Rješenje nagradnog natječaja br. 254

Koji je od brojeva $999!$ i 500^{999} veći?

Prvo rješenje. Pretpostavimo da je $999! < 500^{999}$. Tada je

$$999! < 500^{999} \iff \frac{999!}{500^{999}} < 1$$
$$\iff \prod_{k=1}^{499} \frac{k(1000-k)}{500^2} < 1.$$

Dovoljno je pokazati da je $\frac{k(1000-k)}{500^2} < 1$, za $k = 1, 2, \ldots, 499$. Ovo je ekvivalentno s $(k-500)^2 > 0$, što je istinito. Zato je i polazna pretpostavka istinita.

Ur.

Drugo rješenje. Pokazat ćemo da za bilo koji prirodan broj n vrijedi

$$n! \leqslant \left(\frac{n+1}{2}\right)^n.$$

Iz A-G nejednakosti slijedi:

$$\frac{1+2+3+\ldots+n}{n} \geqslant \sqrt[n]{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n}$$
$$\frac{\frac{1}{2}n(n+1)}{n} \geqslant \sqrt[n]{n!}$$
$$n! \leqslant \left(\frac{n+1}{2}\right)^n.$$

Posebno za $n = 999$ vrijedi

$$999! < 500^{999}.$$

Ivan Jukić (1),
Gimnazija Vukovar, Vukovar

Knjigom *Izvanredni broj (K) – izbor intervjua iz Matematičko-fizičkog lista*, Željko Hanjš i Ana Smontara, nagrađeni su rješavatelji:

1. *Momčilo Bogunović* (4), Gimnazija "Isidora Sekulić", Novi Sad;
2. *Ivan Jukić* (1), Gimnazija Vukovar, Vukovar.

Riješili zadatke iz br. 3/303

a) Iz matematike: *Momčilo Bogunović* (4), Gimnazija "Isidora Sekulić", Novi Sad, 4071-4084; *Ivan Jukić* (1), Gimnazija Vukovar, Vukovar, 4071, 4073–4075, 4077, 4078, 4080–4092.

b) Iz fizike: *Mihael Ratkajec* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 562, 563, 565; *Luka Sabolić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 562, 563, 565; *Jakov Smoljak* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 562, 563, 565; *Ivan Jukić* (1), Gimnazija Vukovar, Vukovar, 1889.

Nagradni natječaj br. 256

Odredi

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{5 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{5 + \ldots}}}}}}$$

s točnošću na osam decimala.

SVIM SURADNICIMA

U Matematičko-fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadatci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara i fizičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisaćim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika:** `zeljko.hanjs@math.hr`

Matematičko-fizički list na Facebooku

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

`https://www.facebook.com/MatFizL`

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.