

## Rješenje nagradnog natječaja br. 253

Positivni brojevi  $x_1, x_2, \dots, x_{100}$  zadovoljavaju jednadžbu

$$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x_{100}}} = 20.$$

Dokaži da su barem dva od njih jednaka.

**Rješenje.** Pretpostavimo da su svi brojevi međusobno različiti. Ne smanjujući općenitost možemo pretpostaviti da je  $x_1 < x_2 < \dots < x_{100}$ . Tada je  $x_k \geq k$  za svaki  $k = 1, 2, \dots, 100$ . Sada imamo

$$20 = \frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x_{100}}} \leq \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}}.$$

S druge strane je

$$\frac{1}{\sqrt{k}} < \frac{2}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}} = 2(\sqrt{k} - \sqrt{k-1}),$$

pa imamo

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x_{100}}} \\ & < 2(\sqrt{1} - 0) + 2(\sqrt{2} - \sqrt{1}) + \dots + 2(\sqrt{100} - \sqrt{99}) \\ & = 2\sqrt{100} = 20. \end{aligned}$$

Kako je ovo neistinito, vrijedi tvrdnja.

Knjigom Ivica Martinjak, *Algebra in medias res*, Crotech, Zagreb, 2024., nagrađen je rješavatelj Ivan Jukić (1), Gimnazija Vukovar, Vukovar.

## Riješili zadatke iz br. 2/302

a) Iz matematike: Ivan Jukić (1), Gimnazija Vukovar, Vukovar, 4058, 4060–4062, 4064–4067, 4069, 4070.

b) Iz fizike: Niko Kurtović (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 558–561; Mihael Ratkajc (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 558–561; Luka Sabolić (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 558–561; Jakov Smoljak (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 558–561; Ivan Jukić (1), Gimnazija Vukovar, Vukovar, 1882, 1884, 1888.

## Nagradni natječaj br. 255

Dokaži da za od nule različite realne brojeve  $x, y, z$  takve da je  $x + y + z = 0$  vrijedi jednakost

$$\frac{x^2 + y^2}{x + y} + \frac{y^2 + z^2}{y + z} + \frac{z^2 + x^2}{z + x} = \frac{x^3}{yz} + \frac{y^3}{zx} + \frac{z^3}{xy}.$$

## SVIM SURADNICIMA

---

U Matematičko-fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadatci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara i fizičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisačim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

## RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

---

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika:** zeljko.hanjs@math.hr

## Matematičko-fizički list na Facebooku

---

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

<https://www.facebook.com/MatFizL>

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.