičnost i
- rentabilnost.

Mjerenje ostvarenja proizvodnosti, ekonomičnosti i rentabilnosti izražava se kvalitetnim odnosom između učinaka ili poslovnog rezultata i količine utrošenih ili uloženih elemenata radnog procesa. Tako dobiveni koeficijent pokazuje kvalitetu procesa reprodukcije i stupanj uspješnosti poslovanja poduzeća.

Rentabilnost kao kriterij optimalnosti

Od mjerila ekonomskog uspjeha poslovanja najveća se važnost pridaje rentabilnosti poslovanja jer se preko pokazatelja rentabilnosti odražava konačni rezultat reprodukcije i s teoretskog i s praktičkog gledišta [3, str.147.].

Rentabilnost je vrlo važan pokazatelj uspješnosti poslovanja, a predstavlja odnos ostvarenog dohotka (dobitka) prema uloženim ili utrošenim sredstvima (rashodima, troškovima) [1, str.685.]. Pritom se pretpostavlja da pojedine proizvodne aktivnosti zahtijevaju samo proporcionalne troškove i sredstva te da fiksni troškovi i fiksna korištena sredstva ne ovise o vrsti i količini proizvodnje. Pod tim pretpostavkama funkcija rentabilnosti prema H. Seelbachu [5, str. 44.] izgleda ovako:

$$R = \frac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j - c_0}{\sum_{j=1}^{n} d_j x_j + d_0},$$

gdje je:

x_j – broj jedinica proizvoda j-te vrste

c_j – bruto-dobit po jedinici proizvoda

c_0 – fiksni, od veličine proizvodnje neovisni troškovi

d_j – uloženi kapital po jedinici proizvoda

d_0 – fiksni kapital

n – broj vrsta proizvoda na izboru.

Ograničenja su:

$$\sum_{j=1}^{n} d_j x_j + d_0 \leq k,$$

gdje su k raspoloživa novčana sredstva (kapital). Osim kapitala, ograničenja predstavljaju i drugi čimbenici proizvodnje (kapaciteti strojeva, količine sirovina itd.), kako slijedi:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq a_{i0}, \; (i=1,2,...,m)$$

Parametri a_{i0} predstavljaju maksimalne kapacitete, a a_{ij} su različiti tehnološki koeficijenti.

Neki drugi autori [7, str. 260.] navode da se rentabilnost može izraziti funkcijom:

$$R = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n}{s_1 x_1 + s_2 x_2 + \ldots + s_n x_n} = \frac{p_x}{s_x}$$

gdje je:

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ – fizički obim proizvodnje

$p_1, p_2, \ldots, p_n$ – cijena po jedinici proizvoda

$s_1, s_2, \ldots, s_n$ – utrošena sredstva po jedinici proizvodnje.

Definirana funkcija predstavlja razlomljeno-linearnu funkciju po $x_1, x_2, \ldots, x_n$ i njezina optimizacija može se provesti prema modelu:

$$Max(R) = \frac{p_x}{s_x}$$

$$Ax \le b$$

$$x \ge 0 .$$

U ovoj funkciji S. Sazdanović definira rentabilnost kao odnos cijene po jedinici proizvoda prema utrošenim sredstvima po jedinici proizvodnje, čime uvelike odstupa od definicije pojma rentabilnosti, koja je navedena u ekonomskom leksikonu i poimanju tog pojma u većine ekonomskih znanstvenika.

U ovom radu, za numerički je primjer odabrana maksimizacija rentabilnosti prema H. Seelbachu,jer se uzima u obzir da je ta funkcija realna slika proizvodnje i koristi sve relevantne čimbenike proizvodnog procesa, kao i saznanje da većina ekonomskih znanstvenika smatra takvu definiciju rentabilnosti ispravnom.

3. RAZLOMLJENO LINEARNO PROGRAMIRANJE

Problem razlomljenoga linearnog programiranja može se formulirati ovako [5, str. 32.–34.]:

$$Max \frac{C'X + c_0}{D'X + d_0} \tag{1}$$

$$AX \le A_0 \tag{2}$$

$$X \ge 0 , \tag{3}$$

gdje je:

$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \ldots \\ c_n \end{bmatrix}, \qquad D = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \ldots \\ d_n \end{bmatrix}, \qquad \text{i} \qquad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{bmatrix},$$

dok je A matrica $[a_{ij}]$ reda (m, n), A_0 je m-dimenzionalni vektor, a c_0 i d_0 su skalari.

S gledišta praktične primjene bitan je sljedeći slučaj:

(a) Skup mogućih rješenja $S = \{ X | AX \leq A_0, X \geq 0 \}$ neprazan je i ograničen (u smislu da je distancija između dviju proizvoljnih točaka iz S manja od nekog unaprijed danog pozitivnog broja). Inače je S konveksno i zatvoreno (jer sadrži sve svoje granične točke). Prema tome, S je konveksni poliedar, dakle ima konačan broj ekstremnih točaka i svaka je točka od S neka konveksna kombinacija ekstremnih točaka.

(b) $D'X + d_0 > 0$ za svako $X \in S$. Prema tome, funkcija cilja je kontinuirana, a njezin je nazivnik pozitivan.

U slučaju kad neki ekonomski problem dolazi u obliku (1) – (3), prvi uvjet znači da nijedna od ekonomskih aktivnosti koja treba biti programirana ne može biti neograničena. Drugi uvjet isključuje mogućnost da vrijednost programa postane infinitna. Vidljivo je, dakle, da oba uvjeta odgovaraju praktičkim pretpostavkama, odnosno jedino ovaj slučaj ima praktičko značenje.

Nazivnik $D'X + d_0$ može se interpretirati kao vrijednost ulaganja za ostvarenje programa X. U tom slučaju brojnik $C'X + c_0$ predstavlja ekonomski efekt toga ulaganja. Prema tome, problem se sastoji u nalaženju takva programa proizvodnje X, a da omjer efekta i investicija bude, u zadanim uvjetima, što veći. Radi se, dakle, o problemu maksimizacije efikasnosti investicija. Ako je, na primjer, d_j dohodak po jedinici proizvoda x_j, a c_j cijena te jedinice, tada je funkcija cilja pokazatelj produktivnosti rada.

S obzirom na uvjet (b), ako se pretpostavi da je razlomljena funkcija (1) neprekidna nad S, tj. da je $D'X + d_0 = 0$, dovoljno je još pretpostaviti da postoji bar jedna točka X iz S u kojoj je nazivnik pozitivan, pa da taj nazivnik bude pozitivan za sve točke od S. To slijedi, s jedne strane, iz kontinuiranosti nazivnika i, s druge strane, iz konveksnosti područja njegove definicije. Naime, ne može nazivnik u dvije točke od S imati različite predznake jer bi u nekoj točki na njihovoj pravocrtnoj spojnici imao vrijednost 0, a to je protivno pretpostavci o neprekidnosti funkcije cilja. Kad bi nazivnik bio negativan, množio bi se brojnik i nazivnik sa -1, pa bi opet bio ispunjen uvjet (b). Prema tome, taj uvjet ne umanjuje općenitost razmatranja.

U nekim primjenama maksimizira se ili minimizira kvocijent homogenih linearnih formi, a uvjeti su dani u formi jednadžbi. Taj se specijalan slučaj pojavljuje u ovom obliku:

$$Max \frac{C'X}{D'X} \tag{4}$$

$$AX = A_0 \tag{5}$$

$$X \geq 0, \tag{6}$$

a može se pisati i ovako:

$$Max \frac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j}{\sum_{j=1}^{n} d_j x_j}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = a_{i0}, \ (i=1,2,...,m)$$
$$x_j \geq 0, (j=1,2,...,n)$$

B. Martos je prvi uočio da su ispunjeni svi preduvjeti da se problem (1) – (3) uz pretpostavke (a) i (b) riješi simpleks-metodom. Svaki lokalni ili relativni maksimum od funkcije cilja z je globalni maksimum. Skup mogućih rješenja S je konveksni poliedar, a bar jedna od njegovih ekstremnih točaka je optimalna. Postavlja se pitanje kako doći do nje.

Prema simpleks-metodi polazi se od jednog baznog mogućeg rješenja. Uz pretpostavku nedegeneracije, tom rješenju odgovara jedna ekstremna točka skupa S. Od te točke prelazi se na drugu ekstremnu točku u kojoj je vrijednost funkcije z veća. Drugim riječima, od jednog baznog rješenja prelazi se na drugo, bolje rješenje tako da se izmjeni jedan vektor u bazi. Za to treba imati kriterij za izbor novog vektora. Upravo taj kriterij je Martos razvio i ugradio u algoritam simpleks-metode. U tome se i sastoji njegova modifikacija simpleks-metode. S pomoću simpleks-tablice dolazi se do optimalnog rješenja.[1]

4. MAKSIMIZACIJA RENTABILNOSTI

Za primjer maksimizacije rentabiliteta odabrano je poduzeće koje se bavi proizvodnjom maziva i ulja kao osnovnom djelatnošću, a kao sekundarnu djelatnost ima proizvodnju kantica za svoje potrebe, tj. kantica u koje će se puniti maziva i ulja. Proizvodnja kantica zasniva se na tri osnovna tipa kantica, i to od 1 l, 4 l i 5 l. Radi se na tri proizvodne linije s tri stroja čiji kapaciteti su dani u tablici 3. Osim radnog kapaciteta stroja poznata je i cijela struktura troškova (tablica 1.), a u tablici 2. prikazan je proračun troškova. Raspoloživi kapital iznosi 11 450 000 kn, a kapital za fiksne troškove 10 899 300 kn. Plan rada za 2001. godinu dan je u tablici 4.

Tablica 1. Struktura troškova

Nosioci troškova	1 l kantica kn/kom	4 l kantica kn/kom	5 l kantica kn/kom
Sirovina	0.675	2.220	2.554
Energija	0.310	1.147	1.146
Varijabilni troškovi	0.985 => 63%	3.367 => 71%	3.700 => 72%
Plaće	0.260	0.520	0.120
Amortizacija	0.010	0.030	0.030
Režije	0.320	0.833	0.900
Fiksni troškovi	0.590 => 37%	1.383 => 29%	1.450 => 28%
Ukupna cijena koštanja	1.575	4.750	5.150

[1] Opširnije o Martosevoj metodi i načinu rješavanja, koja će u ovom radu biti korištena za odabrani numerički primjer, vidjeti [5, str. 36.–38.]

Tablica 2. Proračun troškova

Ukupna cijena koštanja	1.58 kn/kom	4.75 kn/kom	5.15 kn/kom
Dobit	0.06 kn/kom	0.20 kn/kom	0.30 kn/kom
Prodajna cijena	1.64 kn/kom	4.95 kn/kom	5.45 kn/kom

Tablica 3. Radni kapacitet strojeva

Tip kantice	Tip stroja	Radni kapacitet
1 l kantica	H - 1	434 kom./sat, 80 gr. - 1 kom
4 l kantica	H - 4/5	260 kom./sat, 260 gr. - 1 kom
5 l kantica	H - 4/5	256 kom./sat, 360 gr. - 1 kom

Tablica 4. Plan rada i predviđena sredstva za 2001. godinu

Tip	Potrebe tržišta
1 l	2 600 000
4 l	nije definirano
5 l	nije definirano
	Fiksni kapital 10 899 300 kn
	Raspoloživi kapital 49 046 850 kn

Na konkretnom primjeru (podaci su autentični i ni u kojoj mjeri ne odstupaju od stvarnih podataka), koji je prethodno opisan, potrebno je izračunati maksimalnu rentabilnost poslovanja, tj. izračunati optimalni proizvodni program (broj kantica od 1 l, 4 l i 5 l) kojim će se ostvariti maksimalna rentabilnost uz zadana ograničenja. Na temelju poznatih podataka sastavljen je matematički model.

Prvobitni model bio je zamišljen tako da su u ograničenja uvedeni i kapaciteti strojeva pa, s tom pretpostavkom, model izgleda ovako:

$$R=\frac{0{,}06x_1+0{,}2x_2+0{,}3x_3-3633100}{1{,}58x_1+4{,}75x_2+5{,}15x_3+10899300}$$

Sirovine: $0{,}08x_1+0{,}26x_2+0{,}36x_3 \leq 670800$

Tržište: $x_1 \leq 2600000$

Kapital: $1{,}58x_1+4{,}7x_2+5{,}15x_3 \leq 38147550$

Kapaciteti: $0{,}138x_1 \leq 360000$

$0{,}23x_2 \leq 61920$

$0{,}234x_3 \leq 181440$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Kapacitet je uzet iz tablice za radni kapacitet strojeva tako da je količina komada koja se proizvede u jedinici vremena izražena u vremenu (minutama) koje je potrebno za izradu 1 komada kantice, kako bi se dobilo vremensko ograničenje s lijeve strane jednadžbe, i to za svaki stroj posebno.

Radi kompleksnosti modela i zbog toga što se model rješava ručno u drugom modelu, koji je ujedno i model za koji će se rješavati maksimizacija rentabilnosti, izuzeta su ograničenja vezana uz kapacitete strojeva pa model glasi:

$$R = \frac{0{,}06x_1 + 0{,}2x_2 + 0{,}3x_3 - 3633100}{1{,}58x_1 + 4{,}75x_2 + 5{,}15x_3 + 10899300}$$

Sirovine: $0{,}08x_1 + 0{,}26x_2 + 0{,}36x_3 \leq 670800$

Tržište: $x_1 \leq 2600000$

Kapital: $1{,}58x_1 + 4{,}7x_2 + 5{,}15x_3 \leq 38147550$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

U ograničenjima za kapital, iznos od 38 147 550 kn dobiven je tako da je raspoloživi kapital umanjen za iznos fiksnog kapitala jer je fiksni kapital neovisan o opsegu proizvodnje.

$$R = \frac{0{,}06x_1 + 0{,}2x_2 + 0{,}3x_3 - 3633100}{1{,}58x_1 + 4{,}75x_2 + 5{,}15x_3 + 10899300}$$

$$0{,}08x_1 + 0{,}26x_2 + 0{,}36x_3 + x_4 = 670800$$

$$x_1 + x_5 = 2600000$$

$$1{,}58x_1 + 4{,}7x_2 + 5{,}15x_3 + x_6 = 38147550$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

Problem je riješen Martosevom metodom. Iz simpleks-tablice očitano je optimalno rješenje, tj. optimalni proizvodni program koji glasi: x_1 = 1 793 518 kantica, x_2=2 600 000 kantica i x_3 = 0 kantica, a maksimalna rentabilnost iznosi -0.13 novčanih jedinica.

Zbog negativne rentabilnosti zaključuje se da takav proizvodni program uz zadana ograničenja ne ostvaruje dobit nego gubitak. Kod svake druge proizvodne linije taj bi rezultat bio neprihvatljiv, ali budući da se radi o proizvodnoj liniji proizvodnje kantica za punjenje maziva i ulja, koja ne predstavlja primarnu djelatnost poduzeća, stvarni financijski učinak poduzeća nije ni poznat.

Poduzeće može dopustiti da proizvodi kantice s gubitkom, a da taj gubitak nadoknađuje cijenom ukupnog proizvoda, koja će sadržavati i cijenu kantice i cijenu maziva ili ulja. Ipak je tu riječ o proizvodnoj grani koja radi samo za potrebe vlastita poduzeća pa financijski rezultat proizvodnje kantica ne mora biti ni primaran ni pozitivan jer je bitan konačan financijski rezultat poslovanja, a on treba da bude pozitivan.

5. ZAKLJUČAK

Rentabilnost je ekonomsko mjerilo uspješnosti, koje predočuje unosnost uloženog kapitala u neki posao u određenom vremenskom razdoblju, a iskazuje se kroz odnos poslovnog rezultata odnosno profita i uloženog kapitala.

Ako su u nekom poduzeću prihodi veći od rashoda, to je poduzeće ostvarilo dobit, a ako su prihodi manji od rashoda, poslovalo je s gubitkom. U prvom se slučaju za poduzeće kaže da je poslovalo rentabilno, u drugome nerentabilno.

Primjenom metode razlomljenoga linearnog programiranja na opisani primjer proizvodnje kantica za maziva i ulja, došlo se do zaključka da je poduzeće u tom segmentu poslovanja poslovalo nerentabilno. Međutim, taj zaključak vrijedi u domeni proizvodnje kantica, dok ukupan poslovni rezultat ne mora biti negativan i poduzeće u cjelini može poslovati rentabilno. Rentabilnost je različita od poduzeća do poduzeća u okviru iste grane, različita je između grana i djelatnosti. Te su razlike u ostvarenoj rentabilnosti ne samo pokazatelj poslovnog uspjeha, već i vrlo važan instrument poslovne orijentacije.

LITERATURA

[1] A. Dragičević, Ekonomski leksikon, Informator, Zagreb 1991.
[2] A. Jelavić, P. Ravlić, A. Starčević, J. Šamanović, Ekonomika poduzeća, Ekonomski fakultet Zagreb, Zagreb 1993.
[3] B. Kesić, Organizacija i ekonomika lučkih sistema, Fakultet za pomorstvo i saobraćaj, Rijeka 1992.
[4] Lj. Martić, Programiranje sa razlomljeno linearnim funkcijama, Ekonomska analiza, br.3., Zagreb 1968.
[5] Lj. Martić, Nelinearno programiranje, Informator, Zagreb 1973.
[6] J. Petrić, Nelinearno programiranje, Univerzitet u Beogradu, Beograd 1979.
[7] S. Sazdanović, Elementi operacionih istraživanja, Naučna knjiga, Beograd 1980.

Summary

PROFITABILITY MAXIMAZATION BY APPLYING THE LINEAR FRACTIONAL PROGRAMMING

The paper aims at presenting one of the possible ways of calculating the profitability in running a firm, as the most important economic indicator of business efficiency. Since profitability is defined as the relation between the operating result or profit and the invested capital, a model of the linear fractional programming has been used in this paper, following the maximum profitability criterion, where the target function is a fractionally rational one, representing a fraction of two linear functions.

Key words: profitability, linear fractional programming