

KONKRETNO ISKUSTVO KAO SNAŽAN OSLOMAC U FORMIRANJU FORMALNOG, APSTRAKTOG MIŠLJENJA

*Radojko Damjanović, prof.
Osnovna škola "Treći kragujevački bataljon"
Kragujevac/Srbija
ratkokg@sbb.co.rs*

S a ž e t a k

Razvojni pristup procesu nastave/učenja se u suvremenim diskursima o nastavi ističe kao neophodnost. Manipulativi kao moćni alati imaju svoju djelotvornu ulogu u jačanju kontinuiteta ovog procesa. Njihova pravilna (svrsishodna) uporaba je moguća samo ukoliko postoji dobra ovladanost i vještina kreatora aktivnosti, ali i projicirana predikcija onoga što slijedi poslije aktivnosti, jer im je svrha da budu dobra podloga u izgradnji fleksibilnog mišljenja i upotrebljivog sustava znanja.

Ključne reči: *iskustvo, konkretno, formalno, apstraktno mišljenje, manipulativni, virtualan.*

Često ćemo se u nastavnoj praksi sresti sa problemom da učenik ne može, primjenom osnovne matematičke operacije, da zbroji dva decimalna broja (i to u starijim razredima osnovne škole); kada navedeno (heurističkim vođenjem procesa) prevedemo u novčane iznose, epilog je u formi hepienda.

Pred ovom je činjenicom mnogo nastavnika zbunjeno, ali odgovor nije nedokučiv. Izgleda da se nalazi u načinu formiranja matematičkog mišljenja učenika (djeteta), tj. previđanju potrebe za „kopčom“ između konkretnog i apstraktnog mišljenja. Ustvari, ta prirodna veza bi bila kroz iskustvo, tj. empirijski pristup, koji podrazumijeva inzistiranje na verbaliziranom i simboliziranom iskustvu nad strukturiranom nastavnim materijalom (iskustvo sa reprezentacijama iskustva).

Motivacija za ono što sledi u ovom tekstu, jesu stavovi filozofa, pedagoga i psihologa koji su se bavili razvojem djeteta (ovdje nas prvenstveno interesira kognitivni razvoj):

- "Ništa nije u razumu, što prethodno nije bilo u čulima" (Džon Lok)¹
- "Dobra konkretna aktivnost je dobra mentalna aktivnost" (Clements, 2007, str. 6)

- Djeca na uzrastu od 7(8) do 11(12) godina prelaze iz faze konkretnih operacija u fazu formalnih operacija (ka apstraktnom mišljenju).

Iskustvo stečeno u ovom periodu predstavlja podlogu nad kojom se kasnije izgrađuje apstraktno mišljenje. (Pijaže i Inhelder, 1996)

- "... mentalni razvoj *ne smije* se odvojiti od pokreta; on od njega zavisi. ... dijete uz pomoć pokreta razvija vlastitu inteligenciju. Pokret pomaže razvoju uma, a ovaj se, sa svoje strane, iskazuje novim pokretima i akcijama. Riječ je, dakle, o kružnom procesu jer su psiha i pokret dijelova jedinstvene cjeline. U tom procesu angažiraju se i čula. Zato dijete koje nema prilike da se oproba u senzornim aktivnostima zaostaje u razvoju." (Montesori, 2003, str. 189)

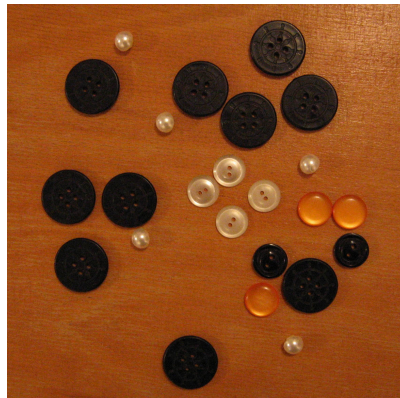
- "... učenik uči multiplikacijom iskustava koje doživljava, na koje reagira, čije efekte konstatira, opisuje i komentira, a ne registriranjem dogmatskog govora." (Šarpak, 2003, str. 106)

Prije nego pređemo na primjer iz prakse, koji ćemo da analiziramo, definirajmo pojam *manipulativa* u diskursu nastave matematike.

Manipulativi predstavljaju *stvarne* (fizičke, realne) ili *virtualne* (računarski/softverski programi, paketi) objekte sa kojima (ili: nad kojima) učenik radi, koristeći svoje senzo–motorne sposobnosti, pri čemu empirijskim putem vrši provjeru i vježba (utvrđuje) stečena znanja, umijeće i vještine; uočava nove okolnosti i činjenice, povezuje i zaključuje, čime izgrađuje novi korpus znanja, umijeće i vještina.

Manipulativima se senzo–motorne aktivnosti koordiniraju sa mentalnim aktivnostima; stvara se veza između konkretnog i apstraktnog.

Jedan primjer²



¹ Pogledaj (Durant, 1990, str. 252).

² Učenici koji su rešavali ovaj primer su uzrasta trećeg razreda osnovne škole (oko 10 godina).

Univerzum predstavlja skup od 24 različita dugmeta, i to:

- sa četiri rupice (sva crna – ima ih deset),
- sa dvije rupice (četiri bijela i dva crna),
- sa jednom rupicom (pet bijelih i tri narančasta).

Instrukcija: *Klasificiraj dugmad po broju rupica, pa svaku klasu predstavi razlomkom u odnosu na ukupan broj dugmadi*³.

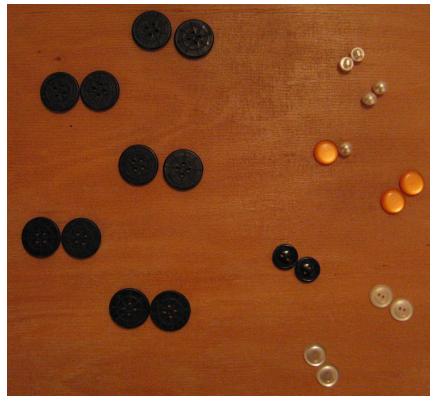
Dobili su sljedeće stanje:

- sa jednom rupicom 8 dugmadi,
- sa dvije rupice 6 dugmadi,
- sa četiri rupice 10 dugmadi.

Odmah su ponosno odgovorili da je prva grupa $\frac{1}{3}$; na zahtjev da obrazlože – zato što je $24 : 8 = 3$ (neki učenici su odgovorili – zato što ima tri gomile, što je netočno, jer gomile, dijelovi ne moraju biti jednaki, pa smo i o tome razgovarali).

Za drugu grupu je odgovor bio sličan, to je $\frac{1}{4}$, jer je $24 : 6 = 4$.

Problem je nastao kod treće grupe, pa su dobili pomoć – pitanje: *Da li možemo dugmad iz klase sa četiri rupice da grupiramo (na jednak broj elemenata), tako da i ostatak skupa (univerzuma) – dugmad koja nemaju četiri rupice – grupiramo na isti način?*



Odgovor je potvrđan – Možemo da grupiramo po dva dugmeta!

³ Kada su počeli da postupaju po instrukciji, učenici su postavili pitanje za dugmad sa jednom rupicom – kako se računa – kao jedna ili dve rupice? Upućeni su da razmisle o tome da li tunel ima dve "rupice" ili je on sâm jedna "rupica". Odmah su shvatili i nastavili dalje.

Ukupno ima 12 grupa po dva dugmeta, a od toga pet grupa čine dugmad sa po četiri rupice.

Jedna grupa je $\frac{1}{12}$, a pet grupa je $\frac{5}{12}$.

(Naravno, do ovog rezultata učenici su došli uz pomoć nastavnika)

Instrukcija: *Klasificiraj dugmad po boji, pa svaku klasu predstavi razlomkom u odnosu na ukupan broj dugmadi.*

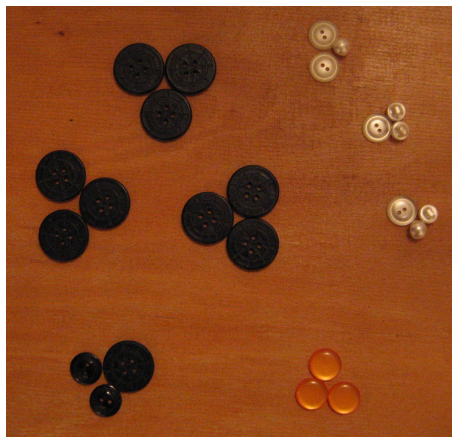
Stanje koje su dobili je bilo sljedeće:

- crnih, 12 dugmadi,
- bijelih, 9 dugmadi,
- narančastih, 3 dugmeta.

Tvrdnja da crna i narančasta dugmad predstavljaju polovinu ($\frac{1}{2}$) i osminu ($\frac{1}{8}$), respektivno, u odnosu na ukupan broj dugmadi izvodi se jednostavno, jer je

$$24 : 12 = 2 \quad \text{i} \quad 24 : 3 = 8.$$

Da bismo utvrdili koji dio skupa (univerzuma) predstavljaju bijela dugmad, potrebno je klasu "bijelih" grupirati na jednak broj elemenata, tako da i ostatak/dopunu do univerzuma grupiramo na isti način.



Zaključujemo da možemo grupirati po tri elementa, tako da imamo ukupno osam grupa, od kojih su tri "bijele".

Dakle, bijela dugmad predstavljaju $\frac{3}{8}$ cijelog skupa.

(Ovoga puta su učenici posljednji zaključak izveli potpuno samostalno)

Misaone operacije u prethodnom primjeru

Učenici su tokom rada sa materijalom, kako je to opisano u primjeru koji je prethodio, koristili određene misaone operacije. Navest ćemo ih, bez ambicije dubljeg i šireg razmatranja njihove prirode ili npr. djelotvornosti njihove češće i osmišljene upotrebe.

Klasifikacija

- (a) po boji (jednostavnija),
- (b) po broju rupica (složenija),
- (v) grupiranje u dopuni do univerzuma, kao u njegovom dijelu (najsloženija).

Serijacija

Učenici su, i u prvom i u drugom dijelu izloženog primjera mogli da konstatiraju sljedeće:

$$\frac{1}{12} < \frac{2}{12} < \frac{3}{12} < \frac{4}{12} < \frac{5}{12}, \text{ odnosno, da je } \frac{1}{8} < \frac{2}{8} < \frac{3}{8}.$$

Aditivne operacije

Da bi odgovorio koliki dio čine dugmad sa četiri rupice, učenik je morao da zbroji grupe koje je dobio i od kojih je svaka predstavljala dvanaesti dio univerzuma.

$$\frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} \quad \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \quad \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} \quad \frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

Isto vrijedi i kada je razmišljao o tome koji dio čine bijela dugmad.

$$\frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} \quad \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

Inkluzija klasa

Inkluzija klasa je proces koji je povezan sa aditivnim operacijama.

Npr. klasa "bijelih" se sastoji iz više potklasa "bijelih".

Komentar uz primjer

- Pojam broja se *izgrađuje* kod djece (učenika), a ne nalazi (kao komad lijepe stijene/kamena) ili prihvata od odraslih (kao što se prihvata i upotrebljava igračka) – Hermine Sinclair, Pijažeova suradnica (Clements, 2007, str. 4. i 5).

- Priča o diskretnom skupu (univerzumu) i njegovim podskupovima (o odnosu dijela prema cjelini), ako se prevede na mentalni plan, predstavlja priču o količniku

prirodnih brojeva – što zapravo i predstavljaju razlomci (razlomci – matematička reprezentacija konkretnih aktivnosti iz demonstriranog primjera).

- Sa druge strane promatrano, učenici su u prethodnom primjeru *dodirom* i *po-micanjem (pokretom)* pravili *vizualne* reprezentacije matematičkih koncepata.



Metodičke napomene

(1) Učenici ne uče momentalno ili kao rezultat nastavnikove riječi (o tome se često ne razmišlja).

(2) Manipulativi i za nastavnika predstavljaju novi put/način za prilaz pojmu.

(3) Pogled na pojam mora da bude algebriziran ili simbolima opisan, tako da je matematički formatiziran (dobije matematičku formu) – od esencijalnog značaja je izgraditi most između konkretnog iskustva i simbola (matematička formalizacija) – "jump for students".

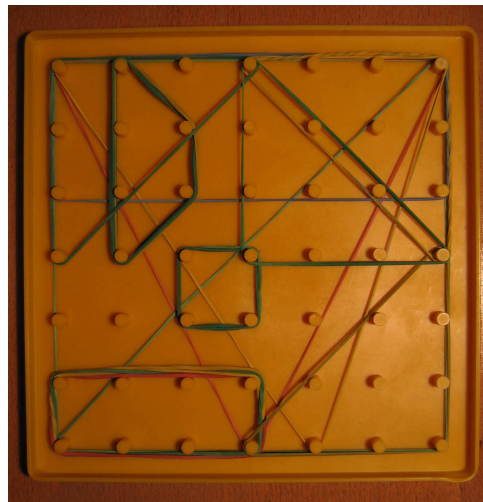
(4) Učenicima je potrebno da određeni problem sagledaju sa više pravaca (iz više smjerova), pa je zato potrebno omogućiti im odgovarajuće vrijeme (tzv. extra-vrijeme) za rad.

(5) Formirati fleksibilno okruženje u kome će učenik biti ohrabren da problem samostalno proba da riješi. Ukoliko nije u mogućnosti samostalno da dođe do rešenja, onda da potraži pomoć od drugog (drugih) učenika (kooperativno učenje), a zatim i od nastavnika.

(6) Kada se odgovori na sve pretpostavljene zahtjeve (direkcije, instrukcije), pripremiti nove, kojima bi se uvježbavala stečena znanja i/ili različitim vrstama spekulacija sistematizirala nova.

Što sve može biti od koristi?

Da bismo osmislili efektanu aktivnost, kao manipulativ nam može poslužiti mnogo što. Pored namjenski konstruiranih i samim tim standardiziranih objekata, npr. žetoni ili štapići, računaljke, razni manipulativni kompleti, za ovu svrhu, kao što smo već vidjeli, mogu da pomognu i "stara rashodovana dugmad iz bakine teglice", palidrvca (šibice), sjemenje raspoložive flore (grah – ima ga raznobojnog, kukuruz, kesten, bob, koštice kajsije, itd.), tjestenina (naravno, ona koja nije prethodno tretirana toplom vodom), školjčice sa plaže, zatvarači sa boca (brendirani – sa natpisima ili no name – bez natpisa), domina, tangram ili neka druga nastavna sredstva (npr. popularni "gumi", prikazan na priloženoj slici).



Virtualni manipulativi

Virtualni manipulativi su manipulativi kreirani u vidu računarskih programa, softverskih paketa, ali ih možete naći i pod odrednicom računarski mikrosvijet. Jednostavno, to su razni applet-i, namjenski urađeni za različite potrebe procesa učenja, odnosno, podučavanja. Predstavljaju posebnu oblast za izlaganje i odlična su podrška nastavnom procesu, pod uvjetom da je on sam (nastavni proces, prim. aut) na potrebnom tehnološkom nivou, tj. da zadovoljava neki minimum tehnoloških standarda.

Putem Interneta⁴ se distribuira mnoštvo raznovrsnog materijala, koji se daje podvesti pod pojam virtualnih manipulativa; ali i korektno je zaključiti da u razvijenim društvima sa rešenim obrazovnim sistemima (ma što to značilo) ova oblast predstavlja vrhunski domet u spoju suvremenih informacionih tehnologija i teorija učenja.

⁴ Pogledaj (Damjanović, 2007).

Različite slagalice, programirani i poluprogramirani materijali, interaktivni interfejs, tangrami, e-udžbenici, obrazovne igrice, samo su neki od sadržaja ove vrste manipulativa.

Ovdje je interesantno napomenuti da ćete pretraživanjem po najvećoj svjetskoj mreži (www), naići na raznorazna istraživanja posvećena temi virtualnih manipulativa, sprovedena nad različitim grupama (uzorcima), i da se njihovi rezultati uglavnom svode na to da su oni jedan od alata i da ne mogu znameniti konkretne (stvarne, realne) manipulative u nastavnim konceptima (teaching concepts).

Aktivnosti sa manipulativima

Aktivnosti sa manipulativima u nastavi matematike mogu imati različitu ulogu (svrhu):

♦ inicijalna, uvodna aktivnost (brainstorming - "gomilanje/jurišanje ideja" ili "oluja mozga")

Npr. učenici prije početka obrade nastavne jedinice o površinama geometrijskih figura, kao početnu aktivnost imaju da pomoću pločica oblika kvadrata ili pravokutnika slažu različite figure.

♦ organizaciona aktivnost

Podjela učenika u grupe za rad – npr. školjčice u jednu grupu, sjemenke u drugu, itd.

♦ bazična, noseća aktivnost

Primjer sa dugmadima sa početka teksta; žetoni i štapići kod uvođenja računskih operacija u skupu prirodnih brojeva.

♦ energizirajuća aktivnost (tzv. energizer)

Tangram, domino i sl.

♦ korelativna, povezujuća uloga

Upotreba sjemenki/koštica različitih biljaka (kajsija, breskva, grah, bob, kukuruz, kesten, masline, itd.) kao manipulativa u korelaciji je sa nastavom poznavanja prirode (svet oko nas).

Uputstva i završne napomene

- Upotrebom manipulativa u nastavi matematike, uvodimo čula u proces učenja (involvement of multiple senses).

- Učenje na iskustvima i povezivanje matematike sa postojećim iskustvima pomaže učeniku da razume i cijeni matematiku.

- Manipulativi čine da učenje matematike bude interesantno i puno uživanja (enjoyable).

- U procesu učenja manipulative treba koncipirati kao alate, nikako kao igračke (learning tools, not toys!).

- Djeca uče kroz rad (aktivnosti) i misleći o onome što rade – izgrađivanje bića praxis-a.

- Savremena nastava matematike podrazumijeva formiranje *fleksibilnog mišljenja* za rješavanje različitih *životnih situacija uz pomoć matematičkih ideja*.

- *Aktivnost* učenika (senzori – motorička razvija čula, a misaona razvija intelektualne sposobnosti) je pretpostavka *metakognitivnom* pristupu učenju (izbor odgovarajućih strategija, organizacija – povezivanje informacija, sagledavanje problema – rješavanje, generalizacija strategija za druge situacije).

Dilema

- nastava matematike kao kolekcija pravila i obrazaca za memoriranje (tehnika računa u najširem značenju)

- nastava matematike kao podrška misaonom (mentalnom) razvoju

Razriješenje dileme je u razvojnom pristupu procesu nastave/učenja, pri čemu bi početna nastava matematike trebalo da se prvenstveno bazira kao podrška misaonom razvoju naspram "tehnike računa", tako da tendencija bude u obrnutoj razmjeri, kako se proces vremenski odvija (primat obrazovnim ciljevima).

Literatura

[1] Damjanović, Radojko (2007), Manipulativi na Internetu, *Inovacije u nastavi*, Beograd, XIX, 2007/3, vol. 20, str. 151-155

[2] Durant, Vil (1990), *Um caruje: životi i mišljenja velikih filozofa (fototipsko izdanje)*, Beograd, Dereta

[3] Ludvigh (Ludwig), Harald (2007), Autentičnost i kreativnost u teoriji i praksi Montessori pedagogije, *Pedagoška stvarnost*, Novi Sad, LIII, 7-8, str. 693-703

[4] Montessori, Marija (2003), *Upijajući um*, Beograd, DN Centar

[5] Montessori, Marija (2007), *Od detinjstva do adolescencije*, Beograd, DN Centar

[6] Pijaže, Žan i Inhelder, Berbel (1990), *Psihologija deteta*, Sremski Karlovci – Izdavačka knjižarnica Zorana Stojanovića, Novi Sad – Dobra vest

[7] Pijaže, Žan i Inhelder, Berbel (1996), *Intelektualni razvoj deteta*, Beograd, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva

[8] Prvanović, Stanko (1959), *Metodika nastave računa (Priručnik za nastavnike – prva četiri razreda osnovne škole)*, Beograd, Savremena škola

- [9] Šarapak, Žorž (2003), *Ruka u testu – nauke u osnovnoj školi*, Beograd, Društvo fizičara Srbije
- [10] *Džepni kompjuterski rečnik* (2002), Čačak, Kompjuter biblioteka
- [11] Douglas H. Clements, (09.10.2007), " *'Concrete' Manipulatives, Concrete Ideas*", *Contemporary Issues in Early Childhood*, 1(1), 45-60,
http://www.gse.buffalo.edu/org/buildingblocks/Newsletters/Concrete_Yelland.htm
- [12] Suzanne Alejandre, (09.10.2007), "*Middle School Mathematics Curriculum*",
<http://mathforum.org/alejandre/nctm/position.html>
- [13] Marilyn Burns, (09.10.2007), *How to Make the Most of Math Manipulatives*,
<http://teacher.scholastic.com/lessonrepro/lessonplans/instructor/burns.htm>
- [14] Marilyn Burns, (09.10.2007), *7 Musts for Using Manipulatives*,
<http://teacher.scholastic.com/products/instructor/musts.htm>
- [15] Marilyn Burns, (09.10.2007), *A Letter to Parents - Manipulatives in Today's Classroom*,
<http://teacher.scholastic.com/products/instructor/letter.htm>
- [16] *Math Manipulatives*, (09.10.2007) http://www.ct4me.net/math_manipulatives.htm
- [17] *Arcytech's Educational Java Programs*, (09.10.2007) - *Pattern Blocks: Exploring Fractions with Shapes*, <http://arcytech.org/java/patterns/>
- [18] *Arcytech's Educational Java Programs - Fraction Bars*, (09.10.2007),
<http://arcytech.org/java/fractions/fractions.html>
- [19] <http://www.theteacherscorner.net/math/index.htm>, (09.10.2007)
- [20] <http://www.visualfractions.com/>, (09.10.2007)
- [21] http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_2_t_3.html, (09.10.2007)
- [22] <http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html>, (09.10.2007)
- [23] *Teaching Tables* (29.09.2007), <http://www.teachingtables.co.uk/>

CONCRETE EXPERIENCE AS A FIRM SUPPORT IN CREATING FORMAL, ABSTRACT THINKING

S u m m a r y

Developing approach to the process of teaching/ learning is being discussed as necessary in modern teaching. Manipulatives as mighty tools have their effective role in strengthening the continuity of the process. Their right (appropriate) use is possible not only if there is a good control and skillfulness of the activity creator, but also projected prediction of what is expected after the activity, because it is their purpose to be good foundation in developing flexible thinking and usable system of knowledge.

Key words: *experience, concrete, formal, abstract thinking, manipulatives, virtual*

**ESPERIENZE CONCRETE COME BASE IMPORTANTE PER LA
FORMAZIONE DEL PENSIERO ASTRATTO - FORMALE**

R i a s s u n t o

L'approccio evolutivo al processo d'insegnamento/apprendimento è d'obbligo nei dibattiti attuali sull'insegnamento. I manipolativi come strumenti potenti hanno un ruolo efficace nel rafforzare la continuità di questo processo. Il loro corretto (appropriato) uso è possibile soltanto se il creatore è abile e domina l'attività nonché se ha previsto ciò che seguirà dopo le attività perché il loro scopo è costituire la base per la costruzione del pensiero flessibile e di un sistema di conoscenze utili.

Parole chiave: *esperienza, concreta, formale, pensiero astratto, manipolativi, virtuale*