

GEOMETRIJA PAUKOVE MREŽE¹

Anja Trstenjak, Macinec

Jedna od najimpresivnijih paukovih karakteristika mogućnost je stvaranja niti građenih od vrste proteina. Niti, koje su izvorno u tekućem stanju, očvrstnu nakon što ih pauk nogama izvadi iz dijela tijela zaslužnog za stvaranje niti – predljivih bradavica. Takva je tranzicija nepovratna. Dijametar većine niti iznosi tek nekoliko mikrometara, a mnoge su niti tanje čak i od 1 mikrometra. Mreža koju pauk oblikuje nitima ima razne uloge. Uz onu najpoznatiju, ulov plijena, tu je i zaštita potomstva, bijeg od predatora te migracija zrakom (Prižmić, 2018.).

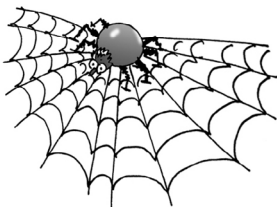
Paukova mreža pripada takozvanim *tensegrity* (*tensional* – napeti + *integrity* – integritet) strukturama koje predstavljaju iznimno učinkovit spoj geometrije i mehanike. Geometrija paukove mreže omogućuje prvenstveno postojanje, a pridonosi i čvrstoći strukture (Ko i Jovicic, 2004.). Rezultati istraživanja dokazuju paukovu sposobnost modifikacije geometrije mreže u svrhu prilagodbe na prostorne uvjete i ograničenja. Imajući na umu sva impresivna svojstva mreže, fascinantna je činjenica kako je pauk isplete s minimalno materijala i u minimalnom vremenskom periodu – većini je pauka potrebno tek od 30 do 60 minuta kako bi ispleli mrežu.

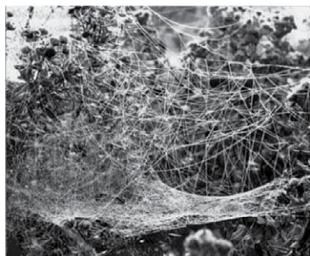
Zadatak 1. Ako je pauk ispleo $\frac{2}{5}$ neke mreže za 20 minuta i 48 sekundi, koliko mu je vremena bilo potrebno da isplete tu cijelu mrežu?

Mehanizmi koji omogućuju (kognitivno ograničenim) paucima pletenje mreža još su uvijek predmet brojnih istraživanja. Vrlo vjerojatno radi se o prostornom učenju koje traje tijekom paukovog istraživanja neposredne okoline. Poznavanje okruženja je, naravno, jedan od glavnih preduvjeta preživljavanja većine životinjskih vrsta. Kognitivne mape koncept su vezan uz prostorno učenje, a definiraju se kao sposobnost učenja mjerljivih svojstava prostora (udaljenost, smjer i sl.) te izvođenja mentalnih radnji po uzoru na uočena svojstva. Uza sve to, pauci koji pletu mrežu posjeduju i sposobnost procjene prikladnosti određenog prostora za svoje mreže (Hesselberg, 2018.).

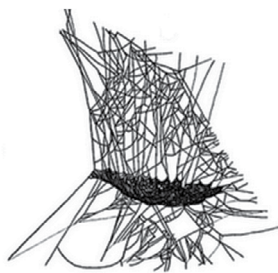
Razlikujemo više vrsta paukovih mreža: plahtaste i okviraste, ljevkaste i cjevaste te sferne paukove mreže. Plahtaste mreže većinom su ravnog, konkavnog oblika s tunelom na kraju u kojem boravi pauk. Mreža je veličine od 40 do 60 centimetara, a obješena je kosim i vertikalnim nitima (Slika 1.). Plahtasta mreža može biti i konveksnog oblika (Slika 2.). Kod ovakvog oblika pauk se

¹Članak je napisan kao studentski rad u kolegiju Metodika nastave matematike 3 na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, mentorice prof. dr. sc. Aleksandra Čižmešija i Sanja Stilinović, prof.





Slika 1. Konkavna plahlasta mreža (Izvor: Paas)



Slika 2. Konveksna plahlasta mreža (Autor: E. J. Roberson)

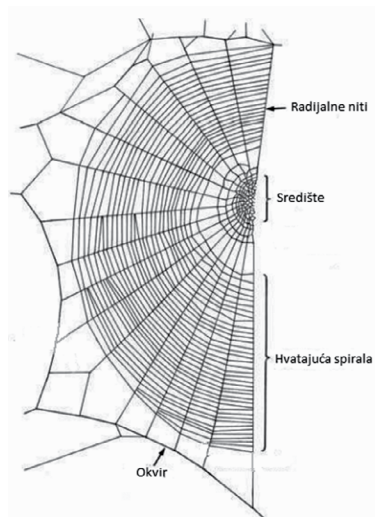
nalazi ispod same mreže, čekajući plijen. Okviraste mreže slične su plahlastima, no za razliku od plahlastih, nisu toliko pravilne.

Ljevkaste mreže sastoje se od niti koje mogu biti rjeđe ili gušće raspoređene oko cjevastog udubljenja (Slika 3.).

Nama je najpoznatiji oblik paukove mreže – sferni oblik (Slika 4.). Mrežu sfernog oblika čine 3 dijela: radijalne niti koje se sastaju u središtu mreže, okvirne niti koje okružuju mrežu, a ujedno su i mjesta na kojima pauk naknadno dodaje radijalne niti na mrežu te, naposljetku, hvatajuće spirale, odnosno poprečne niti koje spajaju središte i okvir (Slika 5.). Kombinacija čvrstog okvira i radijalnih niti s elastičnom hvatajućom spiralom čini sfernu mrežu čvrstom i stabilnom konstrukcijom. Broj radijalnih niti razlikuje se s obzirom na vrstu pauka. Uglavnom se mreže sastoje od 25 do 30 radijalnih niti koje zatvaraju kutove od 12 do 15°, no broj niti može varirati od 18 pa čak do 50 ili 60 (Foelix, 2011.).



Slika 3. Ljevkasta mreža (Izvor: Minden pictures)



Slika 4. Sferna mreža (Autor: E. J. Roberson)



Slika 5. Dijelovi sferne mreže (Izvor: Biology of Spiders)

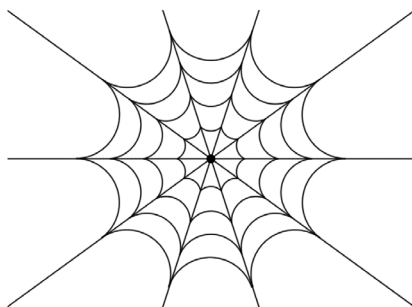
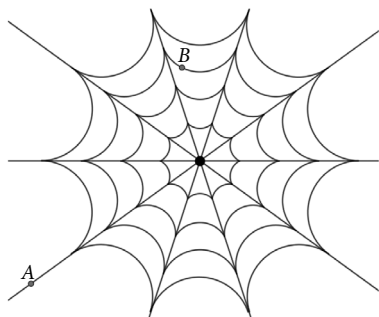


Zadatak 2. Ako radijalne niti mreže sfernog oblika zatvaraju kutove od 15° , od koliko se ukupno radijalnih niti sastoji mreža?

Zadatak 3. Ako se mreža sfernog oblika sastoji od 32 radijalne niti, kolike kutove zatvaraju radijalne niti? Pretpostavite da su svi kutovi međusobno jednaki.

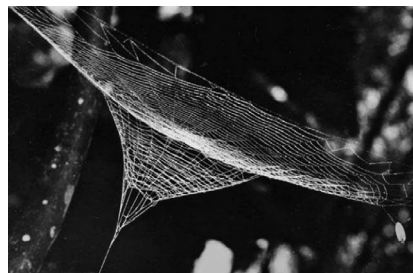
Većina sfernih mreža pozicionirana je vertikalno upravo zbog svoje osnovne svrhe – kako bi se plijen lakše ulovio (jer kukci u globalu lete horizontalno). Može se reći da mreža u ovom slučaju ima dvije osnovne zadaće – zaustaviti i zadržati plijen. Dakle, plijen ne smije proći kroz mrežu, niti se odbiti od mreže. Upravo su niti koje čine hvatajuću spiralu zaslužne za zadržavanje plijena. Udaljavajući se od središta sferne mreže, radijalne niti postaju sve udaljenije, a time i niti hvatajuće spirale. Teorija o proporcionalnosti udaljenosti radijalnih i hvatajućih niti naknadno je odbijena, no veza između duljina svakako postoji.

Zadatak 4. Pretpostavimo da je pauk ispleo pravilnu mrežu prikazanu na slici. Matematičkim jezikom opišite tu mrežu.



Zadatak 5. Pretpostavimo da je pauk ispleo pravilnu mrežu prikazanu na slici. Ako se pauk nalazi na mjestu točke A , a plijen se uhvatio za mrežu na mjestu točke B , odredite najkraći put kojim pauk može doći do plijena. Pauk se može, ali ne mora kretati duž ispletjenih niti. Dokažite da je put koji ste odredili najkraći.

S obzirom na to da pauk mora što prije doći do plijena nakon što se on uhvati u mrežu, a pauk se brže kreće prema dolje nego prema gore, sfernu mrežu karakterizira i takozvana gornje-donja asimetrija. Jednostavnije rečeno, područje ispod središta veće je od područja iznad središta mreže, a samim time su i radijalne niti iznad mreže kraće od onih



Slika 6. Trodimenzijska mreža (Autor: Lubin)

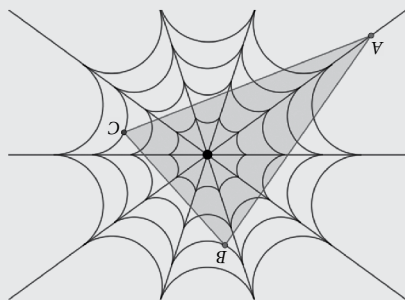


ispod (Zschokke, 2000.). Iako je većina paukovih mreža dvodimenzijaska, postoje zanimljivi trodimenzijaski oblici. Na primjer, pauk može, dodavajući niti na klasičnu sfernu mrežu, stvoriti oblik stošca (Slika 6.).

Pauci i njihove mreže još će neko vrijeme ostati predmetom istraživanja mnogih znanstvenika, a prava ljepota leži u susretu svakodnevnog života te različitih znanosti.

Literatura:

1. Foelix, R. F. *Biology of Spiders*. 3rd ed. New York : Oxford University Press, 2011.
2. Zschokke, S. Form and function of the orb-web. // *European Arachnology 2000*. / uredili Toft, S., Scharff, N. Aarhus : Aarhus University Press, 2022. Str. 99-106.
3. Hesselberg, T. Exploration behaviour and behavioural flexibility in orb-web spiders : A review // *Current Zoology*. 61, 2(2015.). Str 313-327.
4. Ko, F. K., Jovicic, J. Modeling of Mechanical Properties and Structural Design of Spider Web // *Biomacromolecules*. 5, 3(2004.). Str 780-785.
5. Prižmić, M. Raznolikost i uloga paučine. Završni rad. Zagreb : Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, 2018.



$$|AB| > |AC| + |CB|.$$

5. Najkrći put od točke A do točke B je dužina AB . Odaberemo bilo koju točku C na mreži i pretpostavimo da je pauk od točke A do točke B išao preko točke C. Točke A, B i C vrhovi su trokuta ABC. Za sve trokute vrijedi nejednakost trokuta pa za bilo koju točku C vrijedi

1. Pauk cijelu mrežu isplete za 52 minute.
2. Mreža se sastoji od 24 radijalnih niti.
3. Radijalne niti zatvaraju kutove od $11^\circ 15'$.
4. Mogući odgovori:
 - Mreža je sfernog oblika.
 - Mreža se sastoji od radijalnih niti.
 - Radijalne niti zatvaraju kutove od .
 - Mreža je osnosimetrična s obzirom na pravce kojima pripadaju radijalne niti.
 - Mreža je centralnosimetrična s obzirom na središte mreže.

Rješenja zadatka

