Nikol Radović & Petar Mladinić, Zagreb

MATEMATIKA I ODLUČIVANJE U IZBORIMA

Nastavak iz Matke broj 132

U ovom tekstu nastavljamo razmatranje problema koji su stari i noviji Matemagičari – američki predsjednici i političari te neki europski tijekom dvaju stoljeća – prihvaćali, primjenjivali i mijenjali u svojim političkim aktivnostima. U tom razmatranju izbornih problema i odluka uočili su i primijenili vrlo jednostavnu matematiku nekih starijih Matemagičara. U podlozi rješavanja problema nalazi se računanje relativnih i apsolutnih veličina podataka kao i metoda odlučivanja u slučaju relativne većine.

Tijekom godina ljudi su predlagali različite metode glasanja za odabir pobjednika. U prošlom broju razmotrili smo neke primjere i zadatke koristeći metodu relativne većine i Bordinu metodu. U ovom ćemo broju upoznati još jednu metodu – metodu relativne većine s eliminacijom.

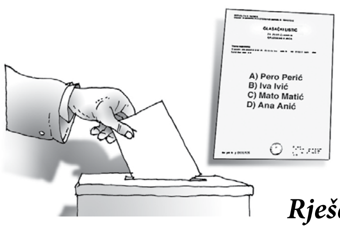
c) Metoda relativne većine s eliminacijom

Metoda relativne većine s eliminacijom glasova jedna je od najprikladnijih za glasanje ako nema kandidata s apsolutnom većinom glasova.

Ako nema kandidata s apsolutnom većinom prvoplasiranih glasova, onda se kandidat s najmanje prvoplasiranih glasova eliminira iz izborne procedure. Ovakav postupak eliminacije kandidata ponavlja se sve dok se ne dobije kandidat s apsolutnom većinom prvoplasiranih glasova. Taj se kandidat proglašava izbornim pobjednikom i time je proces završen.

Sljedeći primjer pokazuje kako primjenjivati metodu relativne većine s eliminacijom.

Primjer 4. Primijenimo metodu relativne većine s eliminacijom kako bismo odredili pobjednika prikazanih izbora u tablici rezultata.



broj glasova	6	27	17	9
1. izbor	A	B	C	D
2. izbor	D	A	D	B
3. izbor	C	C	B	C
4. izbor	B	D	A	A

Rješenje.

1. korak: Glasalo je ukupno 59 osoba. Nitko nije dobio apsolutnu većinu glasova, tj. 30 ili više glasova. Kandidat A se eliminira jer je dobio najmanje prvoplasiranih glasova, tj. samo njih 6. Precrtajmo kandidata A kako bismo ga eliminirali i dobili novu tablicu bez njega.

broj glasova	6	27	17	9
1. izbor	~~A~~	B	C	D
2. izbor	D	~~A~~	D	B
3. izbor	C	C	B	C
4. izbor	B	D	~~A~~	~~A~~

2. korak: Eliminacijom kandidata A dobivamo sljedeću tablicu u kojoj prekrižimo kandidata D jer ima samo 6 + 9 = 15 prvoplasiranih glasova, tj. najmanje glasova.

broj glasova	6	27	17	9
1. izbor	~~D~~	B	C	~~D~~
2. izbor	C	C	~~D~~	B
3. izbor	B	~~D~~	B	C

3. korak: Eliminacijom kandidata D dobivamo sljedeću tablicu samo s kandidatima B i C.

broj glasova	6	27	17	9
1. izbor	C	B	C	B
2. izbor	B	C	B	C

Sada kandidat B ima 27 + 9 = 36 prvoplasiranih glasova. Kandidat C ima 6 + 17 = 23 prvoplasirana glasa. Dakle, kandidat B pobjednik je primjenom ove metode.

Metoda relativne većine s eliminacijom, kao i dvije ranije razmotrene metode, ima svoje nedostatke. Jedan od nedostataka je taj što ponekad ne ispunjava *kriterij pravednosti* poznat kao *kriterij monotonosti*.

Kriterij monotonosti kaže da ako kandidat pobijedi na izborima, a održe se ponovljeni izbori na kojima se događaju pojedine promjene u glasanju za izvornog pobjedničkog kandidata, tada taj kandidat mora pobijediti na ponovljenim izborima.

Razmotrimo sljedeći primjer izbora:

broj glasova	7	13	11	10
1. izbor	X	Z	Y	X
2. izbor	Z	X	Z	Y
3. izbor	Y	Y	X	Z

Kada primjenjujemo metodu relativne većine s eliminacijom, kandidat Y ispada nakon prvog koraka eliminacije. Tablica preferencija sada izgleda ovako.

broj glasova	7	13	11	10
1. izbor	X	Z	Z	X
2. izbor	Z	X	X	Z

Kandidat Z pobjeđuje s 24 prvoplasirana glasa. Pretpostavimo da su prvi izbori iz nekog razloga proglašeni ništavnima, a na ponovljenim izborima glasači u 1. stupcu mijenjaju svoje glasačke listiće u korist kandidata Z pa umjesto za X glasaju za kandidata Z.

Tablica preferencija izgledat će ovako

broj glasova	7	13	11	10
1. izbor	Z	Z	Y	X
2. izbor	X	X	Z	Y
3. izbor	Y	Y	X	Z

Sada je kandidat X eliminiran jer ima samo 10 prvoplasiranih glasova.

Nakon toga tablica preferencija izgledat će ovako:

broj glasova	7	13	11	10
1. izbor	Z	Z	Y	Y
2. izbor	Y	Y	Z	Z

Pobjednik je kandidat Y s 21 glasom u usporedbi s 20 glasova za kandidata Z.

Dakle, na ponovljenim je izborima kandidat Z, unatoč tome što je dobio sedam glasova više nego u prvom koraku, izgubio izbore! Nakon što je drugi put pokazao najbolje rezultate, kandidat Y je pobijedio.

Zadatak 4. Učenici matematike profesora Mate Magičara zamoljeni su da glasaju o vremenu početka njihova ispita. Predloženi termini su 8:00, 10:00, 12:00 ili 14:00 sati. Rezultati glasanja navedeni su u tablici preferencija.

broj glasova	8	12	5	3	2	2
početak ispita 8:00	8	10	12	2	10	8
početak ispita 10:00	10	8	2	12	12	12
početak ispita 12:00	12	2	10	8	8	10
početak ispita 14:00	2	12	8	10	2	2

- Odredite pobjednika primjenom metode relativne većine s eliminacijom.
- Je li pobjednik isti kao pobjednik određen primjenom metode relativne većine?

Zadatci za vježbu

Zadatak 1. Odjel za engleski jezik na fakultetu bira novog voditelja katedre. Tri su kandidata: prof. Grujić (G), prof. Vidić (V) i prof. Dujmović (D). Rezultati izbora prikazani su u tablici preferencija.

broj glasova	4	3	2
1. izbor	D	V	G
2. izbor	V	G	D
3. izbor	G	D	V

- Odredite pobjednika primjenom metode relativne većine s eliminacijom.
- Utvrdite krše li izbori prikazani u zadatku kriterij monotonosti ako profesor Grujić ne može služiti.

Zadatak 2. U razredu od 24 učenika odlučeno je isprobati **Bordin postupak** na izboru 4 Gavrilovićeve paštete. Učenici su se odlučili analizirati četiri paštete tako da je za svaku preferenciju prvoplasirana pašteta dobila 3 boda, drugoplasirana 2 boda, trećeplasirana 1 bod, a posljednjeplasirana 0 bodova.

Paštete kojima je testirana prihvatljivost su:

Jetrena … A, *Čajna* … B, *Pileća* … C i *Kokošja* … D.

Za vježbu unesite svoje podatke u ? kao moguće podatke anketiranja učenika.

broj učenika s ovim rasporedom preferencija	**?**	**?**	**?**	**?**
3	A	B	C	D
2	B	C	B	B
1	C	D	D	C
0	D	A	A	A

Koja je pašteta najpopularnija u tom razredu?