CRTICE IZ POVIJESTI MATEMATIKE

Matematički zadaci s danske mature iz 1926. godine

Alija Muminagić[1]

U vrijeme državne mature donosimo izbor matematičkih zadataka koji su se prije sto godina rješavali na maturi u Danskoj, na ispitnim rokovima u svibnju i lipnju 1926. godine [1]. Iz povijesti matematičkih ispita vrijedi spomenuti i članak o zadacima s mature u zagrebačkoj I. gimnaziji iz 1953. i 1994. godine [2].

Prva grupa zadataka

1. Za prirodni broj n dokazati jednakost

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{n}{2^n}=2-\frac{n+2}{2^n}.$$

2. U pravokutnom koordinatnom sustavu dane su točke $A(3, 0)$ i $B(-3,0)$ na kružnici $x^2 + y^2 = 9$. Neka je P proizvoljna točka na toj kružnici, te neka je točka Q ortogonalna projekcija točke P na y-os.

Odrediti jednadžbu geometrijskog mjesta točaka presjeka pravaca AP i BQ. Nacrtajte dobivenu krivulju.

3. a) Ispitati tijek i nacrtajte graf funkcije $y = 2x^5 - 4x^3$.

b) Naći zajedničke točke grafa te funkcije i pravca $y = -2x$.

c) Izračunati ploštinu ravninskog lika omeđenog tim pravcem i grafom funkcije.

Druga grupa zadataka

1. Srediti izraz $\dfrac{(a+b)^3+(3a+b)^3}{4(a+b)}$ i naći vrijednost tog izraza kada su a i b korijeni jednadžbe

$$12x^2 - 12x + 7 = 0.$$

2. U stožac su upisane dvije kugle koje se međusobno dodiruju. Oplošje jedne kugle dva puta je veće od oplošja druge kugle. Izračunati kut pri vrhu stošca.

[1]Alija Muminagić, Danska

3. Konstruirati trokut ABC takav da je $|AB| = 8$, $h_c = 3$ i $\frac{|AC|}{|BC|} = 3$. Izračunati duljine stranica, mjere kutova i polumjere opisane i upisane kružnice trokuta.

Napomena uredništva. Na zamolbu autora donosimo zadatke iz iste godine iz škole u Hrvatskoj [2]. Zadaci su se pisali u Državnoj realnoj gimnaziji u Karlovcu 1926. Škola je inače nastala spajanjem Kraljevske gimnazije karlovačke i Velike realke u Rakovcu čiji je najpoznatiji maturant 1873. godine bio slavni izumitelj Nikola Tesla.

Matematika u gimnaziji:

1. Produkt 1. i 3. člana geom. progres. = 100, suma 2 i 3. čl. = 50. Koja je to progresija?
2. Ako je zadana kateta pravokut. Δ a i $\angle\alpha$, koliko je oplošje i volumen tijela, koje nastaje rotacijom ovog trokuta oko hipotenuze?
3. Kolika je površina lika omeđenog osima apscisa, lukom krivulje $y^2 = 1/2\,x^3$ i ordinatom one tačke krivulje, kojoj je apscisa $x = 3$.

Matematika u realci:

1. U presjecištu krivulja $x^2 - 68x + y^2 = 0$ i $x^2 - y^2 = 16$ povučene su tangente na obje krivulje. Neka se nađu pomoću diferencijalnog kvocijenta njihove jednažbe i kut, pod kojim se sijeku te tangente.
2. Koju geografsku širinu imaju mjesta, za koja najduži dan traje 20 sati?
3. Ploština pravokutnog trokuta, kojemu stranice čine aritmetičku progresiju, jest 588 cm^2; kolike su stranice?

Literatura:

1. Palle Bak Petersen, Søren Vagner, Studentereksamensopgaver i matematik 1806-1991. Matematiklærerforeningen, 2003.
2. Izvještaj državne realne gimnazije u Karlovcu za školsku godinu 1925./26. https://www.gimnazija-karlovac.hr/digitalizirana-skolska-izvjesca/skolska-izvjesca-u-20-i-21-stoljecu.html (25. 5. 2026.)
3. Sanja Sruk. Matura nekad i sad. Poučak vol. 26. br. 102, 68 – 69, 2025.