

Pokažimo na primjeru kako se primjenjuje metoda usporedbe parova.

Primjer 5. Primijenimo metodu usporedbe parova triju kandidata A, B i C kako bismo odredili pobjednika izbora. Rezultati preferencija prikazani su u sljedećoj tablici.

| | | | | |
|--------------|----|----|----|----|
| broj glasova | 14 | 13 | 16 | 15 |
| 1. izbor | B | A | C | B |
| 2. izbor | C | C | A | A |
| 3. izbor | A | B | B | C |

Rješenje. Trebat će provesti tri pripadajuće usporedbe parova: A s B, A s C i B s C.

Prvo usporedimo A s B. U tablici označimo kandidate s A i B.

| | | | | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| broj glasova | 14 | 13 | 16 | 15 |
| 1. izbor | <u>B</u> | <u>A</u> | C | <u>B</u> |
| 2. izbor | C | C | <u>A</u> | <u>A</u> |
| 3. izbor | <u>A</u> | <u>B</u> | <u>B</u> | C |

U stupcima 2. i 3. A se nalazi iznad B. Zbroj brojeva za A u stupcima 2. i 3. daje $13 + 16 = 29$ glasova.

U stupcima 1. i 4. B je rangiran iznad A tako da mu je zbroj $14 + 15 = 29$ glasova. U ovom je slučaju jednak broj glasova pa je njihov rezultat svakome po $\frac{1}{2}$ boda.

Zatim usporedimo A s C. U tablici označimo kandidate s A i C.

| | | | | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| broj glasova | 14 | 13 | 16 | 15 |
| 1. izbor | B | <u>A</u> | <u>C</u> | B |
| 2. izbor | <u>C</u> | <u>C</u> | <u>A</u> | <u>A</u> |
| 3. izbor | <u>A</u> | B | B | <u>C</u> |

U stupcima 2. i 4. A je rangiran iznad C tako da A ima zbroj $13 + 15 = 28$ glasova.

U stupcima 1. i 3. C je rangiran iznad A tako da C ima zbroj $14 + 16 = 30$ glasova.

U ovom slučaju C ima veći broj glasova pa dobiva 1 bod.

Na kraju usporedimo B s C:

| | | | | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| broj glasova | 14 | 13 | 16 | 15 |
| 1. izbor | <u>B</u> | A | <u>C</u> | <u>B</u> |
| 2. izbor | <u>C</u> | <u>C</u> | A | A |
| 3. izbor | A | <u>B</u> | <u>B</u> | <u>C</u> |

U stupcima 1. i 4. B je rangiran iznad C tako da ima zbroj $14 + 15 = 29$ glasova.

U stupcima 2. i 3. C je rangiran iznad B tako da ima zbroj $13 + 16 = 29$ glasova.



U ovom je slučaju jednak broj glasova pa je njihov rezultat B $\frac{1}{2}$ boda i C $\frac{1}{2}$ boda.

Dakle, kandidati imaju sljedeće bodove:

| | | ukupno bodova |
|------------|-----------------------------|----------------|
| kandidat A | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| kandidat B | $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ | 1 |
| kandidat C | $1 + \frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ |

Dakle, pobjednik je kandidat C.

Zadatak 5. U razrednom klubu ljubitelja knjige učenici odlučuju koja će se knjiga čitati i analizirati na sljedećem sastanku. U obzir za raspravu predlažu roman (R), biografiju (B) ili znanstveno-fantastičnu knjigu (Z). Tablica preferencija je:

| broj glasova | 8 | 5 | 4 | 2 |
|--------------|---|---|---|---|
| 1. izbor | Z | R | R | B |
| 2. izbor | B | Z | B | R |
| 3. izbor | R | B | Z | Z |

- Odredite pobjednika metodom usporedbe parova.
- Usporedite pobjednika Bordinim postupkom.

Razmotrimo sljedeći primjer izbora pizze u jednom razredu.

Primjer 6. Na satu razrednika u nekoj školi odlučuje se o izboru pizza primjenom Condorcetova postupka. Rezultati učeničkoga glasanja prikazani su tablicom:

| broj učenika s ovim rasporedom preferencija | 8 | 5 | 6 | 7 |
|---------------------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | feferoni | šunka | vegetarijanska | kobasica |
| | šunka | vegetarijanska | šunka | šunka |
| | vegetarijanska | kobasica | kobasica | vegetarijanska |
| | kobasica | feferoni | feferoni | feferoni |

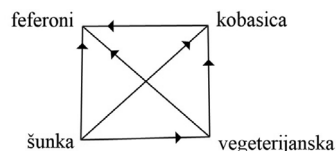


Kako bi koristili Condorcetov postupak, učenici moraju uzeti u obzir šest međusobnih usporedbi pizza – feferoni protiv šunke, feferoni protiv vegetarijanske, feferoni protiv kobasice, šunka naspram vegetarijanske, šunka naspram kobasice i vegetarijanska naspram kobasice. Za svaku od navedenih usporedbi, učenici ispituju rasporede preferencija kako bi vidjeli koja je pizza pobjednička. Njihovi rezultati sažeti su u tablici.



| | | |
|--------------------------------|----------------|--------------------------|
| feferoni protiv šunka | feferoni | 8 glasova |
| | šunka | $5 + 6 + 7 = 18$ glasova |
| feferoni protiv vegetarijanske | feferoni | 8 glasova |
| | vegetarijanska | $5 + 6 + 7 = 18$ glasova |
| feferoni protiv kobasice | feferoni | 8 glasova |
| | kobasica | $5 + 6 + 7 = 18$ glasova |
| šunka protiv vegetarijanske | šunka | $8 + 5 + 7 = 20$ glasova |
| | vegetarijanska | 6 glasova |
| šunka protiv kobasice | šunka | $8 + 5 + 6 = 19$ glasova |
| | kobasica | 7 glasova |
| vegetarijanska protiv kobasice | vegetarijanska | $8 + 5 + 6 = 19$ glasova |
| | kobasica | 7 glasova |

Budući da je pizza sa šunkom pobijedi-
la svaku pizzu u međusobnim usporedbama
učeničkih glasova, razred je proglašava po-
bjednicom. Možete upotrijebiti graf turnira za
ilustraciju šest usporedbi u ovom izboru pizze.



Ova vrsta dijagrama naziva se i **digraf**, što je skraćenica za „usmjereni graf”. U dijagramu, crta između dvije vrste pizze označava usporedbu između njih. Strelica ide od pobjednika prema poraženom. Ovaj dijagram možete koristiti za rangiranje četiriju kandidata računajući broj pobjeda koje svaka vrsta pizze ima.

| vrsta pizze | broj pobjeda |
|----------------|--------------|
| šunka | 3 |
| vegetarijanska | 2 |
| kobasica | 1 |
| feferoni | 0 |

Iz digrafa možete vidjeti da pizza sa šunkom ima tri pobjede, a vegetarijanska pizza ima dvije; pizza s kobasicama ima jednu pobjedu, a pizza s feferonima niti jednu. Prikupljene informacije iz digrafa prikazimo tablicom na rubu.

Zadatci

Zadatak 1. Razred je odlučio primijeniti Condorcetov izborni postupak za određivanje rezultata njihova glasanja o izletu. Njihovo glasanje prikazano je u tablici.

| broj učenika s ovim rasporedom preferencija | 6 | 3 | 7 | 5 | 4 |
|---------------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | Plitvička jezera | Sjeverni Velebit | Kopački rit | Kopački rit | Plitvička jezera |
| | Sjeverni Velebit | Plitvička jezera | Sjeverni Velebit | Plitvička jezera | Kopački rit |
| | Kopački rit | Kopački rit | Plitvička jezera | Sjeverni Velebit | Sjeverni Velebit |

1. Primjenom Condorcetova postupka, koja će opcija biti pobjednička?
2. Koristite digraf za prikaz rezultata glasanja. Napravite tablicu koja će pokazati koliko pobjeda ima svaki izbor.



Zadatak 2. Međunarodni rukometni savez (IHF) je nakon svjetkog prvenstva 2025. godine objavio ljestvicu 14 najboljih reprezentacija. Njihov kriterij za ljestvicu koju su službeno objavili može se „otkriti” analizom same ljestvice.

1. Francuska – 6 zlata, 2 srebra, 5 bronci
2. Švedska – 4 zlata, 4 srebra, 5 bronci
3. Danska – 4 zlata, 3 srebra, 1 bronca
4. Rumunjska – 4 zlata, 2 bronce
5. Njemačka – 2 zlata, 2 srebra, 1 bronca
6. Rusija – 2 zlata, 1 srebro
7. Španjolska – 2 zlata, 3 bronce
8. HRVATSKA – 1 zlato, 4 srebra, 1 bronca
9. Norveška – 2 srebra
10. Poljska – 1 srebro, 3 bronce
11. Austrija – 1 srebro
12. Mađarska – 1 srebro
13. Katar – 1 srebro
14. Slovenija – 1 bronca



Analizirajte ovu ljestvicu sukladno Bordinoj metodi (zlatna medalja 3 boda, srebrna 2 boda i brončana 1 bod) i dobit ćete poredak koji je nešto drukčiji.

Bordina metoda daje sljedeće bodove reprezentacijama.

1. Francuska – 6 zlata, 2 srebra, 5 bronci dobiva $6 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 27$ bodova.
2. Švedska – $4 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 25$ bodova
3. Danska – $4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 19$ bodova
4. Rumunjska – $4 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 14$ bodova
5. HRVATSKA – $1 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 12$ bodova
6. Njemačka – $2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 11$ bodova
7. Španjolska – $2 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 9$ bodova
8. Rusija – $2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 8$ bodova
9. Poljska – $0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 5$ bodova
10. Norveška – $0 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 4$ boda
11. Austrija – $0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 2$ boda
12. Mađarska – $0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 2$ boda
13. Katar – $0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 2$ boda
14. Slovenija – $0 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 1$ bod

Dakle, Bordina metoda u ovom slučaju stavlja Hrvatsku na 5. mjesto, Rusiju na 8., a Norvešku na 10.

Napišite ljestvicu ako uobičajene Bordine bodove promijenimo u a) i b):

- a) zlatna medalja ... 4 boda, srebrna ... 2 boda i brončana ... 1 bod,
- b) zlatna medalja ... 5 bodova, srebrna ... 3 boda i brončana ... 1 bod.
- c) Istražite koje Bordino bodovanje može dati isti poredak u objavljenoj IHF-ovoj ljestvici.

Za koju biste ljestvicu mogli reći da je poštenija? obrazložite svoje argumente!

