15. Europska matematička olimpijada za djevojke, 2026. g.



Od 9. do 15. travnja 2026. u Bordeaux, Francuska, održana je 15. Europska matematička olimpijada za djevojke (EGMO). Svrha ovog natjecanja je poticanje učenica na aktivno bavljenje matematikom te popularizacija matematike među učenicama srednjih škola u Europi, ali i širom svijeta. Na natjecanju je sudjelovalo 67 država, od čega 41 država u službenoj konkurenciji europskih država. Ukupno je sudjelovalo 260 učenica, od čega njih 161 u službenoj (europskoj) konkurenciji.

Svaka država je sudjelovala s najviše četiri svoje srednjoškolke, a Hrvatsku su predstavljale:

- *Ita Blašković*, 4. r., XV. gimnazija, Zagreb
- *Antonela Božić*, 2. r., III. gimnazija, Split
- *Maša Dobrić*, 4. r., XV. gimnazija, Zagreb
- *Mila Maretić*, 4. r., Prva gimnazija Varaždin, Varaždin.

Ove su godine naše predstavnice ostvarile jedan od najboljih uspjeha od kada Hrvatska sudjeluje na ovom natjecanju. Mila i Maša su osvojile zlatne, a Antonela brončanu medalju. Za zlato je bilo potrebno osvojiti 23, za srebro 18, a za broncu 11 od ukupno 42 boda.

Bodovi hrvatskih učenica na 15. EGMO.

natjecateljica	P1	P2	P3	P4	P5	P6	ukupno	osvojeno
M. Maretić	6	7	1	5	7	0	26	zlatna
M. Dobrić	7	7	0	7	2	0	23	zlatna
A. Božić	7	0	0	4	0	0	11	brončana
I. Blašković	2	0	0	5	1	0	8	
ekipni rezultat	22	14	1	21	10	0	68	

Konačno, naše učenice osvojile su ukupno 68 bodova. S tim rezultatom Hrvatska je zauzela 7. mjesto u službenoj konkurenciji 41 europske države, odnosno 12. mjesto u konkurenciji svih 67 zemalja svijeta. To je ujedno i četvrti put zaredom da je Hrvatska u top 10 službenih država sudionica na ovom natjecanju. Prvo mjesto u službenoj konkurenciji osvojila je Rumunjska, a ukupno Kina. Svi rezultati dostupni su na linku

`https://www.egmo.org/egmos/egmo15/scoreboard/`

Na EGMO-u natjecanje traje dva dana, a svakog dana učenice rješavaju po tri zadatka: lakši, srednji i teži. Zadatci se zadaju iz četiri područja: algebra, kombinatorika, geometrija i teorija brojeva. Pregled svih prijašnjih EGMO-a može se naći na linku

`https://www.egmo.org/egmos/`

Ekipu su vodili *Matija Bašić* i *Lucija Relić*, uz *Bornu Vukorepu* kao predstavnika Hrvatske u upravljačkom odboru EGMO-a, te *Mislava Brnetića* i *Ivana Novaka* kao promatrače. U hrvatskoj delegaciji još su sudjelovale *Stella Čolo*, *Lana Milani*, *Azra Tafro* i *Vanja Wagner* kao ispravljačice.



Djevojke i voditelji iz Hrvatske na 15. EGMO-u.

Ovogodišnji izniman uspjeh posebno veseli kao najava za domaćinstvo EGMO-a 2027. u Šibeniku, u Hrvatskoj. Vjerujemo da će održavanje ovog, vrlo prestižnog događaja, potaknuti cijelu hrvatsku matematičku zajednicu i ohrabriti još više mladih djevojaka na bavljenje matematikom.

Izbor, pripreme i odlazak ekipe na EGMO 2026 je organiziralo Hrvatsko matematičko društvo u suradnji s mnogim volonterima (uglavnom bivšim natjecateljima), uz financijsku podršku Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih. Kroz inicijativu organizacijskog odbora Međunarodne matematičke olimpijade u Zagrebu je u ožujku održan međunarodni pripremni EGMO kamp. Zahvaljujemo svima koji su podržali ekipu i pratili njihov nastup u Francuskoj ovih dana.

Povratak ekipe u Zagreb iz Pariza bio je 15. travnja 2026. g.

Matija Bašić

Zadatci

Prvi dan, subota, 11. travnja 2026.

Zadatak 1. Ploča 2026×2026 je *bordoška* ako je barem jedno od njezinih 2026^2 jediničnih polja crveno. Pravokutno područje sastavljeno od polja ploče na *neparno-crveno* ako sadrži neparan broj crvenih polja. Odredi najveći mogući prirodni broj M takav da na svakoj bordoškoj ploči 2026×2026 postoji neparno-crveno pravokutno područje sastavljeno od barem M polja.

Napomena. Pravokutno područje ima stranice paralelne stranicama ploče i sadrži cijelu svoju unutrašnjost.

Zadatak 2. Za svaki prirodni broj n, Marie igra igru koju počinje brojem 1 na ploči. Koliko god puta želi, bira prirodni broj j, takav da vrijedi $1 \leq j \leq n$ i zamijeni broj V na ploči brojem $j \cdot R\left(\frac{V}{j}\right)$. Pritom, $R(x)$ označava broju x najbliži cijeli broj; ako je x jednako udaljen od od dva uzastopna cijela broja, $R(x)$ označava veći od njih. Na primjer, $R(1.3) = 1$ i $R(1.5) = R(1.8) = 2$.

a) Dokaži da za svaki dani n, postoji prirodni broj B takav da Marie nikad ne može postići broj na ploči veći od B.

b) Za bilo koji n, neka je $f(n)$ najveći broj koji se može postići na ploči nakon konačno mnogo zamjena. Pokaži da postoji prirodni broj N takav da 2026 dijeli $f(n)$ za svaki $n \geq N$.

Zadatak 3. Neka je $\mathbb{R}$ skup realnih brojeva. Odredi sve funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ takav da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f((f(x) + f(y))^2) = (x + y)f(x + y).$$

Drugi dan, nedjelja, 12. travnja 2026.

Zadatak 4. Neka je $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$ beskonačan niz realnih brojeva takav da za svaki prirodni broj n vrijedi $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$. Za $r = 2026^{2026}$ dokaži da vrijedi

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

Zadatak 5. U šiljastokutnom trokutu ABC vrijedi $|AC| > |AB|$. Neka je ω tom trokutu opisana kružnica i O njezino središte. Neka je K sjecište tangenti na kružnicu ω u točkama B i C. Kružnica opisana trokutu ABK siječe pravac BC drugi put u točki $Z \neq B$. Neka je L polovište dužine $\overline{KZ}$, a X sjecište pravaca KZ i AB. Neka je V točka na kružnici opisanoj trokutu ABL s iste strane pravca BC kao i točka A takva da su pravci OV i KZ okomiti. Dokaži da su pravci LV i CX okomiti.

Zadatak 6. Dan je prost broj p i prirodni broj n takav da p **ne** dijeli n. Neka je k broj pozitivnih djelitelja broja n, te neka su $1 = d_1 < d_2 < \cdots < d_k = n$ pozitivni djelitelji broja n. Za $i = 1, 2, \cdots, k$, neka je c_i broj pozitivnih djelitelja l broja d_i^2 takvih da je $d_i - l$ djeljiv brojem p. Dokaži da vrijedi

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \cdots + c_k) > k^2.$$

Vrijeme rješavanja svakog dana: 4 sata i 30 minuta.
Svaki zadatak vrijedi 7 bodova.