Osječki matematički list 26 (2026), 71–85

Prostorne vještine kao temelj ranoga geometrijskog mišljenja: klasifikacija zadataka i primjeri igara

Marin Berečić*, Ružica Kolar-Šuper†

Sažetak

Prostorno mišljenje ubraja se među kognitivne sastavnice koje pokazuju povezanost s kasnijim uspjehom u matematici, u područjima znanosti, tehnologije i inženjerstva, a istraživanjima je potvrđeno i da je podložno uvježbavanju. U kurikulumskim dokumentima rijetko je navedeno kao zaseban odgojno-obrazovni ishod, na što se u literaturi upozorava kao na prazninu matematičkoga obrazovanja. Rad polazi od četverodijelne klasifikacije prostornih zadataka, statično/dinamično i intrinzično/ekstrinzično, i pregledom literature analizira zadatke i igre kojima se prostorno mišljenje može poticati u ranoj i predškolskoj dobi. Razmatraju se pojmovi vizualne percepcije, prostorne sposobnosti i prostornoga mišljenja te se pokazuje zašto je to razlikovanje važno.

Ključne riječi: *konstrukcijska igra, mentalna rotacija, prostorni govor, usmjerena igra, vizualno-prostorne vještine*

*Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, student, email: marinberecic@gmail.com

†Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, email: rkolar@foozos.hr

Marin Berečić, Ružica Kolar-Šuper

Spatial Skills as a Foundation for Early Geometric Thinking: Task Classification and Game Examples

Abstract

Spatial thinking is among the cognitive components that are associated with later achievement in mathematics and in the fields of science, technology and engineering, and research confirms that it is amenable to training. It is rarely named as a distinct learning outcome in curricular documents, a gap in mathematics education to which the literature has drawn attention. The paper takes a four-category classification of spatial tasks, static/dynamic and intrinsic/extrinsic, as its starting point and reviews the literature on the tasks and games through which spatial thinking can be fostered in early and preschool childhood. The concepts of visual perception, spatial ability and spatial thinking are discussed, and the paper shows why this distinction matters.

Keywords: *construction play, guided play, mental rotation, spatial talk, visual-spatial skills*

1 Uvod

Kada dijete okrene komad slagalice prije nego što ga spusti na ploču i kada provjerava hoće li građevina od kocaka izdržati još jedan kat, ili kada skupina djece raspravlja tko sjedi "iza", a tko "pored" kućice, odvija se kognitivna aktivnost koju kao odrasli rijetko imenujemo. Riječ je o prostornome mišljenju, sposobnosti mentalnoga predočavanja objekata, njihova oblika i rasporeda dijelova, kao i njihovih međusobnih položajnih odnosa, manipuliranja tim prikazima te predviđanja ishoda prostornih operacija. Zanimanje za tu skupinu vještina poraslo je u posljednja dva desetljeća. Prema Uttalu i suradnicima ([16]), dobre prostorne vještine snažno predviđaju postignuća u STEM područjima, a s matematičkim su vještinama povezane već u predškolskoj dobi ([17]). Te sposobnosti nisu nepromjenjive, učinci uvježbavanja održali su se na odgođenim mjerenjima i prenosivi su na neuvježbavane zadatke ([16]). Prostorno mišljenje u mnogim kurikulumima matematičkoga obrazovanja izostaje kao izdvojena tema, premda je s matematičkim postignućima empirijski povezano ([8]).

Cilj je ovoga rada prikazati klasifikaciju prostornih zadataka u četiri kategorije, koja omogućuje da se o igri ne govori u općenitim izrazima, npr. "razvija prostornu orijentaciju", već da se razmatra koju vrstu prostornoga zahtjeva pojedina igra postavlja i je li djetetu te dobi dostupan.

2 Pojmovno određenje prostornih vještina

Izrazi "vizualna percepcija", "prostorna percepcija", "prostorna sposobnost" i "prostorna inteligencija" u literaturi se ne koriste jednoznačno. Maresch i Sorby u [11] izraz prostorno mišljenje koriste kao krovni pojam koji obuhvaća te srodne izraze, a pod njim razlikuju uže vještine. Na perceptivnoj razini vizualni se podražaj obrađuje i uspoređuje s prethodno pohranjenim prikazima, što omogućuje prepoznavanje i stvaranje novih prikaza. To je vizualna percepcija, nužan preduvjet, ali još ne mišljenje. Tek kada dijete prepoznati objekt mentalno transformira: zakrene ga, preslika, presiječe ili zamisli kako izgleda s druge strane, riječ je o prostornoj sposobnosti kao mentalnoj operaciji. Preoblikovanje prikaza razlikuje prostorni zadatak od zadatka prepoznavanja. Zadatak rješiv samim gledanjem zahvaća percepciju, a onaj koji traži da se nešto zamisli drukčije nego što se vidi zahvaća prostorno mišljenje. Ni statični zadatci, o kojima je riječ u poglavlju 4, ne svode se na samo gledanje: lik treba izdvojiti iz pozadine ili ga prepoznati po svojstvima, a ne samo po izgledu.

3 Od prostornih vještina do matematičkoga postignuća

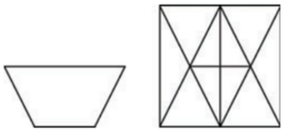
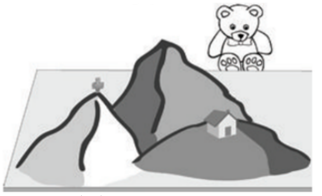
Povezanost prostornih i matematičkih vještina jedan je od dosljednijih nalaza razvojne psihologije posljednjih desetljeća i pojavljuje se izrazito rano. Verdine i suradnici su u [17] ispitali prostorno sastavljanje kod trogodišnjaka zadatcima gradnje s međusobno spojivim kockama i pokazali da postignuće u sastavljanju objašnjava značajan dio razlika u ranim matematičkim vještinama. Levine i suradnice pratile su skupinu djece u kućnome okruženju između druge i četvrte godine: djeca koja su igrala igre slaganja postizala su u dobi od četiri i pol godine bolje rezultate na zadatku mentalne transformacije dvodimenzionalnih oblika, uz kontrolu obrazovanja i prihoda roditelja te raznolikosti njihova govora ([10]). Koliko je taj odnos i uzročan, pokazuju istraživanja s treningom. Nasuprot starijemu stajalištu da je prostorna sposobnost genetski određena i otporna na vježbu, današnja istraživanja pokazuju da nasljedna komponenta postoji, ali je prostor za razvoj vježbom znatan ([11]). Snažnu potvrdu da se prostorne sposobnosti mogu razvijati vježbanjem pruža metaanaliza Uttala i suradnika ([16]), koja je obuhvatila 217 istraživanja i pokazala da vježbanje ima umjeren pozitivan učinak na razvoj prostornih sposobnosti. Učinak je bio sličan na neposrednim i odgođenim mjerenjima te se prenosio i na prostorne zadatke koji nisu bili izravno uvježbavani. Pritom se četvrtina uvrštenih

istraživanja odnosi na djecu mlađu od trinaest godina. Ranoj se dobi posvetila kasnija metaanaliza Yanga i suradnika u [18], usmjerena isključivo na djecu u dobi od rođenja do osam godina. Rezultati su pokazali velik pozitivan učinak vježbanja na razvoj prostornih sposobnosti, posebno aktivnostima koje uključuju rukovanje predmetima, vizualne poticaje i geste. Pitanje prenosi li se dobitak i na matematiku razjasnila je metaanaliza koju su proveli Hawes, Gilligan-Lee i Mix ([9]). Trening je prostorno mišljenje poboljšao osjetno, a matematička postignuća slabije, no dosljedno. Učinak je rastao s dobi, pa je prijenos na matematiku u ranoj dobi slabiji nego kasnije. Zato Gilligan-Lee, Hawes i Mix prostorno mišljenje opisuju kao dio matematičkoga obrazovanja koji u kurikulumima nedostaje ([8]).

4 Četiri vrste prostornih zadataka

U analizi prostornih zadataka polazi se od klasifikacije koju su predložili Newcombe i Shipley u [12], a u opsežnoj su je metaanalizi treninga razradili i primijenili Uttal i suradnici u [16]. U kontekstu ranoga i predškolskoga odgoja primijenili su je Davis i Spatial Reasoning Study Group [5]. Na temelju dviju binarnih dimenzija moguće je razvrstati gotovo sve zadatke kojima se procjenjuje prostorno mišljenje. Formalno je riječ o Kartezijevom produktu dvaju dvočlanih skupova, $\{$statično, dinamično$\}\times$ $\{$intrinzično, ekstrinzično$\}$.

Prva os razlikuje statične i dinamične zadatke. Zadatak je statičan kada glavni objekt i referentni okvir u kojem se promatra ostaju nepomični tijekom rješavanja. Dinamičan zadatak zahtijeva zamišljanje ili praćenje promjene, čak i kada se objekt ili promatrač fizički ne pomiču. Druga os razlikuje intrinzične i ekstrinzične zadatke. Intrinzični se odnose na sam objekt, na određenje njegova oblika, njegovih dijelova i svojstava, a ekstrinzični na odnose među objektima ili između objekta i referentnoga okvira, uključujući i promatračevo tijelo kao takav referentni okvir. U geometrijskom je jeziku ta druga os pitanje izbora koordinatnoga sustava. Intrinzični zadatak objekt opisuje u sustavu vezanome uz sam objekt, a ekstrinzični u sustavu vezanome uz okolinu ili promatrača. Presijecanjem osi statično–dinamično i intrinzično–ekstrinzično oblikuju se četiri kategorije prostornih zadataka, od kojih je svaka povezana s karakterističnom skupinom mjernih zadataka (slika 1). Vrijednost je sheme u tome što uz svaku kategoriju navodi i tipičan mjerni zadatak, čime kategoriju čini opipljivom. Ti su zadatci ustaljeni i imaju dugu povijest pa najjasnije pokazuju zahtjeve svake kategorije.

	Intrinzično Specifikacija objekta	**Ekstrinzično** Odnos među objektima ili odnos objekta prema referentnom okviru
Statično Objekt/ referentni okvir ostaje nepomičan.	*Intrinzično-statično* Percipirati objekte ignorirajući distraktore.  **Primjer zadatka:** test ugrađenih likova *Gdje se lik prikazan lijevo pojavljuje na slici desno?*	*Ekstrinzično-statično* Opisati prostorni položaj u odnosu na referentni okvir.  **Primjer zadatka:** test razine vode *U staklenci ima nešto vode. Staklenka je nagnuta. Nacrtaj crtu koja pokazuje kako bi voda izgledala.*
Dinamično Objekt ili perspektiva se transformira.	*Intrinzično-dinamično* Manipulirati objektom ili ga mentalno transformirati.  **Primjer zadatka:** test mentalne rotacije *Koja se od triju figura zdesna dobije rotacijom figure slijeva?*	*Ekstrinzično-dinamično* Vizualizirati međusobni odnos objekata u pokretu ili iz drukčije perspektive.  **Primjer zadatka:** zadatak triju planina *Što vidi medvjedić?*

Slika 1. Klasifikacija prostornih zadataka (prilagođeno prema [5])

4.1 Intrinzično-statične vještine: objekt nasuprot pozadini

Ova kategorija obuhvaća prikaz i opis pojedinačnog objekta koji miruje, njegov oblik, dijelove i svojstva. U klasičnome testu ugrađenih likova jednostavan se lik mora pronaći unutar složenije slike koja ga skriva, ne mjeri se oštrina vida nego sposobnost izdvajanja bitnoga od ometajućeg.

Rezultati o predškolskoj dobi upućuju na to da su djeca najuspješnija s krugom, dok točnost opada kod kvadrata, trokuta i pravokutnika, te da su njihova obrazloženja pretežno vizualna ("izgleda kao krug") prije nego svojstvena ("nema kutove"). Prepoznavanje se oslanja na globalnu sliku, a ne na definiciju ([4]). Geometrijski gledano, lik ne pripada vrsti zato što podsjeća na njezin tipičan primjer, nego zato što ima određena svojstva: broj stranica, jednakost duljina stranica, paralelnost stranica, postojanje pravoga kuta. Ta su svojstva invarijantna s obzirom na izometrije i

preslikavanja sličnosti, jer sličnost čuva veličine kutova i omjere duljina, a izometrije i same duljine. Položaj i orijentacija lika u ravnini, naprotiv, nisu njegova svojstva. Zato zarotirani kvadrat ostaje kvadrat, iako dijete koje se oslanja na prototip često smatra da to više nije kvadrat. Razumijevanje svojstava likova najviše unapređuje usmjerena igra s tipičnim i netipičnim primjerima, više od izravnoga poučavanja i slobodne igre ([7]).

4.2 Ekstrinzično-statične vještine: objekt u odnosu na referentni okvir

Ovdje se ne opisuje objekt, nego njegov položaj u odnosu na nešto izvan njega. U klasičnom testu razine vode ispitaniku se prikaže nagnuta staklenka s vodom i traži se da ucrta kako bi površina vode izgledala ([13]). Uspješno rješavanje ovisi o odabiru referentnoga okvira. Točan odgovor traži procjenu položaja površine vode neovisno o položaju staklenke i njezinih nagnutih stijenki. Matematički je sadržaj zadatka tvrdnja o invarijantnosti: površina mirne tekućine ostaje okomita na smjer sile teže pa u ravnini crteža ostaje paralelna s vodoravnom crtom (horizontalom) bez obzira na položaj posude. Nagne li se staklenka za kut α, njezino se dno i stijenke zakrenu za α, a razina vode ne, pa kut između razine i dna staklenke iznosi upravo α. Tipična pogreška, crta usporedna s dnom ili okomita na stijenku staklenke, upravo je zadržavanje referentnoga okvira vezanoga uz staklenku.

Predškolskoj su dobi primjereniji oblici zadataka iz iste kategorije koji se oslanjaju na plan i model (npr. pronalaženje predmeta prema jednostavnoj karti prostorije ili slaganje konstrukcije prema zadanom predlošku). Trogodišnjaci se već mogu služiti izričitim geometrijskim naznakama za pronalaženje objekta na jednostavnome planu, a tijekom sljedeće dvije godine sve više zaključuju iz odnosa među oznakama ([5]).

4.3 Intrinzično-dinamične vještine: mentalna transformacija objekta

Ova kategorija obuhvaća mentalne transformacije pojedinačnog objekta: rotaciju, zrcaljenje, presavijanje, presijecanje i sastavljanje. U klasičnom testu mentalne rotacije ispitanik treba utvrditi može li se drugi lik dobiti rotacijom prvoga ([15]). Ta kategorija uključuje pojam izometrije. Svaka je izometrija ravnine translacija, rotacija, osna simetrija ili klizna simetrija; prve dvije čuvaju orijentaciju i zovu se istosmjernim, a druge dvije orijentaciju mijenjaju. Razlika nije samo tehnička: lik i njegova zrcalna slika ne mogu se, osim ako lik ima os simetrije, dovesti u poklapanje nikakvim isto-

smjernim gibanjem (translacijom ni rotacijom) unutar ravnine, nego samo "prevrtanjem" kroz treću dimenziju. Zato pitanja "je li ovo isti lik, samo zakrenut?" i "je li zrcaljen?" od uma traže različite operacije, premda oba izvana izgledaju kao okretanje. Shepard i Metzler utvrdili su usto da vrijeme potrebno za odluku raste približno linearno s kutom zakreta među prikazanim tijelima, što se tumači kao znak da se mentalni zakret izvodi postupno, poput stvarnoga ([15]).

U predškolskoj se dobi umjesto trodimenzionalnih oblika primjenjuju jednostavniji zadatci s dvodimenzionalnim oblicima, u kojima dijete treba zamisliti spajanje dvaju dijelova i procijeniti kakvu bi cjelinu tvorili, upravo je takav zadatak poslužio Levine i suradnicama ([10]).

4.4 Ekstrinzično-dinamične vještine: perspektiva koja se mijenja

Posljednja kategorija obuhvaća praćenje odnosa među objektima koji se pomiču te zamišljanje prizora iz perspektive različite od vlastite. Njezin je klasičan zadatak onaj triju planina ([13]). Dijete sjedi pred maketom triju prepoznatljivih planina, lutka se smješta s druge strane, a od djeteta se traži da odabere prikaz onoga što lutka vidi. Piaget i Inhelder utvrdili su da djeca mlađa od sedam godina pretežno biraju vlastitu perspektivu, i to su protumačili kao dokaz egocentrizma predoperacijskog razdoblja. Promjena perspektive u geometrijskome smislu znači promjenu središta projekcije, isti se raspored planina projicira iz druge točke gledišta. Za promatrača s nasuprotne strane makete redoslijed vrhova slijeva nadesno postaje obrnut, a ono što je djetetu bliže postaje dalje, dok se gore i dolje ne mijenjaju.

4.5 Kategorija nije test

Iz opisa klasičnih zadataka proizlazi načelo vjerojatno važnije od same klasifikacije, kategorija opisuje prostorni zahtjev, a ne test kojim se on mjeri. Klasični zadatci uz prostorni zahtjev nose i druge zahtjeve, poput razumijevanja slike kao prikaza ili prikaza odgovora crtanjem pa ista vještina može djetetu biti dostupna u jednome obliku zadatka, a nedostupna u drugome. Primjenjivost te klasifikacije na predškolsku dob ispitale su u Srbiji Đokić i Vorkapić u [6]. Na temelju iste matrice sastavile su osam zadataka, po dva za svaku kategoriju, i njima ispitale skupinu od 103 djeteta u godini prije polaska u školu. Statični su zadatci djeci bili osjetno lakši od dinamičnih i to je bila jedina statistički značajna razlika među domenama, dok se razlika između intrinzičnih i ekstrinzičnih zadataka nije pokazala značajnom. Najuspješnije je riješen upravo zadatak razine vode opisan u poglav-

lju 4.2. U njihovoj se izvedbi tražilo prepoznavanje točnoga prikaza među ponuđenima, a ne crtanje, što je dodatna potvrda da oblik zadatka mijenja njegovu težinu neovisno o prostornom zahtjevu. U radu je zaključeno da matrica 2×2 na njihovu uzorku nije bila prikladan model, uz napomenu da istraživanje treba provesti na većem uzorku. Klasifikaciju stoga možemo smatrati pomagalom pri razlučivanju zadataka. Tablica 1 prevodi četiri kategorije u primjere aktivnosti i u prostorne izraze koje te aktivnosti pozivaju, a izvedena je iz opisa kategorija u [5, 16]. Tablica može poslužiti i kao provjera pokrivenosti: pitanje pri planiranju nije koliko je aktivnosti ponuđeno, nego jesu li zastupljene sve četiri vrste prostornoga zahtjeva.

5 Usmjerena igra i tri skupine igara

5.1 Usmjerena igra

Fisher, Hirsh-Pasek, Newcombe i Golinkoff [7] usporedili su tri načina na koje se predškolskoj djeci može približiti znanje o geometrijskim likovima. U uvjetu usmjerene igre odrasla je osoba vodila igru u kojoj su djeca sudjelovala kao "detektivi" koji otkrivaju tajnu svakoga lika. U uvjetu izravnoga poučavanja iznesen je isti sadržaj, ali su djeca samo slušala i gledala, a u uvjetu slobodne igre dobila su isti materijal bez uputa. Usmjerena je igra dala najbolje rezultate u razumijevanju svojstava likova, a prednost se zadržala i tjedan dana poslije. Usmjerena je igra postupak s prepoznatljivim obilježjima: cilj učenja unaprijed postavlja odrasla osoba, dijete zadržava nadzor nad tijekom i tempom, a odrasla osoba sudjeluje pitanjima, komentarima i ponudom materijala, a ne uputama i ispravcima.

5.2 Slagalice

Zadatci slaganja u navedenoj klasifikaciji pripadaju intrinzično-dinamičnoj kategoriji. Da bi dijete komad postavilo na mjesto, mora predvidjeti kako će izgledati nakon zakretanja. Rezultati Levine i suradnica u [10] da je učestalost igre slagalicama, a kod djevojčica i njezina kvaliteta, povezana s kasnijim postignućem na zadatku mentalne transformacije pokazuju da se s postignućem povezuje i način na koji se materijalom igra, a ne samo njegova dostupnost.

Tangram omogućuje stupnjevanje zahtjeva uporabom istih dijelova: ista se figura može ponuditi kao predložak s ucrtanim linijama pojedinih dijelova, kao puna silueta bez unutarnjih linija i kao zadatak s imenovanim ciljem bez slike ("složi mačku"). Prva verzija traži gotovo samo pridruživanje, druga rastavljanje cjeline na dijelove i zakretanje, a treća uključuje i

planiranje te dopušta više rješenja.

Tangram je i sam geometrijski zahvalan. Kvadrat se reže na sedam dijelova: dva velika, jedan srednje velik i dva mala trokuta, kvadratić i paralelogram. Svi su trokuti međusobno slični, pravokutni i jednakokračni, dakle s kutovima od 45°, 45° i 90°. Kvadratić ima četiri prava kuta, a paralelogram dva od 45° i dva od 135°. U cijelome se kompletu, dakle, pojavljuju samo kutovi od 45°, 90° i 135°, koji se lako slažu u ispruženi i u puni kut. Uzme li se najmanji trokut za jedinicu površine, srednji trokut, kvadratić i paralelogram imaju površinu 2, a veliki trokuti 4; zbroj je $2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 16$, koliko iznosi i površina polaznog kvadrata. Odatle slijedi zaključak do kojega dijete može doći samo, svaka figura složena od svih sedam dijelova, bez preklapanja, ima jednaku površinu kao polazni kvadrat, kako god izgledala, jer je sastavljena od istih dijelova. Paralelogram je pritom jedini dio bez osi simetrije.

5.3 Konstrukcijska igra

Konstrukcijska igra može zahvatiti sve četiri kategorije: zakretanje i uklapanje elemenata (intrinzično-dinamična), razvrstavanje kocaka po obliku i veličini (intrinzično-statična), gradnju prema nacrtu (ekstrinzično-statična) te kretanje vlastitim tijelom oko građevine (ekstrinzično-dinamična).

Konstrukcijska igra uvodi i mjerenje. Popuni li se posuda oblika kvadra jednakim kockama, njihov je broj upravo obujam izražen tom kockom kao jedinicom, pa je riječ o prvom susretu s mjerenjem popunjavanjem prostora. Zahtjev se može postupno podizati bez dodatnoga materijala, uvođenjem ograničenja (samo tri boje, most koji mora premostiti zadanu prazninu). Vrijednost igre ne ovisi samo o materijalu, prostorni govor odrasle osobe tijekom igre povezan je, preko djetetova vlastitog prostornog govora, s kasnijim prostornim postignućem djeteta ([14]).

5.4 Digitalne igre i vizualno programiranje

U metaanalizi Hawesa, Gilligan-Lee i Mix u [9] veći su dobitci nađeni kod treninga zasnovanoga na konkretnom materijalu nego kod treninga na računalu. Digitalna igra stoga ima smisla kao dopuna, a ne zamjena igre s predmetima. Kada je riječ o vizualnom programiranju, potrebna je napomena o dobnoj primjerenosti. Scratch, okruženje skupine Lifelong Kindergarten pri MIT Media Labu, zamišljen je za dob od približno osme do šesnaeste godine i pretpostavlja početnu vještinu čitanja jer su naredbe u blokovima ispisane riječima ([1]). Za predškolsku je dob primjerenije okruženje ScratchJr, izvedeno iz Scratcha upravo zato da ukloni pretpostavku o

čitanju: namijenjeno je djeci od pete do sedme godine, a naredbe su prikazane isključivo sličicama [3]. U predškolskoj je dobi ScratchJr okruženje u kojem dijete može stvarati.

U završnom radu [2] u Scratchu je izrađena igra labirinta (u nastavku: Benov labirint; `https://scratch.mit.edu/projects/1035876587`) u kojoj dijete lik dovodi do cilja. Prema razvrstavanju iz tablice 1 pripada ekstrinzično-dinamičnoj kategoriji: dijete mora zadržati odnos između lika i prepreka dok se lik pomiče, predvidjeti ishod poteza prije nego što ga izvede i po potrebi promijeniti zamišljenu putanju. Uz igru se predlaže posredovanje odrasle osobe, pitanje "kamo ćeš prvo?" prije poteza i pitanje "zašto tim putem?" nakon njega, te rad u paru na jednome uređaju, pri čemu jedno dijete upravlja, a drugo daje upute riječima. Tako se digitalna aktivnost pretvara u priliku za prostorni govor.

Važnost prostornoga govora pokazuje istraživanje u kojem su Pruden, Levine i Huttenlocher u [14] pratile kako roditelji u kućnim situacijama govore o prostoru s djecom u dobi od 14 do 46 mjeseci. Djeca čiji su roditelji rabili više riječi za oblike, veličinu i prostorna svojstva predmeta i sama su ih rabila više, a njihova je uporaba prostornoga govora bila povezana s uspješnošću na neverbalnim prostornim zadatcima u dobi od četiri i pol godine. Uz riječ ide i gesta, koju Yang i suradnici u [18] navode među djelotvornim pristupima, uz vizualne poticaje i istraživanje rukama.

6 Primjeri predloženih aktivnosti

Aktivnosti u nastavku osmišljene su prema klasifikaciji u tablici 1 i izvedive su lako dostupnim materijalom.

Kuća oblika (*intrinzično-statična*). Djeci se ponudi crtež kuće podijeljen na sektore i skup geometrijskih likova različitih boja i veličina; djeca ih najprije samostalno razmještaju, a tek ako zastanu, slijede pitanja: "Koje oblike imaš?", "Ima li više trokuta ili krugova?", "Po čemu si znala da je ovo kvadrat?" Kada djeca sigurno razlikuju tipične primjere, ponuditi netipične primjere, vrlo izdužen pravokutnik, zarotiran kvadrat, tupokutan trokut, i tražiti obrazloženje, čime se ono pomiče od vizualnoga prema svojstvenomu ([5, 7]).

Gdje je Marta? (*ekstrinzično-statična*). Kućica za lutke i lutka dovoljan su materijal. Odgojitelj postavlja lutku i pita gdje je, a djeca odgovaraju punom rečenicom ("Marta je ispred kućice"); u drugome se dijelu uloge zamjenjuju i dijete dobiva uputu da Martu smjesti pored, iza ili na kućicu. Sljedeći korak može biti da uputu daje jedno dijete drugome, bez pokazivanja rukom, pa se izraz položaja mora izgovoriti precizno; dodatno otežanje jest davanje upute iz perspektive lutke, a ne vlastite.

Tangramske životinje (*intrinzično-dinamična*). Tangramski set i predlošci figura životinja. Tri razine ponude opisane su u poglavlju 5.2: predložak s ucrtanim linijama, puna silueta i sam naziv figure. Kad dijete složi figuru, zatražiti da je složi zrcalno okrenutu, čime se uvodi razlika između rotacije i zrcaljenja.

Složi cestu (*intrinzično-dinamična i ekstrinzično-statična*). Od kartona se izrežu dijelovi slagalice na kojima su nacrtani odsječci ceste. Može se zadati početna i završna točka, pri čemu je moguće više rješenja, i zatim otvoriti raspravu o tome je li koji put kraći i kako bismo to provjerili. Ako su svi odsječci jednake duljine i cesta se gradi samo udesno i prema gore, odgovor je poučan: svi su takvi putovi jednako dugi, jer je broj dijelova zbroj razlike stupaca i razlike redaka, neovisno o redoslijedu. Kraći put može nastati tek ako se dopusti kosi odsječak.

Kockina šetnja (*prvenstveno intrinzično-dinamična, uz ekstrinzično-dinamičnu sastavnicu planiranja putanje*). Na podlozi s poljima igraća se kocka pomiče prevrtanjem preko brida, po jedno polje. Dijete najprije predviđa koji će broj biti na gornjoj plohi kada kocka stigne do zadanoga polja, a zatim provjerava prevrtanjem. Aktivnost traži zadržavanje prikaza tijela čiji se položaj tijekom zadatka mijenja, pa je, budući da su se dinamični zadatci pokazali zahtjevnijima od statičnih [6], prikladnija za stariju skupinu. Otežanje: zadati put koji mora proći kroz određeno polje, čime se predviđanju pridružuje planiranje. Predviđanje se oslanja na dvije činjenice koje dijete može provjeriti prevrtanjem. Prvo, zbroj brojeva na nasuprotnim plohama iznosi sedam, pa je gornji broj određen donjim. Drugo, kotrlja li se kocka stalno u istom smjeru, gornja se ploha ponavlja svaka četiri poteza, jer je prevrtanje preko brida zakret za 90°, a četiri takva zakreta daju puni krug. Odrasloj je osobi zanimljiva i treća: obiđe li kocka kvadrat od četiri polja i vrati se na polazno polje, ona jest na polaznome polju, ali nije u polaznome položaju, tek nakon tri takva obilaska, dakle dvanaest poteza, ponovno je okrenuta kao na početku.

Benov labirint (*ekstrinzično-dinamična, digitalna*). Igra izrađena u Scratchu u kojoj dijete vodi lik kroz labirint do cilja, opisana je u poglavlju 5.4. Prije početka zatražiti da dijete prstom pokaže cijelu zamišljenu putanju, a tek zatim krene, tako se aktivnost pomiče s reagiranja na planiranje.

Tablica 1. Kategorije prostornih vještina i odgovarajuće aktivnosti (razrada prema [5, 16])

Kategorija	**Što dijete radi**	**Primjer aktivnosti**	**Prostorni izrazi koje aktivnost poziva**
Intrinzično-statična	Prepoznaje i opisuje oblik, uočava dijelove cjeline, razvrstava prema svojstvu	Razvrstavanje likova u dijelove nacrtane kuće; traženje svih trokuta među razbacanim oblicima	okrugao, šiljast, ravan, kut, stranica, vrh, isti, različit
Ekstrinzično-statična	Povezuje mjesto na crtežu ili tlocrtu s mjestom u stvarnome prostoru	Traženje skrivenoga objekta prema jednostavnome tlocrtu sobe; smještanje objekta na plan dvorišta	ispred, iza, između, pored, blizu, daleko, na sredini, u kutu
Intrinzično-dinamična	Zamišlja objekt rotiran, zrcaljen, presavijen ili sastavljen od dijelova	Slaganje tangramskih figura prema predlošku; presavijanje papira; slaganje slagalice	okreni, zakreni, prevrni, preklopi, spoji, rastavi, pristaje
Ekstrinzično-dinamična	Prati i predviđa promjenu odnosa pri kretanju sebe ili objekta	Skrivanje objekta iz perspektive druge osobe; vođenje druge osobe uputama do cilja; igre s putanjama i labirintima	naprijed, natrag, lijevo, desno, skreni, prijeđi, kroz, oko

7 Zaključak

Istraživanja dosljedno pokazuju da se prostorne vještine u predškolskoj dobi mogu razvijati ciljanim aktivnostima ([16, 18]) te da trening prostornih vještina poboljšava i matematička postignuća ([9]). Klasifikacija prostornih zadataka na četiri kategorije omogućuje da se o pojedinoj aktivnosti govori određeno, koju vrstu prostornoga zahtjeva postavlja. Rezultati prikazani u radu upućuju na faktore koji o učinku igre odlučuju neovisno o materijalu. Usmjerena igra u razumijevanju svojstava likova nadmašuje i slobodnu igru i izravno poučavanje ([7]). Prostorni govor odrasle osobe povezan je s djetetovim prostornim govorom, a taj s njegovim kasnijim prostornim postignućem ([14]), dok se gesta izdvaja među djelotvornim pristupima u ranoj dobi ([18]). Trening s konkretnim materijalom u prosjeku donosi veće dobitke od treninga na računalu ([9]), pa je digitalna igra korisna kao dopuna, uz posredovanje odrasle osobe.

Veza prostornih i matematičkih vještina ne opravdava svođenje prostornoga mišljenja samo na pripremu za matematiku. Ono ima i vlastitu vrijednost, kao način na koji dijete razumije, opisuje i predviđa svijet u kojemu se kreće. Za matematičara je pritom poučno što se sve četiri kategorije daju opisati pojmovima koje geometrija već ima (invarijantom, izometrijom i referentnim okvirom), pa se prostorne igre u predškolskoj dobi mogu čitati kao neformalan početak geometrije, a ne samo kao priprema za nju.

Literatura

[1] M. Badger, *Scratch 1.4: Beginner's Guide*, Packt Publishing, Birmingham, 2009.

[2] M. Berečić, *Igre za poboljšanje vizualno-prostornih vještina u predškolskoj dobi*, završni rad, Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, 2024. [`https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:141:912856`]

[3] M. U. Bers, M. Resnick, *The Official ScratchJr Book: Help Your Kids Learn to Code*, No Starch Press, San Francisco, 2015.

[4] D. H. Clements, S. Swaminathan, M. A. Z. Hannibal, J. Sarama, *Young children's concepts of shape*, Journal for Research in Mathematics Education, **30** (1999), 192–212.

[5] B. Davis, Spatial Reasoning Study Group, *Spatial Reasoning in the Early Years: Principles, Assertions, and Speculations*, Routledge, New York, 2015.

[6] O. J. Đokić, M. M. Vorkapić, *Spatial skills of preschool children from Serbia and a possible model for the typology of children's spatial skills*, Frontiers in Education, **9** (2024), 1223022.

[7] K. R. Fisher, K. Hirsh-Pasek, N. S. Newcombe, R. M. Golinkoff, *Taking shape: Supporting preschoolers' acquisition of geometric knowledge through guided play*, Child Development, **84** (2013), 1872–1878.

[8] K. A. Gilligan-Lee, Z. C. K. Hawes, K. S. Mix, *Spatial thinking as the missing piece in mathematics curricula*, npj Science of Learning, **7** (2022), 10.

[9] Z. C. K. Hawes, K. A. Gilligan-Lee, K. S. Mix, *Effects of spatial training on mathematics performance: A meta-analysis*, Developmental Psychology, **58** (2022), 112–137.

[10] S. C. Levine, K. R. Ratliff, J. Huttenlocher, J. Cannon, *Early puzzle play: A predictor of preschoolers' spatial transformation skill*, Developmental Psychology, **48** (2012), 530–542.

[11] G. Maresch, S. A. Sorby, *Perspectives on spatial thinking*, Journal for Geometry and Graphics, **25** (2021), 271–293.

[12] N. S. Newcombe, T. F. Shipley, *Thinking about spatial thinking: New typology, new assessments*, u: J. S. Gero (ur.), Studying Visual and Spatial Reasoning for Design Creativity, Springer, Dordrecht, 2015., 179–192.

[13] J. Piaget, B. Inhelder, *The Child's Conception of Space*, Routledge and Kegan Paul, London, 1956.

[14] S. M. Pruden, S. C. Levine, J. Huttenlocher, *Children's spatial thinking: Does talk about the spatial world matter?*, Developmental Science, **14** (2011), 1417–1430.

[15] R. N. Shepard, J. Metzler, *Mental rotation of three-dimensional objects*, Science, **171** (1971), 701–703.

[16] D. H. Uttal, N. G. Meadow, E. Tipton, L. L. Hand, A. R. Alden, C. Warren, N. S. Newcombe, *The malleability of spatial skills: A meta-analysis of training studies*, Psychological Bulletin, **139** (2013), 352–402.

[17] B. N. Verdine, R. M. Golinkoff, K. Hirsh-Pasek, N. S. Newcombe, A. T. Filipowicz, A. Chang, *Deconstructing building blocks: Preschoolers' spatial assembly performance relates to early mathematical skills*, Child Development, **85** (2014), 1062–1076.

[18] W. Yang, H. Liu, N. Chen, P. Xu, X. Lin, *Is early spatial skills training effective? A meta-analysis*, Frontiers in Psychology, **11** (2020), 1938.