

# PRORAČUN METODOM KONAČNIH ELEMENATA KRUŽNOG MAGNETSKOG TOKA UZROKOVANOG EKSCENTRIČNIM POMAKOM ROTORA

Željko Hederić, Stjepan Štefanko, Marinko Barukčić

Izvorni znanstveni članak

Uzroci osovinskih struja kod niskonaponskih asinkronih motora (s homogenim jarmovima) napajanih iz mreže, uglavnom su ekscentrični pomak rotora u provrtu statora i nelinearnost krivulje magnetiziranja, koji dovode do nastanka kružnog magnetskog toka, a on nadalje uzrokuje osovinske struje, čiji strujni krug zatvaranja je: osovina, ležaj, ležajni štit, kućište, ležajni štit, ležaj i osovina. U radu je opisan postupak izračuna kružnog magnetskog toka koji određuje osovinske struje Metodom konačnih elemenata, kojim se može analizirati njegov iznos i harmonijski sastav.

**Cljučne riječi:** kružni magnetski tok, Metoda konačnih elemenata, osovinske struje

## Finite elements method calculation of circular magnetic flux emerged by eccentric position of rotor

Original scientific paper

The main causes of shaft currents in the low-voltage asynchronous motors (with homogeneous yokes) supplied from the net are the eccentric position of rotor in the stator bore and nonlinearity of magnetizing curve of electrical steel of the motor stack lamination. Circular magnetic flux emerged by those causes, produces shaft currents closed in the circuit: shaft, bearing, bearing shield, housing, bearing shield, bearing and shaft. The article describes the calculation procedure of circular magnetic flux, which determines shaft currents, conducted by the Finite element method by means of which quantity and frequency spectrum of that flux can be analyzed.

**Key words:** circular magnetic flux, Finite element method, shaft currents

## 1

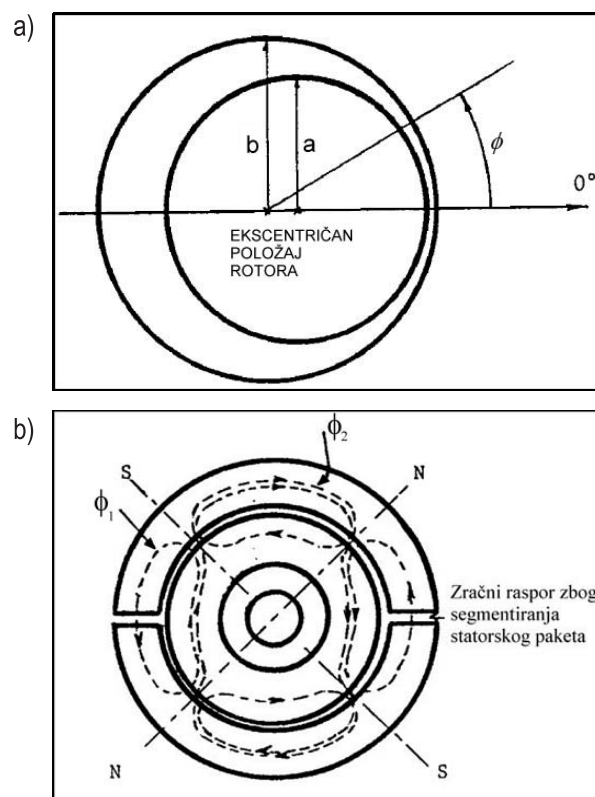
### Uvod

#### Introduction

U suvremenim analizama električnih strojeva numerička metoda proračuna polja metodom konačnih elemenata koristi se da bi se dobio uvid u nelinearne karakteristike materijala kod složenih geometrijskih oblika, što se teško može dobiti analitičkim proračunom. Glavni nedostaci upotrebe metode konačnih elemenata su da dobiveno rješenje vrijedi samo za promatrani slučaj i da za dobivanje dobre "rezolucije" slike magnetskog polja zahtijeva velike kapacitete računala. Iz tih je razloga vrlo bitno pravilno odabrati model prikladan za analizu pojave [1]. Kod proučavanja dinamičkog ponašanja asinkronih motora uobičajeno se koristi sprema numeričkog rješenja nesimetričnog magnetskog polja metodom konačnih elemenata s tranzijentnom analizom ekvivalentnog strujnog kruga u dvoosnom modelu stroja. Iterativnim postupkom može se provesti analiza stanja motora od kratkog spoja, zaleta, pa do nazivnog opterećenja. Za proučavanje osovinskih struja induktivnog uzroka nastajanja, te za njihovo analitičko određivanje bitno je dobiti uvid u kružno polje motora koje je glavni uzrok osovinskih struja. Kružni tok koji obuhvaća osovinu može se javiti zbog ekscentričnosti rotora u provrtu statora (nejednak zračni raspor po obodu - slika 1a), te zbog nejednake magnetske vodljivosti paketa limova magnetskog kruga stroja (slika 1b).

Za pojašnjenje utjecaja nesimetrije magnetskog polja na pojavu osovinskih struja u ovom radu dan je prikaz numeričkog rješenja elektromagnetskog polja ispravnog motora (idealna simetrija) i motora kod kojega je nastupila paralelna ekscentričnost [2], tj. pomak osi rotora u odnosu na os stroja za četvrtinu zračnog raspora. Radi jednostavnosti obrađen je samo slučaj idealnog praznog hoda motora (sinkronizam,  $s=0$ ), pri statičkoj ekscentričnosti, koji ipak daje dovoljan uvid u problematiku nesimetričnih magnetskih polja motora, a opis postupka

sprege numeričkog izračuna polja motora sa tranzijentnom analizom ekvivalentnog strujnog kruga u dvoosnom modelu stroja za sve ostale režime rada (zalet, nazivna radna točka i kratki spoj) dan je u [3].

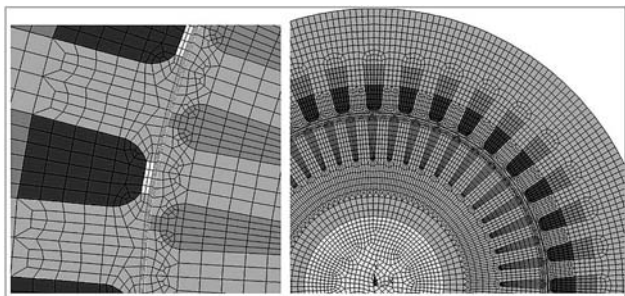


**Slika 1** Uzroci nastajanja kružnog magnetskog toka: a) ekscentričnost rotora u provrtu statora, b) nejednaka magnetska vodljivost statorskog paketa

**Figure 1** Circular magnetic flux emerging reasons: a) eccentric position of rotor in the stator bore, b) nonlinearity of magnetizing curve of electrical steel of the motor stack lamination

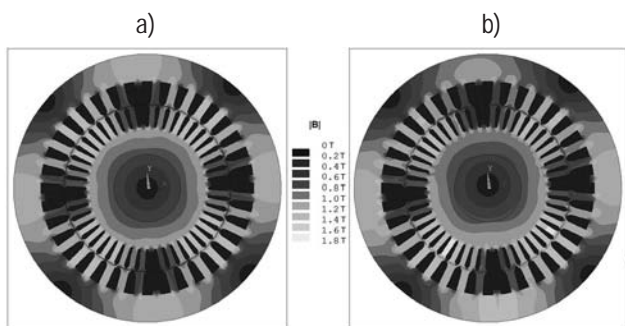
## 2 Modeliranje ekscentričnosti pomaka rotora Modeling of eccentric rotor position

Kod problema u kojima postoji osjetljivost na nesimetrije, za numerički proračun polja je vrlo bitno da se generira mreža konačnih elemenata koja će biti savršeno simetrična, kako bi se spriječilo da se samom metodom izračuna stvaraju nesimetrije [4]. Na slici 2 prikazana je mreža konačnih elemenata za motor, s uvećanim dijelom oko zračnog raspora. Mreža mora biti gusta na mjestima gdje se očekuje visok stupanj magnetskog zasićenja (krune zuba) i velika promjena polja (zračni raspor).



Slika 2 Prikaz mreže konačnih elemenata  
Figure 2 Display of the finite element mesh

Najproblematičniji je dio modeliranja konstruirati ekscentričnost rotora i definirati mrežu konačnih elemenata prostora, a da pri tome mreža unutar zračnog raspora ostane ravnomjerna. Programski paketi za numerički proračun polja metodom konačnih elemenata nude mogućnost automatskog generiranja mreže, ali ako se vrši simulacija vrtnje, radi smanjenja numeričke greške, bitno je da mreža bude jednaka za svaki novi položaj rotora, pa se tu mora pribjeći ručnom podešavanju.



Slika 3 Magnetska indukcija (apsolutni iznos) pri  $s=0$  (sinkronizam) za:  
a) motor s centričnim rotorom, b) motor s ekscentričnim rotorom,  
pomaknutim prema dolje za četvrtinu širine zračnog raspora  
Figure 3 Magnetic induction (absolute value) upon  $s=0$  (synchronism)  
for: a) motor with centric rotor; b) motor with eccentric rotor shift  
down by a quarter of air gap

Na slici 3 prikazana je raspodjela indukcije (apsolutni iznos) za ispravan motor, tj. za motor koji nema geometrijske nesimetrije na kojoj je vidljiva simetrična raspodjela magnetskog polja u odnosu na položaj polova (četveropolni kavezni asinkroni motor snage 4,8 kW). Za razliku od toga, na slici 4 prikazana je nesimetrična raspodjela magnetske indukcije (apsolutni iznos) zbog ekscentričnog rotora (pomak osi rotora okomito prema dolje za četvrtinu zračnog raspora). Uočljivo je da se indukcija povećala na području gdje je rotor bliži statoru za

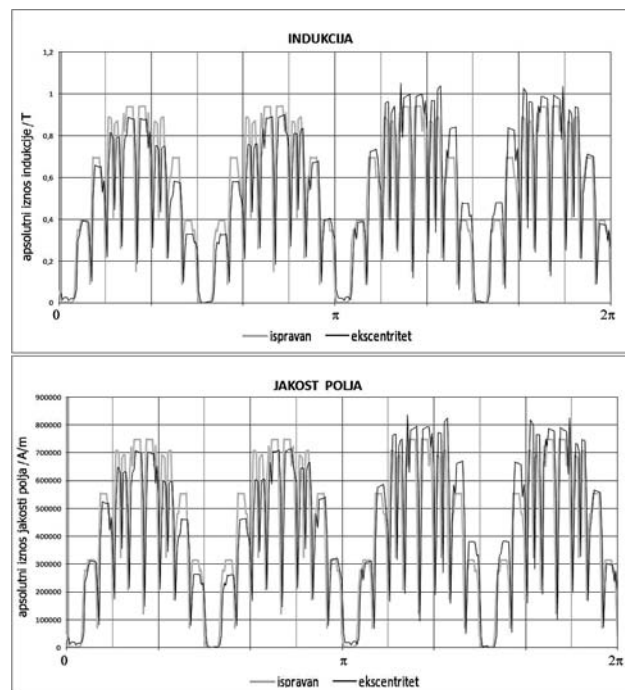
0,1 T (6 %), a posebno je evidentna promjena indukcije u rotorskom jarmu i osovini, te promjena indukcije u zubima koji se nalaze ispod polova.

Indukcija poprima maksimalne vrijednosti ispod polova koji su najbliži mjestu najmanjeg zračnog raspora, gdje ima samo radijalni smjer, ali raspodjela polja više nije simetrična u odnosu na simetralu polova, već je razvučena prema mjestu gdje se rotor najviše približio statoru, što je dovelo do smanjenja iznosa indukcije u zubima ispod polova koji su najbliži maksimalnom zračnom rasporu. Ovaj prikaz utjecaja statičke ekscentričnosti relativno malih razmjera (u promatranom slučaju se radi o desetinki milimetra) daje naslutiti o razmjerima nesimetrije magnetskog polja, koja bi se mogla pojaviti kod dinamičke ekscentričnosti.

## 3 Analiza kružnog toka uzrokovanog ekscentričnim pomakom rotora

Analysis of circular magnetic flux emerged by eccentric shift of rotor

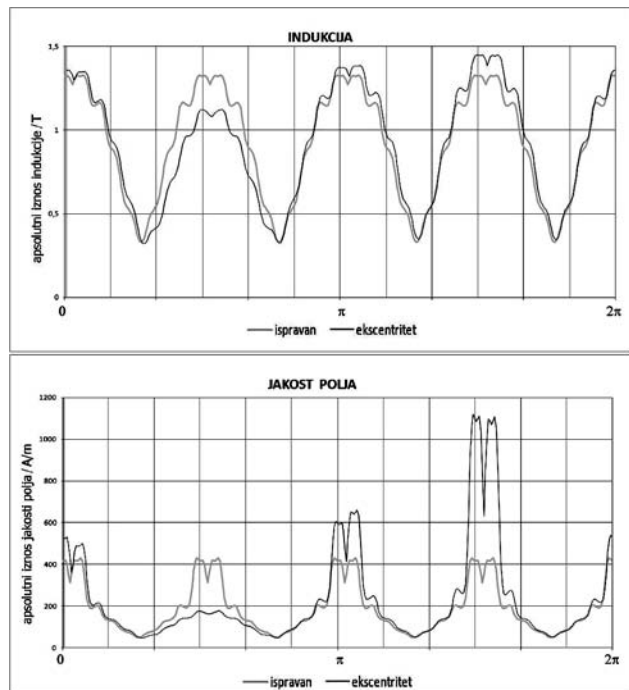
Za detaljniju analizu potrebno je promotriti promjenu indukcije po obodu stroja na sljedećim polumjerima: sredina zračnog raspora, sredina visine jarma statora i sredina visine jarma rotora. Kontura zračnog raspora ide sredinom zračnog raspora i odabrana je da se uoči promjena raspodjele polja zbog ekscentrično pomaknutog rotora, kao i utjecaj otvora utora na nazubljenost krivulje polja. Kod analitičkih proračuna asinkronih strojeva za projektiranje motora se odabiru vrijednosti indukcije na sredini visine jarma statora i rotora, pa je to ujedno i razlog odabira polumjera kontura jarma statora i rotora.



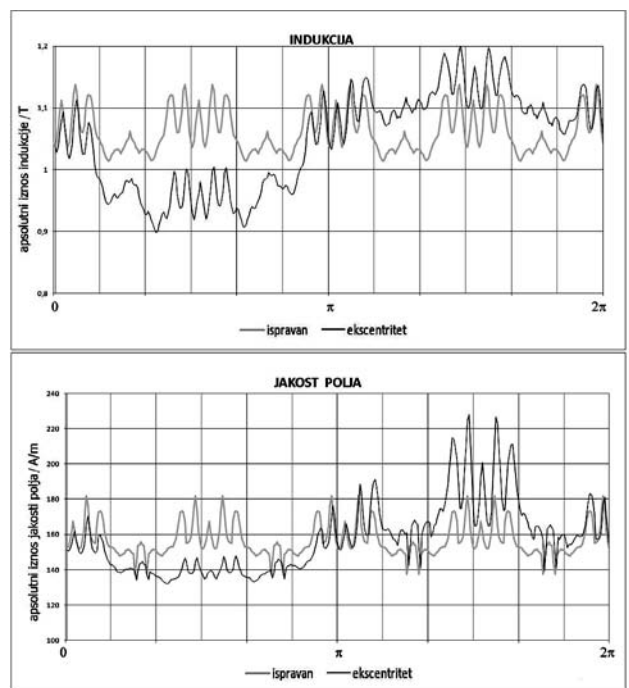
Slika 4 Raspodjela indukcije i jakosti polja u zračnom rasporu za motor s centrično i za motor s ekscentrično pomaknutim rotorom  
Figure 4 Distribution of magnetic induction and field power in the air gap for a motor with centric and motor with eccentric rotor shift

Promatranjem iznosa indukcije u zračnom rasporu (slika 4) može se vidjeti da se kod motora s ekscentrično pomaknutim rotorom magnetsko polje preraspodijelilo, te je ispod gornjih polova polje smanjenog intenziteta, a ispod

donjih polova proporcionalno većeg intenziteta (oko 6 %). Jasno je da je rotor bliži statoru kod donja dva pola, što smanjuje magnetski otpor kojim se zatvara magnetsko polje. Također, na dijelu karakteristike na slici 5, koji predstavlja indukciju i jakost polja na mjestu gdje je najmanji zračni raspor, izobličenja uslijed otvora utora su se povećala. To se odražava na frekvencijski spektar, koji dobiva još više izražene harmonike.



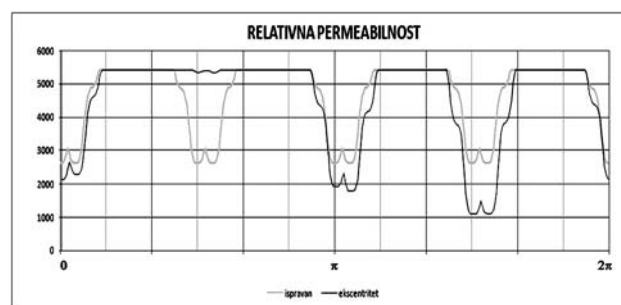
Slika 5 Raspodjela indukcije i jakosti polja u jarmu statora za motor s centrično i za motor s ekscentrično pomaknutim rotorom  
 Figure 5 Display of magnetic induction and field power in the stator yoke for a motor with centric and motor with eccentric rotor shift



Slika 6 Raspodjela indukcije i jakosti polja u jarmu rotora za motor s centrično i za motor s ekscentrično pomaknutim rotorom  
 Figure 6 Display of magnetic induction and field power in the rotor yoke for a motor with centric and motor with eccentric rotor shift

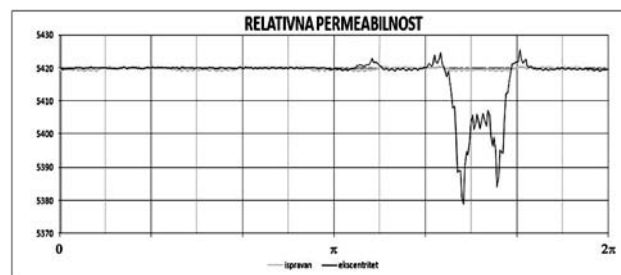
Prikaz promjena u jarmu statora uslijed ekscentričnog pomaka rotora (slika 5) pokazuje da promjene indukcije nisu značajne (u odnosu na zračni raspor povećanje je od oko 4 %), ali zbog zasićenja željeza, krivulja jakosti magnetskog polja ima vrlo izražene skokove na mjestu polova. Dok je promjena jakosti polja u zračnom rasporu uslijed ekscentričnog pomaka rotora bila do 8 %, u jarmu je ta promjena na mjestima ispod polova čak 180 %.

Nešto manje dramatična promjena je u jarmu rotora (slika 6), gdje je na mjestu najmanjeg zračnog raspora promjena indukcije također oko 10 %, ali pri tome promjena jakosti polja doseže vrijednost od 17 %. Također i ovdje se javljaju povišene amplitude viših harmonika. Krivulje indukcije i jakosti polja su na mjestima najvećeg i najmanjeg zračnog raspora, na kojima su nastupila magnetska zasićenja dobile izobličenja vrhova.



Slika 7 Relativna permeabilnost u jarmu statora za motor s centrično i za motor s ekscentrično pomaknutim rotorom  
 Figure 7 Relative permeability in the stator yoke for a motor with centric and motor with eccentric rotor shift

Možda najjasniji prikaz promjena uslijed ekscentričnog pomaka rotora je promjena relativne permeabilnosti u jarmu statora (slika 7) i u jarmu rotora (slika 8). Vidi se da je na dijelu gdje se kontura poklapa s magnetskom silnicom konstantna permeabilnost, a da je istaknuta promjena vrijednosti na mjestu najmanjeg zračnog raspora.



Slika 8 Relativna permeabilnost u jarmu rotora za motor s centrično i za motor s ekscentrično pomaknutim rotorom  
 Figure 8 Relative permeability in the rotor yoke for a motor with centric and motor with eccentric rotor shift

#### 4 Numerički proračun kružnog toka Numerical calculation of circular flux

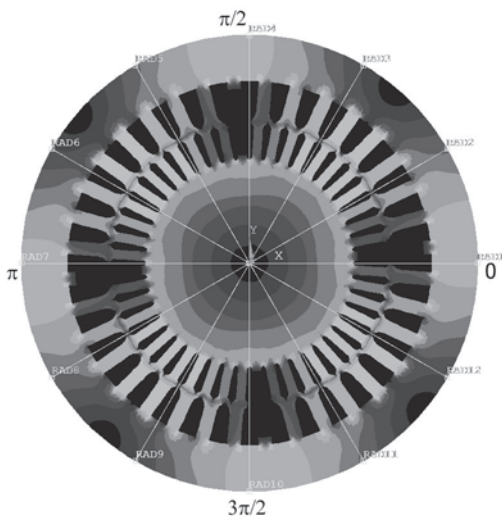
Pri napajanju niskonaponskih asinkronih motora (s homogenim jarmovima) iz mreže mogu nastati osovinske struje, koje dovode do kvarova ležajeva. Mehanizmi nastajanja osovinskih struja kod tih motora, koji u pravilu imaju homogena jarmove (bez zračnih raspora) jako su komplicirani. Uzrok tim strujama je, uglavnom, ekscentrični položaj rotora u statoru (statička i dinamička



ekscentričnost), a nužni uvjet za nastajanje tih struja je nelinearnost krivulje magnetiziranja limova paketa motora, što je pokazano u [5].

Za određivanje iznosa osovinske struje potrebno je analitički odrediti iznos kružnog magnetskog toka, koji nastaje zbog nesimetrija magnetskog polja i koji se zatvara kružno po obodima jarma statora i rotora. I ovdje će se radi boljeg uvida u analitički izračun, dati pregled raspodjele toka korištenjem numeričkog izračuna magnetskog polja motora.

Na slici 9 prikazani su radijalni pravci po kojima će se računati magnetska indukcija, tj. kroz te presjeka stroja će se računati magnetski tok po jedinici duljine stroja. Odabrani su pravci sa razmakom od  $30^\circ$ , tako da prolaze točkama maksimalnog i minimalnog zračnog raspora. Radi općenitosti, položaji polova se ne poklapaju s tim pravcima.

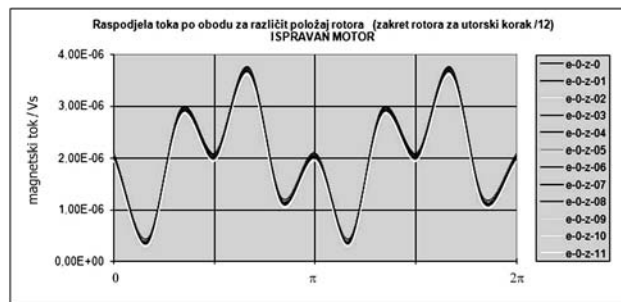


**Slika 9** Prikaz radijalnih pravaca odabranih kontura za prikaz raspodjele kružnog magnetskog toka uzrokovanog magnetskom nesimetrijom  
**Figure 9** Display of radial direction of selected contours for presentation of circular magnetic flux distribution emerged due to magnetic asymmetry

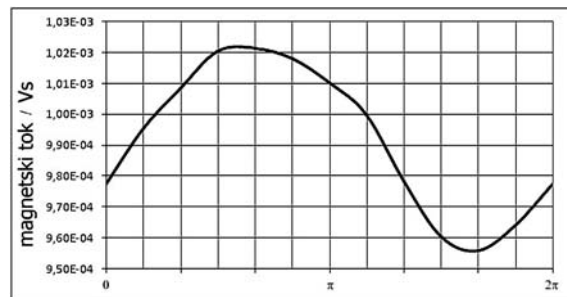
U prikazu raspodjela magnetskih tokova za motor bez ekscentričnog pomaka rotora i s nelinearnom krivuljom magnetiziranja (slika 10) vidi se da su prisutni tokovi relativno mali, s maksimumima na mjestima sredina polova, tj. minimumima u neutralnim zonama između polova.

Zakretanje rotora pri tome (zadnje oznake u legendi slike 10 predstavljaju broj koraka zakreta rotora u koracima po  $1/12$  utorskog koraka statora) nema nikakvog utjecaja na iznos magnetskog toka, što proizlazi iz podudaranja krivulja na slici 10. Razlog je taj što je ovaj tok posljedica nelinearnosti krivulje magnetiziranja, prema tome i stalno prisutan u svim režimima rada. Jasno je da se iznosi mijenjaju s iznosima opterećenja motora, tj. sa zasićenjem željeza. Srednja vrijednost toka na slici je  $2 \text{ V} \cdot \text{s}$ , a efektivna vrijednost  $2,33 \text{ V} \cdot \text{s}$ .

S druge strane, ako se promatra raspodjela kružnog toka po obodu jarma statora motora sa ekscentrično pomaknutim rotorom (slika 11), može se uočiti razvučenost krivulje na području najvećeg zračnog raspora, dok je srednja vrijednost tog kružnog toka  $0,991 \text{ mV} \cdot \text{s}$ . Jasno je da krivulja ima istosmjerni član i samo jednu periodu, jer je ovdje nastupila statička ekscentričnost, što se poklapa sa izvodom u [2, 6]. Malo izobličenje (nije čisti sinus) je posljedica toga što nije uzeto u razmatranje dovoljan broj



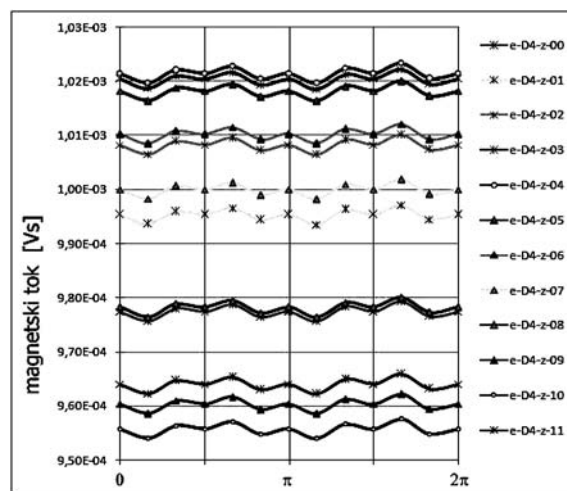
**Slika 10** Raspodjela toka po obodu jarma statora za različite položaje rotora za motor bez ekscentričnog pomaka rotora  
**Figure 10** Stator yoke circumference flux distribution for different rotor positions for a motor with no eccentric rotor shift



**Slika 11** Raspodjela kružnog toka po obodu jarma statora motora s ekscentrično pomaknutim rotorom  
**Figure 11** Stator yoke circumference flux distribution for different rotor positions for a motor with eccentric rotor shift

točaka (radijalni pravci su bili na svakih  $30^\circ$ ), ali i zbog pogreške zaokruživanja.

Raspodjela toka po obodu za različite položaje rotora za motor s ekscentričnim pomakom rotora za  $1/4$  zračnog raspora prikazana je na slici 12 i bitno je različita nego za motor s centričnim rotorom. Oznake u legendi predstavljaju kut po obodu, a na apscisi je inkrement, tj. broj koraka zakreta rotora u koracima po  $1/12$  utorskog koraka statora. Vidljivo je da su se kod motora s ekscentričnim pomakom rotora iznosi kružnog toka povećali prosječno 500 puta u odnosu na motor bez ekscentrično pomaknutog rotora (slika 11 i slika 12).



**Slika 12** Raspodjela toka po obodu za različite položaje rotora kod motora s ekscentričnim pomakom rotora za  $1/4$  zračnog raspora, uz zakrete rotora za inkrement od  $1/12$  utorskog koraka  
**Figure 12** Stator yoke circumference flux distribution for different rotor positions for a motor with eccentric rotor shift by a quarter of air gap, with rotor rotation for increment equal to  $1/12$  of slot step

Također, i na slici 12 uočljiva je valovitost krivulja uslijed zakretanja rotora, što je posljedica djelovanja nelinearnosti krivulje magnetiziranja. Ta valovitost je po iznosu manja nego u slučaju motora bez ekscentrično pomaknutog rotora (na slici 10), što se može objasniti utjecajem pogreške numeričkog računa uslijed zaokruživanja, jer je ukupna vrijednost toka 1000 puta veća.

Bitno je primijetiti da se iznosi kružnog toka, kod motora s ekscentrično pomaknutim rotorom, mijenjaju sa položajem rotora. Maksimalna vrijednost ( $1,02 \text{ mV} \cdot \text{s}$ ) je kad se otvor rotora poklopi sa sredinom pola, a minimalna ( $0,955 \text{ mV} \cdot \text{s}$ ) kad se sredina zuba rotora poklopi sa sredinom pola. Ukupna promjena je 30 puta veća od maksimalnog iznosa sa slike 10.

## 5

### Zaključak

#### Conclusion

Na osnovu razmatranja rezultata numeričkog izračuna magnetskog polja za motor s nelinearnom karakteristikom magnetiziranja, s obzirom na ekscentrični pomak rotora, mogu se izvesti sljedeći zaključci:

- kružni magnetski tok koji se zatvara oko osovine po jarmu motora ovisan je o nelinearnosti krivulje magnetiziranja
- ekscentrični pomak rotora daje veliki doprinos povećanju iznosa kružnog toka.

Ovim zaključcima je potvrđeno stajalište u stručnoj literaturi [7, 8, 9, 10], da su mehanizmi nastajanja osovinskih struja kod niskonaponskih motora, koji u pravilu imaju homogene jarmove (bez zračnih raspورا), jako složeni, što opravdava ideju ovog rada da se analitički izračun osovinskih struja ubrza numeričkim proračunom kružnog magnetskog toka.

## 6

### Literatura

#### References

- [1] Williamson, S.; Lim, L. H.; Robinson, M. J. Finite-element models for cage induction motor analysis. // *Industry Applications*, IEEE Transactions on. Vol. 26, Issue 6, Nov.-Dec. 1990, str. 1007-1017.
- [2] Paljan, D. Analiza utjecaja nesimetričnog zračnog raspора na elektromagnetska i akustička svojstva asinhronog motora, doktorska disertacija, FER : Zagreb, 1990.
- [3] Smajić, J. Numerički proračun i optimiranje zaletnih karakteristika dvokavezog asinhronog stroja, doktorska disertacija, FER : Zagreb, 2001.
- [4] Moaveni, S. *Finite Element Analysis Theory and Application with ANSYS* (3rd Edition). Prentice-Hall : Upp. er Saddle River, NJ, 1999.
- [5] Seinsch, H. O. Lagerstrome bei Drehstrom Induktionsmaschinen, Ursachen und Methoden ihrer Unterdrückung. // *Conti Elektro-Berichte* 15, Jan/Juni 1969., str. 43-51.
- [6] Štefanko, S.; Bogut, M.; Kurtović, I.; Kovačević, M.; Momić, M. The origins of shaft currents in squirrel-cage low-voltage induction machines. // *Automatika*, 46 (2005), 3-4, str. 109-111.
- [7] Kokko, V. Condition monitoring of squirrel-cage motors by axial magnetic flux measurements, Dissertation, University of Oulu, 2003.
- [8] Peter, V. *Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines*. Clarendon Press : Oxford, 1993.
- [9] Henaoui, H.; Assaf, T.; Capolino, G. A. Detection of voltage source dissymmetry in an induction motor using the measurements of axial leakage flux. // *Proc. ICEM 2000*, Helsinki, 2, str. 1110-1114.
- [10] Štefanko, S.; Kurtović, I.; Bogut, M.; Kovačević, M.; Momić, M. Broken Rotor Bar Detection in Induction Machines Using Measurement of Shaft Currents. // *The 2001 IEEE International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives-Grado*, Italy, September 1-3, 2001., str. 623-626.

#### Adrese autora

Authors' Address

#### *dr. sc. Željko Hederić*

Elektrotehnički fakultet,  
Kneza Trpimira 2b.  
31000 Osijek

#### *prof. dr. sc. Stjepan Štefanko*

KONČAR-Institut za elektrotehniku d.d.  
Fallerovo šetalište 22  
10000 Zagreb

#### *Marinko Barukčić, dipl. inž.*

Elektrotehnički fakultet,  
Kneza Trpimira 2b.  
31000 Osijek