



Vjeran Hari, primijenjeni matematičar

Željko Hanjš



Vjeran Hari

Vjeran Hari je Zagrepčanin, redoviti profesor u trajnom zvanju, rođen 1949. Nakon osnovne škole pohađao je V. gimnaziju u Zagrebu i 1968. upisao studij matematike na Matematičkom odjelu Prirodoslovno-matematičkom fakultetu (MO-PMF) Sveučilišta u Zagrebu. Diplomirao je 1973. kod profesora Mladena Alića s temom *Numeričko rješavanje eliptičkih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi*, a magistrirao 1980. u Zagrebu kod profesora Krešimira Veselića, s temom *Konvergencija Paardekooperove metode za dijagonalizaciju antisimetričnih matrica*, te doktorirao 1984. u Hagenu, u tadašnjoj SR Njemačkoj s temom *On Cyclic Jacobi Methods for the Positive Definite Generalized Eigenvalue Problem*. Od 1972. zaposlen je na Elektroničkom računskom centru Matematičkog instituta, a od 1975. radi na MO-PMF-a, na početku kao asistent, od 1985. kao docent, od 1989. kao izvanredni, te od 1996. kao redoviti profesor (od 2000. u trajnom zvanju). Akademsku godinu 1989./1990. boravi u SAD-u kao visiting associate professor na University of Kansas, a u lipnju i srpnju 1990. gost je na Army High Performance Computing Research Center (AHPCRC), na University of Minnesota, te na Argonne National Laboratory i na University of Missouri. U Europi, bio je gost na Wilhelm Pieck Universität u Rostocku, te više puta u Hagenu. Održao je niz pozivnih predavanja u Hrvatskoj i inozemstvu. Bavi se numeričkom matematikom i linearnom algebrama. Sudjelovao je na brojnim konferencijama, znanstvenim radionicama i kongresima. Kao sveučilišni nastavnik predavao je brojne kolegije na dodiplomskom i post-diplomskom studiju, bio je voditelj brojnih diplomskih te magistarskih radova, kao i doktorata. Napisao je nekoliko skriptata, između ostalih *Linearnu algebru* i *Matričnu teoriju perturbacije*. Pridonio je stvaranju vrlo jake, svjetski poznate grupe hrvatskih matematičara u području matrične teorije i matričnih algoritama. Bio je predstojnik Zavoda za numeričku matematiku i računarstvo na MO-PMF-a, kao i član Odbora za osiguranje kvalitete Sveučilišta u Zagrebu. Član je Hrvatskog matematičkog društva, Society for industrial and Applied Mathematics (SIAM) i Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM). Kao student dobio je 1971. godine Nagradu sveučilišta u Zagrebu, a 1997. i Godišnju državnu nagradu za znanost, područje prirodnih znanosti.

Možete li nam u par riječi opisati Vaše osnovnoškolsko i srednjoškolsko obrazovanje, i posebno što Vas je privuklo matematičar?

Imao sam sreću što su sve škole, dvije osnovne i gimnazija bile u blizini Vodnikove ulice gdje sam stanovao. Prve četiri godine pohađao sam osnovnu školu Tina Ujevića u Koturaškoj ulici, a sljedeće četiri godine osnovnu školu Ivana Marinkovića u ulici I. Kršnjavoga. Nakon toga upisao sam V. gimnaziju gdje sam uključen u posebno birani razred najboljih učenika. Spomenuo bih samo nekoliko imena: Branko Najman, Dunja Grbić, Dinko Plenковиć, Hrvoje Galić i Željko Bogdan. U gimnaziji sam shvatio kako smo različiti. Dok su Branko i Dunja s lakoćom dobivali najbolje ocjene iz svih predmeta i usput se

bavili raznim dodatnim aktivnostima, ostali su se itekako trebali namučiti da dobiju slične ocjene. To razdoblje života pamtim kao vrlo naporno i stresno. Građivo iz mnogih predmeta bilo je nadopunjavano s dodatnim sadržajima u odnosu na glavni udžbenik. Meni je najbolje išao latinski jezik, jer je moj djed bio završio klasičnu gimnaziju i bio je sretan da sa mnom radi. Imali smo sreću što je naša razrednica, Jozefina Fuss, bila matematičarka, a uz to i izvrsna pedagoginja i predavačica. U trećoj i četvrtoj godini, nekoliko nas pokazivalo je zanimanje za matematiku, pa smo polazili dodatnu nastavu u obliku predavanja iz geometrije koja je držao profesor Vladimir Volenec s MO-PMF-a. Bili smo zadivljeni kako je brzo i spretno crtao trokute, kružnice te izvodio nama nevjerovatne odnose i formule između raznih dijelova stranica, visina, težišnica, simetrala stranica i kutova te radijusa nekih kružnica. Tada smo počeli ići i na školska natjecanja iz matematike i fizike, i mnogi od nas su si osigurali prolaz do Saveznog takmičenja u Beogradu. Na Saveznim takmičenjima iz matematike i fizike osvojili smo cijeli niz nagrada. Bio sam ponosan što sam osvojio treću nagradu, a Hrvoje je išao i na međunarodnu Olimpijadu iz fizike.

Kako je tekao Vaš studij? Kada ste se opredijelili za primijenjenu matematiku?

U to vrijeme zgrada Matematičkog odjela bila je u mom susjedstvu, na Marulićevom trgu, a ja sam bio siguran da želim studirati matematiku. Sam studij bio mi je zanimljiv i daleko manje stresan nego gimnazija. Profesori su bili izvrsni, građivo razumljivo. Na predavanjima nije bilo projektora nego nekoliko ploča koje su se okomito pomicale, pa kada se jedna popunila iskazima definicija i teorema, te brojnim formulama, profesor bi ju pomaknuo na vrh, a nova, čista bi došla dolje. Studenti su marljivo prepisivali sve što je bilo na pločama i onda kod kuće usvajali građivo iz bilježnica. Nije bilo današnjih kolokvija, već bi studenti polagali tri do četiri kolegija na prvom ispitnom roku u siječnju i veljači, ili u lipnju i srpnju. Kolegiji koji se nisu položili na prvim rokovima polagali bi se u sljedećim rokovima, a zadnja nada bio je jesenski rok u rujnu. U prve dvije godine najstresniji kolegiji za polaganje bili su Teorijska mehanika 1 i 2 kao i četiri opće fizike, ponajviše zato jer je bilo puno građiva. Na 3. godini upisao sam smjer Praktična matematika, koja je uključivala nekoliko kolegija iz smjera Primijenjene matematike, ali također i Numeričku matematiku s programiranjem na računalima. Na 3. i 4. godini studija predavali su izvrsni predavači: Hrvoje Kraljević, Dragan Miličić, Krešimir Veselić i Ibrahim Aganović. Predavanje profesora Aganovića iz kolegija Mehanika kontinuuma bila su pravi doživljaj. Profesora je uvijek dočekala čista ploča, na čemu je inzistirao, uzeo bi kredu i počeo predavati, vrlo mirno i staloženo. I ploča se počela popunjavati definicijama, teoremima i jednadžbama. Nije imao nikakav papir, sve je teklo iz glave, kao u transu.

S kojim ste profesorima surađivali tokom izrade diplomskog i magistarskog rada?

Na četvrtoj godini mi se posebno sviđao kolegij Numerička linearna algebra koji je držao profesor Veselić. Tada su kompjutori bili u začetku razvoja, no profesor bi nas poveo u podrum zgrade gdje je bio Računski centar, i tamo nam je pokazivao kako programirati računalo i dobiti rezultate. To mi je izgledalo čudesno, npr. kako riješiti sustav od 100 linearnih jednadžbi i nepoznanica pomoću Gaussove metode. U to vrijeme, dok sam bio na 4. godini studija, ukazala se prilika da radim u Elektroničkom računskom centru (ERC) Matematičkog instituta koji je bio smješten u sklopu Instituta Ruđera Boškovića. Tako sam tijekom i nakon četvrte godine studija dodatno i radio. Nakon što je profesor Veselić otišao u inozemstvo, diplomski rad sam radio uz mentorstvo profesora Mladena Alića. U ERC-u je bilo vrlo dobro ozračje, a glavni znanstveni šef bio je profesor Srećko Polić. Radio je na Građevinskom fakultetu, ali bi nekoliko puta tjedno dolazio i usmjeravao naša programerska istraživanja. Bilo je to vrijeme kada su se programi pisali na bušenim karticama i vrpcama. To razdoblje, pogotovo nakon što sam položio gotovo sve ispite na fakultetu, napisao i predao diplomski rad, bilo mi je prekrasno. Kad je posao postao hobi i radiš u

vrlo prijateljskoj okolini, a na kraju dana istrčiš na sportske terene, teško je zamisliti ljepše razdoblje života. No, trebalo je upisati i postdiplomski studij, pa sam negdje u listopadu navratio do voditelja tog studija, profesora Svetozara Kurepe, pitati ga do kada najkasnije moram diplomirati kako bih upisao postdiplomski. Profesor mi je rekao – kolega imate još tjedan dana. Tada je nastala panika, trebalo je skupiti povjerenstvo od tri profesora, uskladiti njihove slobodne sate, naći dvoranu (kojih je bilo vrlo malo) i sve to administrativno provesti. Kada sam to uspio, taj tjedan je bio jako stresan, jer je trebalo ponovo pročitati i spremati gradivo iz pet kolegija (pitanja profesora na diplomskom ispitu nitko nije znao unaprijed). Nekako sam to uspio napraviti i diplomirati s najboljim ocjenama pred povjerenstvom koje su činili profesori Mladen Alić, Zlatko Janković i Krešimir Horvatić. U to vrijeme sam se počeo vidati sa svojom budućom suprugom Mirjanom jednom ili dvaput na tjedan. Kada sam ju vidio nakon diplomiranja, i usput joj rekao novost, mislila je da se šalim. Bilo je to radno, stresno, ali sretno i zabavno vrijeme.

Kako je tekao Vaš dolazak na Matematički odjel?

Nekoliko godina nakon upisa na postdiplomski studij, Matematički institut je zbog primjene novog Zakona o znanstvenim institucijama prestao postojati. Posljedično, ukinut je i ERC, a njegovi zaposlenici su uglavnom premješteni u Sveučilišni računski centar, poznat pod nazivom SRCE. Zaslugom vrlo utjecajnih profesora Mardešića, Kurepe, Jankovića i drugih, postao sam asistent na MO PMF-a. Bilo je to prilagođavanje na novu sredinu, na nove obaveze i običaje. Uvjeti za rad na fakultetu bili su mnogo teži nego danas. Sodu sam dijelio s još tri asistenta ili docenta, postojao je tek jedan telefon, pa kada bi netko razgovarao (npr. odgovarao na brojne studentske pozive) nitko ne bi mogao raditi. Postojala su zanimljiva pravila. Npr. obrana magistarskog ili doktorskog ispita bila je javna, svi predavači od asistenata do redovitih profesora mogli su biti (i najčešće su bili) prisutni na obrani i postavljati pitanja. Bilo je ukupno oko 30 predavača. Kada bi neki važan profesor, npr. predstojnik zavoda, slavio rođendan, svi bi bili pozvani na svečanu večeru u jednoj od predavaonica. U subotu bi znali igrati nogomet na Bundecku, uvijek bi se našlo barem osam kolega. Godinu dana nakon dolaska na MO-PMF-a i pola godine nakon našeg vjenčanja pozvan sam na služenje vojnog roka u Leskovac. U vojsci mi je pomogla matematika, bio sam zamoljen pomoći položiti ispit iz matematike jednom starijem vojniku koji je kuhao kavu oficirima. Tako sam umjesto trčanja i skupljanja lišća, u toploj prostoriji uz kavu rješavao stotine zadataka s derivacijama i integralima. Vojnik je dobro položio ispit.

Profesor Krešimir Veselić Vam je puno pomogao kod izbora znanstvene preokupacije, posebno kod izrade doktorske disertacije.

Profesor Veselić znao je prenijeti studentima svoju posvećenost znanstvenom istraživanju, svoju znatiželju i matematičku rigoroznost. Dok sam pohađao postdiplomski studij, on je radio na Sveučilištu u Hagenu, SR Njemačka. Na sreću, često je dolazio u Zagreb i držao seminare i predavanja. Kako sam volio programirati na računalu, a u matematici sam najviše volio vektorske prostore i matrice, bilo je prirodno da uz njegovu pomoć napravim magistarski rad koji je bio i zadnji ispit na postdiplomskom studiju. Profesor me uputio na Paardekooperovu metodu za svodenje antisimetrične matrice na Murnaghovu formu. To sam jako detaljno izučio, pa sam iz magistarskog rada kasnije objavio četiri znanstvena rada. Nakon obrane magistarskog rada, počeo sam razmišljati o temi za doktorsku disertaciju. Tako sam počeo proučavati norma-reducirajuće metode za dijagonalizaciju općih matrica. Nekako u to vrijeme, profesor Veselić mi je ponudio da dođem kod njega u Hagen na godinu dana kako bih započeo rad na disertaciji. Uspio sam dobiti stipendiju tadašnjeg Ministarstva znanosti za boravak u Njemačkoj u trajanju od devet mjeseci i tako je započeo moj rad na disertaciji na Sveučilištu u Hagenu. Radio sam na temi novih dijagonalizacijskih metoda za pozitivno definitni generalizirani problem vlastitih

vrijednosti. U to vrijeme uspio sam ne samo započeti doktorski rad već napraviti sva teorijska i numeričko-programerska istraživanja. Rad je obranjen na Sveučilištu u Hagenu oko godinu dana nakon mojeg povratka u Zagreb. Postoji odande jedna zanimljiva anegdota. Paralelno s radom na disertaciji napisao sam svoj prvi znanstveni rad za jako cijenjeni znanstveni časopis *Numerische Mathematik*. Nakon što ga je profesorova sekretarica natipkala, profesor Veselić ga je poslao na pregled vrlo poznatom profesoru Petru Henriciju koji je radio na ETH u Zurichu. Naime, rad je bitno koristio jedan rezultat P. Henricija. Tada nije bilo interneta, pa je sve išlo poštom. Nakon samo tjedan dana došao je odgovor. Bio je toliko zadovoljan radom, da ga je, kao urednik, u *Numerische Mathematik* odmah preporučio za objavljivanje. Za usporedbu, danas kada se rad preda u časopis, trenutno preko interneta, treba za prihvaćanje rada (nakon barem jednog popravka poslije recenzije) u prosjeku oko pola godine.



Pred pločom u svojem kabinetu

Koje ste kolegije predavali studentima u Zagrebu?

Nakon nostrifikacije doktorske disertacije, ubrzo sam postao docent pa sam mogao predavati kolegije na MO-PMF-a. U to vrijeme tamo su se samo dva profesora bavila numeričkom matematikom. Profesor Mladen Alić bavio se numeričkom analizom koja je često zadirala u područje primijenjene matematike i funkcionalne analize. Profesor Emil Cofou bavio se praktičnom algoritamskom nelinearnom numeričkom analizom. Tako se meni, kao predavaču, otvorilo područje numeričke linearne algebre. To područje je dosta široko jer obuhvaća teoriju matrica i matričnih algoritama, analizu ponašanja algoritama pri korištenju konačne aritmetike, samu analizu grešaka zaokruživanja, paralelno i vektorsko računanje i još mnogo specijalnih područja. I svako od njih grana se u desetke užih potpodručja. Paralelno s naglim razvojem računala i računalnih znanosti, negdje 90-tih godina prošlog stoljeća, numerički algoritmi i numeričke simulacije postaju važan i neizostavan dio gotovo svakog aspekta života. Osobno, volio sam sva spomenuta područja pa sam tijekom svoje karijere sastavio i održao preko 15 kolegija i praktikuma na dodiplomskom i diplomskom te preko 20 kolegija na postdiplomskom i doktorskom studiju. Uz predavanja kolegija treba spomenuti i preko stotinu održanih predavanja u okviru znanstvenih seminara na matičnoj instituciji i prezentacija na međunarodnim konferencijama. Vodio sam i sedam znanstvenih projekata. U godini 1991. dogodio se jako važan događaj za matematičare: preseljenje Matematičkog odjela u novu zgradu na Horvatovcu. Svi predavači i

zaposlenici dobili su izvrsne radne uvjete. U kabinetima smo imali radne stanice ili osobna računala, a znanstvene i stručne radove počeli smo pisati pomoću računalnog programa LaTeX. Sada je i meni bilo lakše prenijeti studentima ljubav prema matricama i matričnim algoritmima. Uz pomoć programa MATLAB bilo je lako raditi s matricama i programirati matrice algoritme. Neki od mojih studenata napisali su izvrsne magistarske radove, pa sam ih bio preporučio profesoru Veseliću da ih uključi u svoju znanstvenu grupu u Hagen. Osigurao im je jako dobre uvjete za znanstveni rad i financijsku potporu za trogodišnji doktorski studij. Kako su naši studenti već ispolagali u Zagrebu postdiplomske kolegije i obranili magistarski rad, to im je priznato pa na taj način nisu trebali slušati i polagati ispite u Hagen. Time su dobili mnogo slobodnog vremena za znanstveni rad, što je uključivalo i sudjelovanje na svjetskim konferencijama. Glavni zadatak im je bio održavati interne seminare s temama koje su bile vezane uz osmišljavanje i pisanje svojih disertacija. Od imena, spomenuo bih Zlatka Drmača, Ivana Slapničara i Luku Grubišića, te Sanju i Sašu Singer, koji su bili kraće vrijeme u Njemačkoj. Svi su se vratili u Hrvatsku gdje su znanstveno vodili svoje studente, pa je grupa koja se bavi matričnim algoritmima polako rasla. Na taj način, nastala je grupa mladih hrvatskih znanstvenika koja je postala prepoznatljiva u svjetskim matematičkim krugovima.

Koji su Vaši najznačajniji znanstveni rezultati?

Na početku svoje karijere bavio sam se globalnom konvergencijom norma-reducirajućih metoda za računanje vlastitih vrijednosti općih matrica. Zatim specijalnom strukturom skoro dijagonalnih matrica i matričnih parova koji imaju višestruke vlastite ili singularne vrijednosti. Uz to se prirodno naslonilo rješavanje problema asimptotičke kvadratične konvergencije dijagonalizacijskih metoda. Zatim sam proučavao globalnu konvergenciju nekih kvazicikličkih, a onda i paralelnih dijagonalizacijskih metoda. U zadnje vrijeme bavim se dokazivanjem globalne i asimptotičke kvadratične konvergencije blok dijagonalizacijskih metoda. One su važne jer mnogo bolje iskorištavaju računalne resurse modernih računala. Inače, dijagonalizacijske metode koriste se za rješavanje raznovrsnih problema vlastitih vrijednosti matrica i matričnih parova, kao i za računanje singularne dekompozicije matrica. U praksi to ima veze s titranjima kompleksnih sustava, od mikroskopski sitnih čipova do aviona, brodova i velikih građevina. Od oko 75 znanstvenih radova, 40 ih je objavljeno u najpoznatijim međunarodnim časopisima iz područja numeričke matematike i linearne algebre. U 13 od njih jedini sam autor, a samo oni imaju ukupno 362 stranice. Neki od tih radova spomenuti su u gotovo svakoj modernoj monografiji iz područja numeričke linearne algebre.

Suradivali ste s matematičarima u Hrvatskoj, ali i u inozemstvu.

Najviše sam surađivao sa studentima na postdiplomskom i doktorskom studiju koje sam vodio do obrane magistarskih ili doktorskih radova. Imam i nekoliko radova sa svojim mentorom, profesorom Veselićem, koji nisu vezani uz moju disertaciju. Od stranih suradnika, spomenuo bih profesore Noah Rhee i Haesun Park s kojima sam surađivao za vrijeme svog boravka u SAD-u. Popis mojih radova je na mojoj mrežnoj stranici pri MO-PMF-a i lako se pronalazi upisom imena i prezimena na nekoj internet tražilici.

Mnogo je studenata diplomirao kod Vas. Vjerojatno su neki, potaknuti Vašim savjetima započeli i znanstvenu karijeru.

Na MO-PMF-a je preko pedeset studenata diplomiralo uz moje znanstveno vođenje. Na postdiplomskom i doktorskom studiju mentorirao sam sedam magistarskih i tri doktorska rada. U to vrijeme su magistarski radovi bili prirodni završetak postdiplomskog studija.

Moji studenti su iz svojih magistarskih radova objavljivali opsežne radove u prvorazrednim međunarodnim časopisima, tako da bi se u današnjim uvjetima svi ti magistarski radovi tretirali kao doktorske disertacije. Spomenuo bih imena studenata koji su magistrirali ili doktorirali kod mene, a poslije su imali vrlo uspješnu sveučilišnu karijeru: Zlatko Drmač, Ivan Šlapničar, Josip Matejaš, Sanja Singer, Diana Šimić i Erna Begović. Oni su kasnije znanstveno vodili svoje studente, tako da danas u Hrvatskoj imamo respektabilne istraživače u području numeričke linearne algebre.

Uz vrlo uspješni znanstveni interes vjerojatno ste imali i neke druge životne preokupacije.

Naravno, uz rad na fakultetu dolaze i druge obveze, kao što su voditeljstvo Zavoda za numeričku matematiku i računarstvo, Povjerenik sindikata za MO-PMF-a te sudjelovanje u brojnim fakultetskim, sveučilišnim i državnim povjerenstvima. Posebno bih spomenuo Odbor za osiguranje kvalitete Sveučilišta u Zagrebu kao i dugogodišnje (kroz nekoliko uzastopnih mandata) sudjelovanje u Matičnom odboru za polje matematike. Volio sam amaterske sportske aktivnosti, nogomet, tenis i stolni tenis. Kao porodični čovjek, volio sam izlete i putovanja sa suprugom i djecom. Uvijek je bilo toliko svakodnevnih aktivnosti da sam matematičke knjige najčešće čitao kada bih dobio gripu ili virozu. Također me zanimaju duhovna učenja. Danas, s pojavom podcasta na internetu, rado gledam zanimljiva predavanja iz različitih područja.

Kako je ovo prvenstveno časopis za srednje škole, molim Vas uputite savjet onima koji bi se željeli posvetiti matematici.

Prvo, neuspjeh kao i uspjeh dio su životnog puta. Nemojte na neuspjeh gledati kao na (manju ili veću) tragediju već kao na važnu životnu lekciju. Iz neuspjeha se često može više naučiti nego iz uspjeha, jer nas neuspjeh potiče na razmišljanja i analizu. Ako nešto doista želite naučiti, nabavite knjigu koja će vas polako i sustavno uvesti u to područje. Na internetu možete naći korisne specijalizirane stvari iz tog područja, ali bez knjige nećete razumjeti većinu stvari niti znati što sve postoji u tom području. Kako su autori knjiga različiti, tako će i knjige koje objašnjavaju isto područje (npr. u matematici) biti različite. Neke će biti jasne s lijepim i korisnim objašnjenjima, druge će možda biti nerazumljive i odbojne. Zato se prije kupnje informirajte koju knjigu kupiti. Evo i par uputa kako učiti matematiku. Kada učite neko gradivo, prvo ga pročitajte polako i usredotočeno s ciljem da sve razumijete. Nakon toga pročitajte još nekoliko puta da sve zapamtite. I onda ste spremni za ispit.